

^{193}Tl 超形变带 $K = 1/2$ 的可能性*

吴崇试¹⁾ 李中华

(兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心 兰州 730000)

(北京大学物理系 北京 100871)

摘要 分析了脱耦合项对于原子核转动惯量的重要影响. 总结了奇质量核 $K = 1/2$ 带转动惯量变化规律的新特点. 在此基础上讨论了 ^{193}Tl 中 3 条新的超形变带的内部结构. 目前尚无足够证据能够确认它们都是 $K = 1/2$ 带.

关键词 脱耦合项 转动惯量 超形变带 自旋指定 ab 公式和改进的 ab 公式

1 引言

原子核 $K = 1/2$ 转动带的特殊结构是人所共知的事实. 脱耦合项的出现使该转动带发生劈裂, 具有不同旋称 $\alpha = I \bmod 2 = \pm 1/2$ 的两支发生相对位移. 而且, 就具有确定旋称的一支而言, 其能量也明显偏离于 $I(I+1)$ 的规律. 当脱耦合常数足够大时, 甚至可以改变能级次序. 由于 $K = 1/2$ 带的这种特殊结构, 如果把适用于 $K \neq 1/2$ 的转动带公式不加修改地用来分析 $K = 1/2$ 带, 就有可能得出一些异常的结果. 例如, 所谓奇质子核 $[541] \downarrow$ 带的反常回弯现象, 就与脱耦合项的存在密切相关^[1,2]. 又如奇质量超形变核中的 $\Delta I = 1$ 颤动, 也是来源于脱耦合项的影响^[3,4]. 这些例子说明, 在分析奇质量超形变带的性质时, 必须审慎地考虑到 $K = 1/2$ 的可能性, 否则就可能得出不正确的结论. 而目前在关于超形变带的分析中, 由于在绝大多数情形下均未能直接测得能级自旋, 只能根据由跃迁能量提取的转动惯量加以分析讨论. 显然, 在奇质量超形变带的情形下, 就需要甄别其 K 值是否为 $1/2$. 这对于正确确认旋称伙伴带或全同带的关系无疑是十分重要的.

为了说明这一问题, 第 2 节中将首先分析奇 A 核中的 $K = 1/2$ 正常形变带. 由于正常形变带的 K 值以及能级自旋值均可由实验测定, 这样就可以保证分析结果的正确、可靠. 在此基础上, 第 3 节将集中讨论超形变带存在 $K = 1/2$ 带的可能性. 最后, 第 4 节是简短的结论.

1999-12-01 收稿

* 国家自然科学基金资助(19677203)

1) 中国科学院理论物理研究所客座

2 正常形变带的分析

通常,原子核的两类转动惯量 $\mathcal{J}^{(1)}$ 和 $\mathcal{J}^{(2)}$ 可以由公式

$$\begin{aligned}\mathcal{J}^{(1)}(I-1) &= \frac{(2I-1)\hbar^2}{E_\gamma(I \rightarrow I-2)}, \\ \mathcal{J}^{(2)}(I) &= \frac{4\hbar^2}{E_\gamma(I+2 \rightarrow I) - E_\gamma(I \rightarrow I-2)}\end{aligned}\quad (2)$$

提取. 这种分析方法已广泛应用于高自旋态和超形变带的研究工作中,也获得了原子核内部结构的许多重要知识. 但是,对于 $K=1/2$ 带,由于跃迁能量中脱耦合项的存在,显然根据公式(1)就不可能正确地提取得 $\mathcal{J}^{(1)}$. 为了说明这个问题,不妨采用最简单的能级公式

$$E(I) = A \left[I(I+1) + (-)^{I+1/2} a_1 \left(I + \frac{1}{2} \right) \right] - B [I(I+1)]^2$$

其中脱耦合常数记为 a_1 ,是为了和 ab 公式中的参数 a 相区别. 将(3)式代入(1)和(2)式,就得到

$$\begin{aligned}\mathcal{J}^{(1)}(I-1) &= \frac{\hbar^2}{2A - 4B(I^2 - I + 1) + (-)^{I+1/2} 2Aa_1 / (2I-1)} \\ \mathcal{J}^{(2)}(I) &= \frac{\hbar^2}{2A - 2B[6I(I+1) + 5]}\end{aligned}\quad (4)$$

显然,若 $a_1 = 0$,则旋称伙伴带的两类转动惯量都将分别落在一条曲线上. 但对于 $K=1/2$ 带,若 a_1 明显不为 0 时,根据(4),(5)式求得的 $\mathcal{J}^{(1)}$, $\mathcal{J}^{(2)}$ 就会表现出新的变化趋势. 简言之,有如下几个主要特点:

- (1) 第一类转动惯量 $\mathcal{J}^{(1)}$ 与脱耦合常数 a_1 有关,而第二类转动惯量 $\mathcal{J}^{(2)}$ 则否.
- (2) 一对旋称伙伴带的 $\mathcal{J}^{(1)}$ 不再落在一条曲线上,即 $\mathcal{J}^{(1)}$ 发生劈裂. 其劈裂的幅度与 a_1 有关. 在低自旋端表现明显;随着自旋增大而逐渐减小,不同旋称的两支逐渐汇合.
- (3) 只要 a_1 不太小,对于旋称伙伴带中的一支, $\mathcal{J}^{(1)}$ 和 $\mathcal{J}^{(2)}$ 可以发生交叉. 当 $a_1 > 0$ 时,交叉发生在旋称 $a=1/2$ 的一支;当 $a_1 < 0$ 时,交叉发生在另一支.
- (4) 文献[5]曾经指出,原子核的两类转动惯量之间应当满足一定关系,即

$$R = \mathcal{J}^{(1)} \sqrt{\frac{\mathcal{J}^{(1)}}{\mathcal{J}^{(2)}}} = \mathcal{J}_0 \text{ (常数,带首转动惯量)}.$$

但对于 $K=1/2$ 带,由(4)式和(5)式提取的 $\mathcal{J}^{(1)}$ 和 $\mathcal{J}^{(2)}$ 不再满足上述关系.

可以预料,如果采用其它公式(例如在(3)式中加上更高级的修正项,或是采用后面的改进的 ab 公式)描写 $K=1/2$ 带,以上 4 个特点仍基本保持不变.

需要特别指出,两类转动惯量的交叉是 $K=1/2$ 带特有的现象,因为按照两类转动惯量的定义

$$\mathcal{J}^{(1)} = \frac{1}{\omega} \frac{dE}{d\omega}, \quad \mathcal{J}^{(2)} = \frac{d^2 E}{d\omega^2} = \frac{d}{d\omega} (\mathcal{J}^{(1)} \omega),$$

一定有

$$\mathcal{J}^{(2)} - \mathcal{J}^{(1)} = \omega \frac{d\mathcal{J}^{(1)}}{d\omega},$$

所以, $\mathcal{J}^{(1)}$ 和 $\mathcal{J}^{(2)}$ 的交叉只能发生在带首($\omega=0$)或是 $d\mathcal{J}^{(1)}/d\omega$ 处. 正因为如此, 文献[6]把 $\mathcal{J}^{(1)}$ 和 $\mathcal{J}^{(2)}$ 是否相交当成是超形变带自旋指定是否正确的判据之一. 这里我们看到, 只要是利用(4)式提取 $\mathcal{J}^{(1)}$, 则对于 $K=1/2$ 带, 正确的自旋指定与两类转动惯量的交叉并不相悖; 反之, 要求两类转动惯量不交叉恰恰可能导致错误的判断.

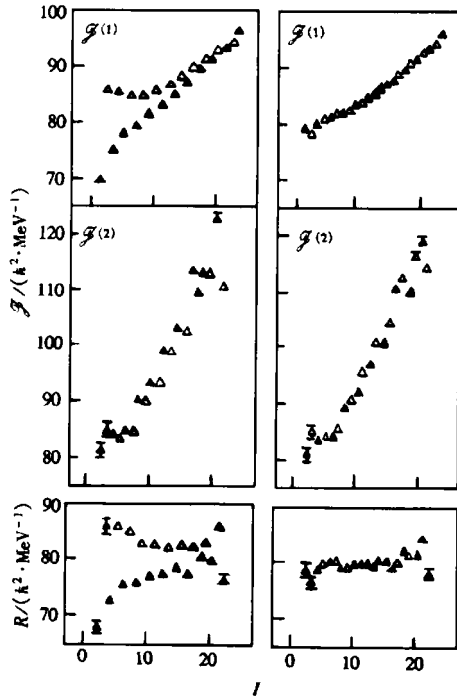


图 1 $^{239}\text{Pu}[631]^-$ 带的两类转动惯量及 R 值
跃迁能量的实验值均取自文献[7].

左: 未扣除脱耦合项的影响, 右: 扣除脱耦合项影响后.

作为一个典型例子, 图 1 中给出了 $^{239}\text{Pu}[631]^-$ 带的两类转动惯量. 这个转动带 $\alpha = \pm 1/2$ 的两支均已比较完整地测出, 自旋值高达 $49/2$. 尽管这个正常形变带的脱耦合常数并不算大 ($a_1 \approx -0.58$), 但也可以清楚地看出上面指出的这些特点. $\mathcal{J}^{(1)}$ 的确表现出明显的劈裂现象. 而且, 对于 $\alpha = -1/2$ 的这一支, $\mathcal{J}^{(1)}$ 和 $\mathcal{J}^{(2)}$ 在 $I=15/2$ 处的确就发生了交叉.

$K=1/2$ 带的两类转动惯量之所以可以交叉, 以及它们并不满足(6)式, 这可根据转动惯量的定义加以解释. 作为定义原子核转动惯量的(7)式, 是完全建立在轴对称转动核(轴对称转子)的经典类比的基础上的. 因此, (7)式中的能量 E 应当是纯粹的转动能. 为了能准确提取 $K=1/2$ 带的转动惯量, 应当在应用(1), (2)两式之前, 先把脱耦合项的影响从跃迁能量中扣除掉. 图 1 中也给出了这样的结果. 正像预料的那样, 在扣除掉脱耦合项的影响后, 第一类转动惯量有明显的改变, 劈裂现象消失, 这一对旋称伙伴带的 $\mathcal{J}^{(1)}$, 的确落到了一条曲线上. $\mathcal{J}^{(1)}$ 和 $\mathcal{J}^{(2)}$ 也不再相交.

图 1 中还给出了 $^{239}\text{Pu}[631]^-$ 带的 R 值. 可以看到, 在扣除脱耦合项的影响后, 提取的两类转动惯量的确满足(6)式.

3 超形变带的分析

现在回到超形变带(这里的一条超形变带, 只相当于通常一个转动带中具有确定旋称的一支)的讨论. 前面已经提到, 对于绝大多数超形变带, 目前只是测得级联跃迁能量, 尚未能由实验直接定出自旋值. 因此, 对于奇质量核的超形变带, 就必须考虑到 $K=1/2$ 的可能性, 否则在提取转动惯量乃至作自旋指定时, 都有可能出现偏差. 事实上, 文献[3, 4]中, 已经从跃迁能量的 $\Delta I=1$ 颤动的角度讨论了脱耦合项的重要性, 并且利用改进的 ab

公式

$$E(I) = a[\sqrt{1 + bI(I+1)} - 1] + (-)^{I+1/2} \left(I + \frac{1}{2}\right) A[a_1 - b_1 I(I+1)], \quad A = ab/2 \quad (8)$$

分析了 $A \approx 190$ 区中的奇质量超形变带. 在当时已测得的 15 对旋称伙伴带中, 绝大多数似乎都不是 $K=1/2$ 带, 脱耦合常数 a_1 都很小. 最大的是超形变带 $^{193}\text{Hg}(1, 2a)$ 和 $^{193}\text{Pb}(3, 4)$, $a_1 \approx 0.22$. 通常认为这两对超形变带的组态都是 $\nu[512]5/2$. 脱耦合项的存在, 说明其中混有 $K=1/2$ 的成分.

最近, 在 ^{193}Tl 的原有的一对旋称超形变带之外, 又测出了 3 条超形变带, 它们都可能是 $K=1/2$ 带, 其中 3, 5 两带还可能是一对旋称伙伴带^[8]. 在高角动量端, 3, 4 带表现出带交叉的特征, 说明它们具有相同的旋称(因而不可能构成旋称伙伴带). 因此, 本文采用文献[9, 10]中描述的光滑化方法(做法的细节见所列文献, 本文不再赘述), 根据改进的 ab 公式拟合跃迁能量, 从而提取脱耦合常数 a_1 和 b_1 , 再辅以两类转动惯量的分析, 对于指认这几条超形变带的内部结构是有意义的.

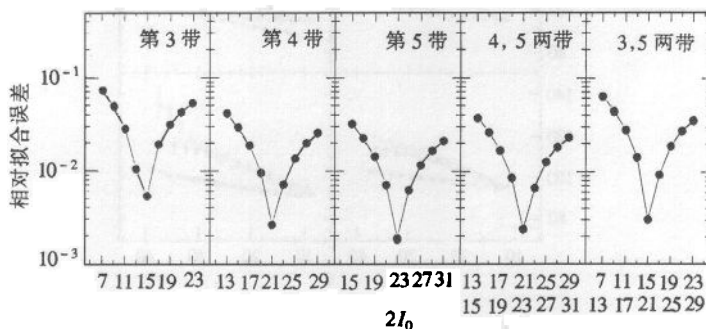


图 2 超形变带 $^{193}\text{Tl}(3, 4, 5)$ 的拟合误差随自旋指定值的变化
图中包括对 3, 4, 5 带分别作 ab 拟合和对 3, 5 带及 4, 5 带作改进的 ab 拟合
(轴下的两排数值分别对应与两个带). 跃迁能量的实验值取自文献[8].

图 2 中给出了这几条超形变带跃迁能量的拟合误差随自旋指定值的变化, 其中的 I_0 是各超形变带(已测得的)最低能级(退激能量分别为 187.9, 250.8 和 271.5 keV)的自旋. 对这 3 条超形变带单独作 ab 拟合, 当它们的 I_0 值取 15/2, 21/2 和 23/2 时, 有最佳的拟合结果. 从自旋指定值和拟合参数看来, 4, 5 两带可能是旋称伙伴带. 转动惯量的分析支持这一看法. 无论是直接从跃迁能量提取转动惯量, 或是在跃迁能量中先扣除振荡起伏的影响, 然后再提取转动惯量, 4, 5 两带的确表现出相同的变化趋势(见图 3). 用改进的 ab 公式对跃迁能量进行拟合, 也可以得到满意的结果. 对于这一对超形变带, 脱耦合项的影响不大, 拟合定出 $a_1 = 0.062$ (见表 1). 另一方面, 根据 Nilsson 波函数得到的 a_1 计算值(见表 2)表明, 在 $Z \approx 81$ 附近找不到与之相近的 $\Omega = 1/2$ 态, 说明它们可能根本不是 $K=1/2$ 带.

单纯从改进的 ab 拟合来看, 3, 5 两带也可能是一对旋称伙伴带, 它们的 I_0 值分别为 15/2 和 21/2, 而且具有较强的脱耦合项. $\mathcal{J}^{(1)}$ 的变化趋势也表明, 脱耦合项的作用不容忽

视. a_1 的拟合值为 -0.835 , 与 $[411]\downarrow$ 的计算值 -0.744 颇为接近. 这正是文献[8]中的解释. 但更重要的是, 这两条带第二类转动惯量的凹凸性明显不同(见图 3). 由于 $\mathcal{J}^{(2)}$ 值与自旋指定无关, 且对原子核的内部结构更加敏感, 所以, 要把 3,5 两带看成是一对旋称伙伴带, 还值得进一步研究.

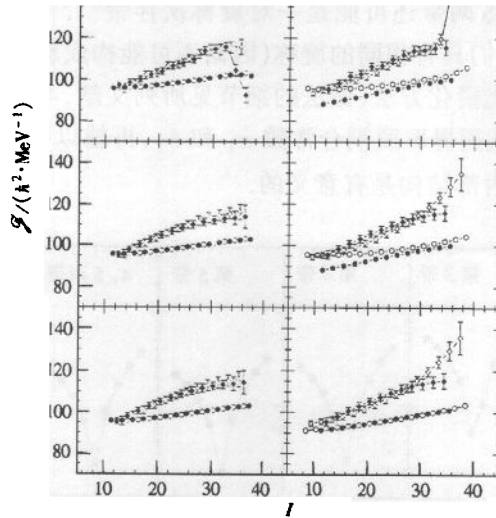


图 3 超形变带 $^{193}\text{Tl}(3,4,5)$ 的两类转动惯量

左图: (4,5)两带的转动惯量. 自上而下分别是直接由跃迁能量提取、在跃迁能量中先扣除振荡起伏以及同时扣除振荡起伏和脱耦合项的影响后得到的结果. \bullet 和 \circ 代表第 4 和第 5 带的第一类转动惯量, \blacklozenge 和 \circ 代表第 4 带和第 5 带的第二类转动惯量.

右图: 与左图类似, (3,5)两带的转动惯量. \circ 和 \bullet 代表第 3 带和第 5 带的第一类转动惯量, \circ 和 \blacklozenge 代表第 3 带和第 5 带的第二类转动惯量.

表 1 ^{193}Tl 超形变带的拟合参数

| 超形变带 | I_0 | a/keV | b | $\mathcal{J}_0 = \hbar^2 / ab$ $/(\hbar^2 \text{ MeV}^{-1})$ | $a^2 b/\text{keV}^2$ | a_1 | b_1 |
|-------|------------|----------------------|-------------------------|---|----------------------|--------|-------------------------|
| (1) | 19/2 | 8.7414×10^4 | 1.1882×10^{-4} | 96.276 | 90.796 | | |
| (2) | 17/2 | 7.3641×10^4 | 1.4108×10^{-4} | 96.254 | 76.506 | | |
| (1,2) | 19/2, 17/2 | 7.9814×10^4 | 1.3016×10^{-4} | 96.257 | 82.917 | -0.061 | -1.196×10^{-4} |
| (3) | 15/2 | 7.2009×10^4 | 1.4803×10^{-4} | 93.816 | 76.756 | | |
| (4) | 21/2 | 7.8783×10^4 | 1.3397×10^{-4} | 94.744 | 83.153 | | |
| (5) | 23/2 | 7.4067×10^4 | 1.4304×10^{-4} | 94.390 | 78.469 | | |
| (4,5) | 21/2, 23/2 | 7.6276×10^4 | 1.3864×10^{-4} | 94.563 | 80.662 | 0.062 | 0.235×10^{-4} |
| (3,5) | 15/2, 21/2 | 5.6402×10^4 | 1.9504×10^{-4} | 90.905 | 62.045 | -0.835 | -0.440×10^{-4} |

拟合前先扣除了振荡起伏的影响.

表 2 $Z \approx 81$ 附近 $\Omega = 1/2$ 质子 Nilsson 轨道的脱耦合常数

| | [541]↓ | [660]↑ | [411]↓ | [530]↑ | [651]↓ | [770]↑ | [400]↑ | [521]↓ |
|---------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 计算值 | 2.558 | 6.336 | -0.744 | -1.365 | -3.650 | -7.447 | 0.528 | 0.993 |
| 第 3 带的拟合值 | 2.942 | | -0.838 | -1.294 | | | | |
| (相应的 I_0 值) | (17/2) | | (15/2) | (13/2) | | | | |
| 第 4 带的拟合值 | 1.627 | 5.156 | | | -2.908 | -7.388 | 0.646 | |
| (相应的 I_0 值) | (19/2) | (25/2) | | | (23/2) | (27/2) | (21/2) | |

单粒子轨道按能量由低到高排列. 费米面估计应在 [530]↑ 与 [651]↓ 之间. 计算中采用的 Nilsson 参数为 $\epsilon_2 = 0.43, \epsilon_4 = 0.013$.

作为尝试, 我们也对 3, 4 两带单独进行改进的 ab 拟合, 从而探讨 $K=1/2$ 的可能性. 由于拟合参数多而单独一条超形变带的跃迁条数少, 拟合的误差对自旋指定很不敏感, 因而并不能确定 a_1 的拟合值. 表 2 中列出了可能的几个选择, 甚至还能找到与之相近的单粒子态. 例如, 第 3 带很可能是建立在 $\pi[530] \uparrow$ 轨道上的超形变带. 但这只是一个试探性的解释. 为了作出更准确的判断, 至少需要测出它的旋称伙伴带.

限于篇幅, 本文不再讨论在这些自旋指定下两类转动惯量的比值 R (定义见(6)式). 在扣除掉脱耦合项的影响后, 提取的两类转动惯量的确可以给出 R 基本为常数.

值得顺便指出, 文献[11]认为 ^{197}Bi 的 1, 2 两带的组态也是 $\pi[651] \downarrow$, 但由改进的 ab 拟合得到的 a_1 值仅为 $0.0912^{[3,4]}$, 和 Nilsson 波函数的计算值相差很大. 看来这样的组态指定还值得商榷.

4 简短的结论

(1) 在讨论奇质量超形变核的性质时, 必须审慎地考察 $K=1/2$ 的可能性. 否则就可以出现两类转动惯量(表观值)相交的现象. 可以预料, 也可以发生正常形变带中已发现的回弯异常现象.

(2) 对于 ^{193}Tl 中的 3, 4, 5 三条超形变带的内部结构, 可以有几种解释. 最大的可能是(4, 5)构成一对旋称伙伴带, 且 $K \neq 1/2$. 第 3 带可能是建立在 $\pi[530] \uparrow$ 轨道上的超形变带.

(3) 当然, 上面关于 a_1 的计算是建立在这些超形变带中均只有一个非配对质子的假设上的. 如果有三个乃至更多个未配对粒子, 则需重新计算, 结论也会有所不同.

参考文献(References)

- 1 WU ChongShi. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1995, **19**:1024—1028
(吴崇试. 高能物理与核物理, 1995, **19**:1024—1028)
- 2 WU C S. Phys. Rev., 1995, **C51**:1819—1824
- 3 WU ChongShi. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1997, **21**:621—626
(吴崇试. 高能物理与核物理, 1997, **21**:621—626)
- 4 WU C S, ZHOU Z N. Phys. Rev., 1997, **C56**:1814—1820
- 5 WU C S, CHENG L, LIN C Z et al. Phys. Rev., 1992, **C45**:2507—2510

- 6 ZENG J Y, LEI Y A, WU W Q et al. *Commun. Theor. Phys.*, 1995, **24**:425—430
- 7 Jain K, Jain A K. *At. Data Nucl. Data Tables*, 1992, **50**:269—342
- 8 Bouneau S, Azaiez F, Duprat J et al. *Phys. Rev.*, 1998, **C58**:3260—3265
- 9 WU ChongShi. *High Energy Phys. and Nucl. Phys.* (in Chinese), 1998, **22**:71—74
(吴崇试. 高能物理与核物理, 1998, **22**:71—74)
- 10 WU ChongShi, LI ZhongHua. *High Energy Phys. and Nucl. Phys.* (in Chinese), 1999, **23**:797—802
(吴崇试, 李中华. 高能物理与核物理, 1999, **23**:797—802)
- 11 Clark R M, Bouneau S, Azaiez F et al. *Phys. Rev.*, 1995, **C51**:R1052—1055

Possibility of Superdeformed $K = 1/2$ Bands in $^{193}\text{Tl}^*$

WU ChongShi¹⁾ LI ZhongHua

(Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator, Lanzhou 730000, China)

(Department of Physics, Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract The influence of the decoupling term in $K = 1/2$ band on the extraction of the nuclear moments of inertia is investigated. The peculiar characters in the variation of the nuclear moments of inertia with spins are itemized for the $K = 1/2$ band. On this basis three recently observed superdeformed bands in ^{193}Tl are discussed. An optimum explanation of the configuration structures is proposed to these bands. No sufficient evidence exists to conclude that all of them are of $K = 1/2$.

Key words decoupling term, nuclear moment of inertia, superdeformed band, spin assignment, ab -expression and its modification

Received 1 December 1999

* Supported by NSFC(19677203)

1) Guest Researcher of the Institute of Theoretical Physics, The Chinese Academy of Science