

# 北京谱仪中性径迹测量误差的确定\*

李海波 苑长征 李金 李新华

(中科院高能物理研究所 北京 100039)

**摘要** 首先检查了北京谱仪(BES)桶部簇射计数器(BSC)对 $\gamma$ 光子电磁簇射形成的中性径迹的沉积能量和空间位置的测量值;然后,利用辐射 Bhabha 事例修正了 BSC 的沉积能量及其误差 $\delta E$ ;利用 $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$ 过程确定了 BSC 测量中性径迹的空间位置的误差. 这些研究结果可以减小用运动学拟合方法分析包含中性径迹的物理事例的系统误差,提高 BES 的测量精度.

**关键词** 北京谱仪 中性径迹 运动学拟合 误差

## 1 引言

北京谱仪(BES)是运行在北京正负电子对撞机上的大型通用磁谱仪<sup>[1]</sup>,目前主要进行 $\psi(2S)$ ,  $J/\psi$ ,  $D$ ,  $D_s$ 和 $\tau$ 等物理研究. BES 探测到的典型事例中通常既有带电径迹又有中性径迹,数据离线处理的任务在于利用探测器刻度数据,通过事例重建,将反应末态粒子在谱仪中产生的电子学信号还原为粒子的数量,种类和四动量信息,以供进一步的物理分析使用. 由于探测器本身有一定的测量误差,因而末态粒子四动量的测量值也有一定的误差. 为了改善测量结果(如有效地去除本底,提高质量分辨等),往往采取一定的手段对数据进行处理,运动学拟合就是常用的方法之一.

正负电子对撞实验的一个显著特点是初、末态粒子的总四动量是确定的. 所谓运动学拟合,就是根据探测器测量的末态粒子各运动学参量的测量误差对各运动学参量进行合理调整,在满足初末态粒子四动量守恒的运动学约束条件下作最小二乘法拟合. 在 BES 实验中即要求 $\sum_i \mathbf{p}_i = 0$ 和 $\sum_i E_i = \sqrt{s}$ ,其中 $\mathbf{p}_i$ 为各末态粒子的三动量, $E_i$ 为末态粒子的能量, $\sqrt{s}$ 为正负电子对撞的质心系能量. 运动学拟合的优度用拟合的 $\chi^2$ 概率  $Prob_{\chi^2}$ 表示( $Prob_{\chi^2}$ 为对自由度与约束方程数相等的 $\chi^2$ 分布概率密度函数从拟合出的 $\chi^2$ 值到无穷大的积分). 信号事例样本的  $Prob_{\chi^2}$ 分布应接近 0 到 1 之间的均匀分布,本底事例的  $Prob_{\chi^2}$ 一般较小. 信号与本底事例的  $Prob_{\chi^2}$ 分布的这一差异常用来排除本底. 拟合的合理性用

1998-05-13收稿

\* 国家自然科学基金资助(No19290400, No19605007)

Pull 分布来检验,用于运动学拟合的第  $i$  个量的 Pull 分布定义为<sup>[2]</sup>:

$$Pull_i = \frac{Y_i - \eta_i}{\sqrt{\sigma^2(Y_i) - \sigma^2(\eta_i)}} \quad (1)$$

其中  $Y_i$ ,  $\sigma^2(Y_i)$  为第  $i$  个量的观察值及其方差,  $\eta_i$  和  $\sigma^2(\eta_i)$  为其拟合值及其方差. 对于每个观测量,理想的 Pull 分布应满足标准正态分布,这时拟合是合理的,否则就说明用于作为输入的运动学参量值或其误差值不可靠. 可见拟合的优度直接依赖于径迹的能量、动量矢量及其误差等输入参量,准确的测量值及合理的误差是运动学拟合可靠性的保证.

BES 利用主漂移室可以精确测量带电粒子的动量和空间位置,径迹重建时对带电径迹作螺旋线拟合,由此确定的动量和方向测量误差很精确<sup>[3]</sup>. 对中性径迹重建时,运动学拟合需要的三个输入参量  $\phi$ ,  $z$  和  $\sqrt{E}$  的误差处理较简单<sup>[4]</sup>,缺乏实验数据的检验,这将影响运动学拟合给出结果的可靠性,这里  $E$  为 BSC 测量的沉积能量,  $\phi$  和  $z$  为中性径迹的位置参量(方位角和  $z$  向分量,  $z$  轴为  $e^+$  束流方向). 为此我们用 BES 在 1993/1994 年获取的质心系能量为  $\psi(2S)$  质量的  $1.3 \times 10^6$  事例样本对中性径迹各测量及其误差进行详细的检查,并利用  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma), \gamma\gamma(\gamma)$  对 BSC 的能量和位置测量进行校正,从而确定中性径迹的能量和位置测量的误差. 本文结果对 BES 数据离线处理和物理结果的改善有普遍的意义.

## 2 中性径迹误差的检查

选取  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$  事例本来检查 BES 中性径迹的能量和位置测量及误差,因为这是一个理论上可以精确计算的 QED 过程<sup>[5]</sup>,其末态两光子能量接近束流能量,方向相反,第三个光子能量很低. 事例形态十分简单,有利于纯物理样本的选取.

### 2.1 事例选择

首先选取末态为光子的纯中性事例,并且要求中性径迹的个数  $2 \leq N_\gamma \leq 5$ , 对于  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$  过程,要求光子的候选径迹满足:

(1) 中性径迹与束流方向的夹角  $|\cos\theta| < 0.7$ , 以保证光子在 BSC 中形成完整的簇射;

(2)  $|\delta\phi| = |\phi_1 - \phi_2| - 180^\circ| < 2^\circ$ , 这里  $\phi_1$  和  $\phi_2$  分别是两个大动量光子的  $\phi$  角, 实验表明  $\delta\phi$  是平均值为 0, 标准偏差为  $0.6^\circ$  的高斯分布. 这一条件用来除去含有三个或更多光子的中性事例;

(3) 对于实验数据要求光子在 BSC 中沉积能量  $E_\gamma > 1.0\text{GeV}$ , 而对于 Monte Carlo 模拟数据要求  $E_\gamma > 1.27\text{GeV}$ . 由图 1 光子能量分布可见,当质心能量  $\sqrt{s} = 3.686\text{GeV}$  时,实验数据和 Monte Carlo 数据的能量拟合平均值分别偏离预期值  $-0.4\sigma$  和  $+0.5\sigma$ , 这说明实验数据和 Monte Carlo 数据存在差别,对 Monte Carlo 数据和真实数据作不同的要求以保证去除同样比例的事例. 此条件用以保证两个大能量中性径迹为物理光子.

经过以上选择后,共得到 11564 个  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$  事例,利用 F. Berends 和 R. Kleiss 的  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$  事例产生器<sup>[6]</sup>. 由 Monte Carlo 模拟可知选择效率为 2.9%, 根据大角度辐射

Bhabha 事例分析, 1993/1994 年  $\psi(2S)$  数据的积分亮度为  $L = (2146 \pm 15 \pm 52) \text{ nb}^{-1[7]}$ , 所以, 在  $\sqrt{s} = 3.686 \text{ GeV}$  时,  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$  的散射截面为:

$$\sigma = \frac{n^{\text{obs}} / \epsilon^{\text{MC}}}{L} = (186 \pm 11) \text{ nb}, \quad (2)$$

式中误差包含统计误差和系统误差,  $n^{\text{obs}}$  为经过选择条件后的事例数,  $\epsilon^{\text{MC}}$  是选择效率. 文献 [6] 给出 QED 理论精确计算结果为  $188 \text{ nb}$ , 实验值与理论预言值在一个标准偏差内相符. 这表明我们选择的  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$  样本是纯净的.

## 2.2 检验结果

为了检查中性径迹在 BSC 中的测量误差, 把满足上述事例选择条件的  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$  候选事例进行四动量约束下的运动学拟合 (4C-拟合), 拟合后得到光子的  $\phi$ ,  $z$  和  $E$  ( $\phi$  和  $z$  为光子在 BSC 第一击中点的位置坐标) 三个输入参量的 Pull 分布, 如图 2 所示对于真实数据和 Monte Carlo 数据它们都不是标准

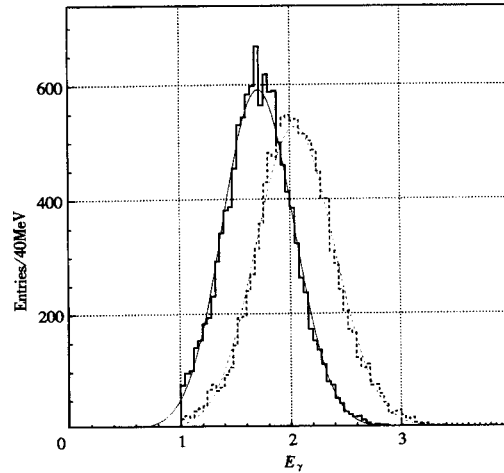


图1  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$  过程中单个光子的簇射沉积能量的分布  
实线为实验数据; 虚线为 Monte Carlo 数据;  $E_\gamma$  单位为 GeV.

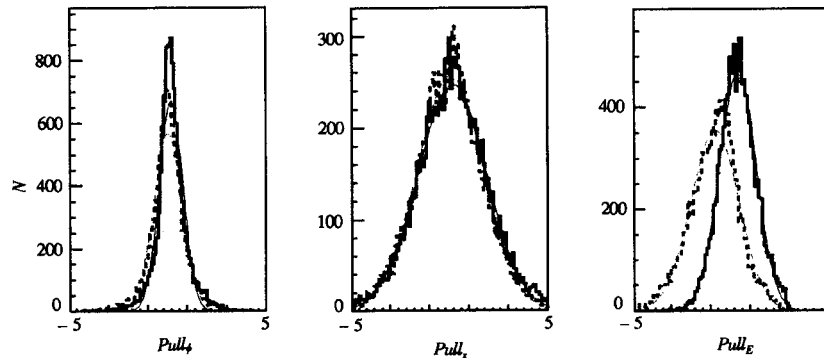


图2 在  $\sqrt{s} = 3.686 \text{ GeV}$ , 对  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$  过程作 4C 运动学拟合,  $\phi$ ,  $z$  和能量的 Pull 分布  
实线为实验数据; 虚线为 MC 数据.

正态分布,  $\phi$  和  $z$  的 Pull 分布平均值都为 0, 但对  $\phi$ , 其标准偏差比 1 小, 对  $z$ , 其标准偏差比 1 大, 而对能量  $E$ , 则平均值和标准偏差都偏离预期值. 由公式 (1) 可知, 这是因为重建时给出中性径迹的  $\phi$  方向的误差偏大, 而  $z$  坐标误差偏小, 能量测量值及其误差均不正确. 这说明实验数据和 Monte Carlo 模拟数据被重建刻度后输出的误差不能反应探测器的真实情况, 这样使得 4C 拟合的结果不可靠. 另外, 图 3 给出了 4C 拟合后的  $Prob_\chi$  分布, 可见  $Prob_\chi$  与 (0, 1) 之间的均匀分布有偏离, 特别是实验数据和 Monte Carlo 样本的分布有明显差别. 如果用 Monte Carlo 来确定事例选择效率, 当利用  $Prob_\chi$  值作为排除本底的事例

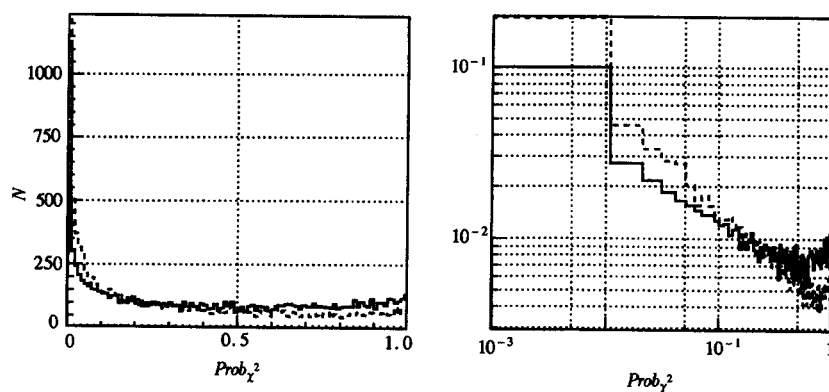


图 3 在  $\sqrt{s} = 3.686\text{GeV}$ , 对  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$  过程作 4C 运动学拟合, 概率  $Prob_{\chi^2}$  分布  
右图为左图的对数坐标图; 实线为实验数据; 虚线为 MC 数据.

判选条件时, 将给物理结果带来很大的系统误差 (如表 1 所示), 例如, 常用的  $Prob_{\chi^2} > 0.01$  或  $Prob_{\chi^2} > 0.05$  的判选要求, 将给选择效率带来 9% 或 18% 的系统误差, 直接影响物理结果的可靠性.

表 1 在  $\sqrt{s} = 3.686\text{GeV}$ , 对  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$  过程作 4C 运动学拟合不同的  $Prob_{\chi^2}$  值对应的  
排除事例数 (数据和 Monte Carlo)

$Prob_{\chi^2}$	排除事例数 (数据) (%)	排除事例数 (MC) (%)	选择效率误差 (%)
	$n_d$	$n_{mc}$	$\frac{n_{mc} - n_d}{1 - n_{mc}}$
>1%	15.2	22.2	+9.0
>2%	17.8	26.6	+12.0
>3%	19.8	30.0	+14.6
>4%	21.6	32.7	+16.5
>5%	23.2	35.1	+18.3
>6%	24.6	37.0	+19.7
>7%	26.0	38.6	+20.5
>8%	27.3	40.3	+21.8
>9%	28.6	41.8	+22.7
>10%	29.8	43.1	+23.4

误差一栏的定义为判选事例时利用和不利用  $Prob_{\chi^2}$ , 选择条件导致的选择效率的相对偏差.

通过以上对实验数据和 Monte Carlo 样本的检查和比较, 可见运动学拟合所依赖的中性径迹的能量和位置测量的误差很不可靠, 要想利用运动学拟合得到可靠的结果, 必须精确确定这些参数. 为此, 我们需要解决以下问题: (1) 修正 BSC 的测量能量  $E$ ; (2) 确定  $\phi, z$  和  $\sqrt{E}$  的误差矩阵; (3) 消除实验数据和 Monte Carlo 模拟数据的差异.

### 3 中性径迹测量误差的确定

BES 的数据分析工作都是基于事例重建后的信息进行的,事例重建是用刻度过程得到的各子探测器的刻度常数对全部过滤后的数据进行处理,将原始数据中所记录的探测器读出电子学的输出数字信号还原为粒子的四动量和空间位置等物理量及其测量误差.严格地说确定径迹的四动量,空间位置及其测量误差需要在事例重建中进行,本文仅利用重建后事例的信息或除 BSC 外其它子探测器(如主漂移室)的信息来确定中性径迹的能量、空间位置及其测量误差.

#### 3.1 能量及其误差的确定

BSC 是利用电子、光子与物质作用时的电磁簇射来测量电子和光子能量的探测器.光子进入介质时与物质的相互作用有:光电效应、康普顿散射及电子对产生,高能光子与介质的主要作用是在原子核场中产生正负电子对,同时能量较高的正负电子在介质中,会辐射光子(韧致辐射),而光子又产生正负电子对,产生的电子又会辐射光子,如此重复形成电磁级联簇射过程.可见电子和光子的能量都是通过电磁级联簇射沉积在 BSC 中的.主漂移室(MDC)对带电粒子的动量测量相当准确,其误差为  $\delta p/p = 1.7\% \sqrt{1+p^2}$  ( $p$  的单位为 GeV),远好于 BSC 对电子能量的测量精度.为此可以利用 MDC 选择一定动量的电子样本,研究它在 BSC 中的行为,来确定 BSC 的测量能量及其误差.

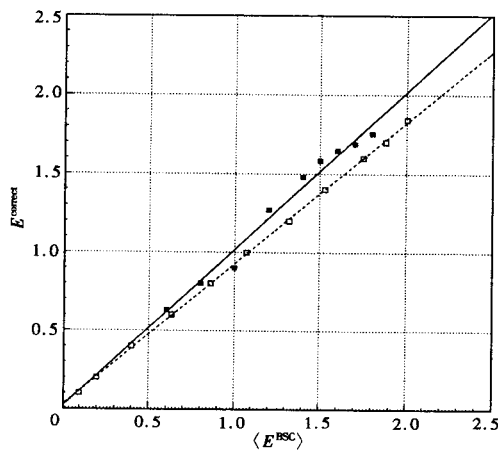
我们选择大角度辐射 Bhabha 事例作为电子样本, Bhabha 事例必须满足以下条件:

- (1) 有且仅有两条带电径迹,中性径迹数不超过五条;
- (2) 两条带电径迹都有好的螺旋线拟合;
- (3) 横动量  $p_{xy} > 0.07\text{GeV}$ ,用以去除可能在 MDC 中打圈的低横动量径迹;
- (4) 选动量最大的一条径迹为标记电子,要求:
  - (a) 其动量  $p > 1.65\text{GeV}$ ,以排除来自  $J/\psi$  衰变的电子;
  - (b) 在 BSC 中沉积能量  $E > 0.8\text{MeV}$ ;
- (5)  $|\cos\theta| < 0.8$ ,  $\theta$  为电子在实验室系中的极角,  $|\cos\theta| = 0.8$  大约相当于 MDC 第七层的覆盖立体角.

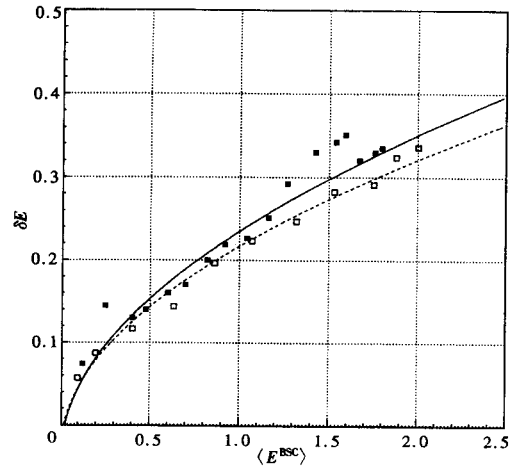
事例挑选中未标记的那个电子被用来刻度 BSC 的沉积能量,它即是辐射光子的电子,所以有一个大范围的动量分布,我们可以截取一小动量区间的电子样本 ( $p \pm \Delta p$ ),忽略电子的质量,这时电子的能量为:

$$E^{\text{out}} = |p \pm \Delta p|. \quad (3)$$

这里  $\Delta p = 0.005\text{GeV}$ ,  $p$  为 MDC 测出的电子动量,  $\Delta p$  相对 BSC 的能量分辨足够小,在这个小区间内可以认为电子的动量均为  $p$  是不变的,而实验表明电子在 BSC 中的簇射沉积能量  $E^{\text{BSC}}$  为高斯分布,拟合  $E^{\text{BSC}}$  可得到电子在 BSC 中沉积能量的平均值  $\langle E^{\text{BSC}} \rangle$  和能量测量误差  $\delta E$ , 正确的电子输出能量应该是它的动量值  $E^{\text{out}}$ . 本文采用线性关系对  $\langle E^{\text{BSC}} \rangle$  进行修正,所以修正后的 BSC 能量为:

图 4  $E^{\text{correct}}$  随  $\langle E^{\text{BSC}} \rangle$  的变化

实线实方格为拟合线和数据点；虚线空方格为 MC 数据；横坐标和纵坐标单位均为 GeV.

图 5  $\delta E$  随  $\langle E^{\text{BSC}} \rangle$  的变化

实线实方格为拟合线和数据点；虚线空方格为 MC 数据；横坐标和纵坐标单位均为 GeV.

$$E^{\text{correct}} = E^{\text{out}} = a \langle E^{\text{BSC}} \rangle + b. \quad (4)$$

根据 BSC 的能量分辨经验公式, 定义能量测量误差  $\delta E$  为:

$$\delta E = c \sqrt{\langle E^{\text{BSC}} \rangle} + d. \quad (5)$$

取不同动量的电子, 就可以在不同的能量点刻度 BSC 的能量. 拟合式 (4) 得到修正常数  $a, b$  的最佳估计值为:

$$a = 1.02, \quad b = -0.015; \quad (6)$$

同理, 可以拟合出  $c, d$  的值为:

$$c = 0.27, \quad d = -0.044. \quad (7)$$

这样就完成了 BSC 的能量修正, 同时也得到了正确的能量测量误差. 图 4 和图 5 为拟合后  $E^{\text{correct}}$  和  $\delta E$  随电子能量  $\langle E^{\text{BSC}} \rangle$  的变化曲线.

### 3.2 空间位置误差的确定

BSC 用  $\phi$  和  $z$  方向坐标来确定中性径迹的位置. 在  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$  过程中, 两个背对背光子的  $\phi$  和  $z$  向坐标分别为  $\phi_1$  和  $\phi_2, z_1$  和  $z_2$ . 理论上可知  $|\phi_1 - \phi_2| - 180^\circ = 0, |z_1 + z_2| = 0$ , 而对于真实测量值它们是以零为中心的高斯分布, 假定两个光子的位置测量误差相同, 那么由误差传递可知单个光子  $\phi$  和  $z$  向误差为

$$\delta\phi = \frac{\delta |\phi_1 - \phi_2| - 180^\circ}{\sqrt{2}} \quad (8)$$

$$\delta z = \frac{\delta |z_1 + z_2|}{\sqrt{2}} \quad (9)$$

用高斯峰拟合  $|\phi_1 - \phi_2| - 180^\circ$  和  $|z_1 + z_2|$  的分布, 可得:

$$\delta\phi = 7.0\text{mrad}, \delta z = 6.4\text{cm}. \quad (10)$$

对于 Monte Carlo 模拟数据,也作了相同的分析研究.

## 4 结果与讨论

利用辐射 Bhabha 事例对 BSC 能量测量进行了校正,并得到了正确的能量测量误差  $\delta E$ . 用  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$  样本确定了中性径迹的空间位置的测量误差  $\delta\phi$  和  $\delta z$ . 把这些物理量作为输入参数重新进行四动量拟合,发现对于单个光子的沉积能量分布,数据和 Monte Carlo 是一致的,且中心值都在 1.843 GeV 附近(如图 6).  $\phi, z$  和  $E$  的 Pull 分布都趋向标准正态分布(如图 7). 更重要的是如图 8 所示拟合的  $Prob_{\chi^2}$  分布实验数据和 Monte Carlo 数据基本上吻合,表 2 给出了利用不同的  $Prob_{\chi^2}$  值作为事例判选条件,对测量  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$  反应截面所带来的误差,与表 1 相比误差大大减小.

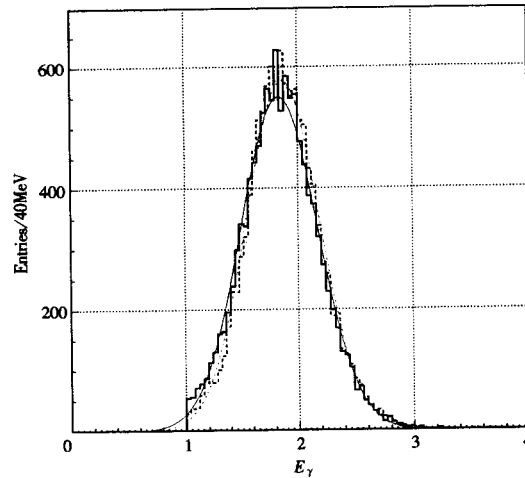


图 6 修正后  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$  过程中单个光子的簇射沉积能量的分布

实线为实验数据;虚线为 Monte Carlo 数据;  $E_\gamma$  单位为 GeV.

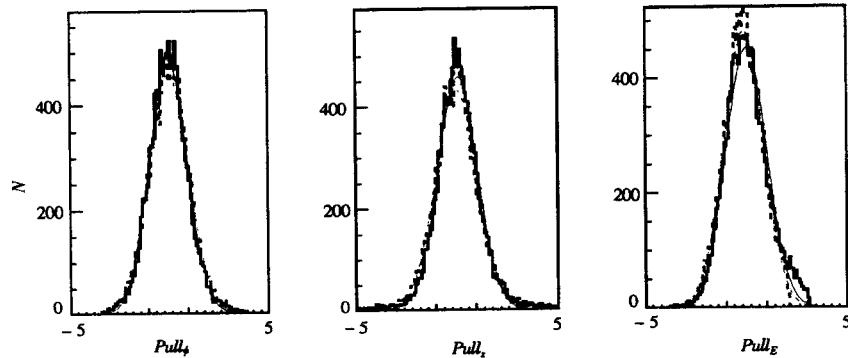


图 7 对  $\sqrt{s}=3.686\text{GeV}$  的  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$  过程,修正后  $\phi, z$  和能量的 Pull 分布

实线为实验数据;虚线为 MC 数据.

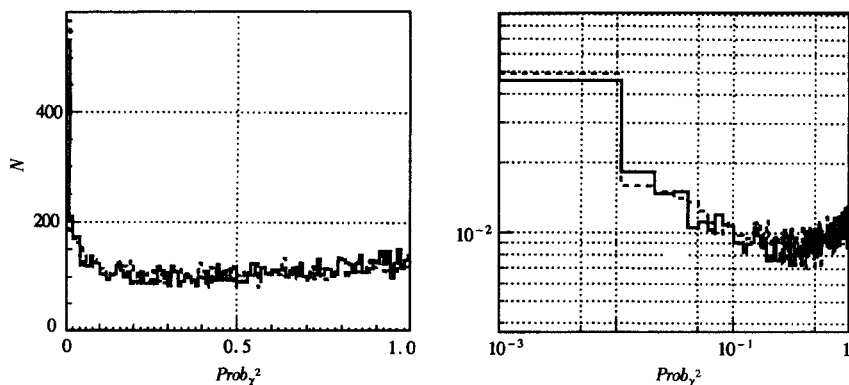


图 8 对  $\sqrt{s}=3.686\text{GeV}$  的  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$  过程, 修正后概率  $Prob_{\chi^2}$  分布  
实线为实验数据; 虚线为 MC 数据.

表 2 对中性径迹的  $E, \delta E, \delta\phi, \delta z$  作修正后, 对  $\sqrt{s}=3.686\text{GeV}$   $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$  过程作 4C 运动学拟合, 选取不同的  $Prob_{\chi^2}$  值对应的排除事例数(数据和 Monte Carlo).

$Prob_{\chi^2}$	排除事例数(数据)(%)	排除事例数(MC)(%)	选择效率误差(%)
	$n_d$	$n_{mc}$	$\frac{n_{mc}-n_d}{1-n_{mc}}$
>1%	4.5	4.9	+0.4
>2%	6.3	6.4	+0.1
>3%	7.8	7.9	+0.1
>4%	9.2	9.3	+0.1
>5%	10.3	10.6	+0.3
>6%	11.4	11.8	+0.5
>7%	12.4	12.9	+0.6
>8%	13.6	13.9	+0.3
>9%	14.6	15.0	+0.5
>10%	15.7	16.1	+0.5

作为推广例子, 我们详细研究了  $\psi(2S) \rightarrow \gamma\pi^0\pi^0$  纯中性衰变道<sup>[8]</sup>, 发现用本文的修正作运动学拟合后, 选择效率提高了 2.8%,  $m_{\pi^0\pi^0}$  不变质量在  $\chi_{c0}$  峰附近的质量分辨减小了 10%, 当  $Prob_{\chi^2} > 0.1$  时, 由此带来的系统误差减小了 15% 以上, 显著提高了测量的精度.

本文的分析方法和结果可以用于 BES 的所有包含中性径迹物理过程的分析. 对 BES 的物理分析有普遍意义.

感谢 BES 合作组的大力支持, 顾以藩研究员和朱永生研究员对本文的建设性意见, 赵政国研究员和毛泽普副研究员的有益讨论, 美国夏威夷大学的 Gary Varner 对本工作的部分检验; 同时也感谢  $\psi(2S)$  物理组, 刻度组和桶部簇射组对本文结果的关心; 最后感谢高能所计算中心工作人员对本文数据分析过程的协助.



## 参 考 文 献

- 1 BES Collab. Nucl. Instr. Meth., 1994, **A344**:319
- 2 Zhu Yongseng. Probability and Statistics in Experimental Physics. Beijing: Academic Press, 1991  
(朱永生, 实验物理中的概率和统计. 北京: 科学出版社, 1991)
- 3 Mao Zepu et al. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1993, **17**:193  
(毛泽普等, 高能物理与核物理, 1993, **17**:193)
- 4 Yuan C Z. BES Analysis Note, 1998, March
- 5 Berends F A, Gastman R. Nucl. Phys., 1973, **B61**:414; Harris I, Brown L M. Phys. Rev., 1957, **105**:1656;  
Eidelman S I, Kuraev E A. Nucl. Phys., 1978, **B143**:353
- 6 Berends F A, Kleiss R. Nucl. Phys., 1981, **B186**:22
- 7 Cui X Z. BES Analysis Note, 1998, June
- 8 Li H B. Study of  $\psi(2S) \rightarrow \gamma \pi^0 \pi^0$  Decay, BES Analysis Note, 1998, May

## Study of Neutral Track Measurement at BES\*

Li Haibo Yuan Changzheng Li Jin Li Xinhua

(Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039)

**Abstract** The accuracy of neutral track measurement by Barrel Shower Counter (BSC) at BES is investigated. The photon energy in BSC is corrected using radiative Bhabha events and the error is determined. The error of photon position in BSC is also determined using the  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$  process. All these results can be applied to BES analysis including neutral tracks, and the systematic error can be remarkably reduced when the kinematic fit is adopted.

**Key words** BES, Neutral track, Kinematic fit, Error

---

Received 13 May 1998

\* Supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 19290400, No 19605007)