

# $A \approx 190$ 区超形变带自旋指定的再讨论(Ⅲ)奇奇核\*

吴崇试<sup>1,2,1)</sup> 周治宁<sup>1,2</sup>

1 (兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心 兰州 730000)

2 (北京大学物理系 北京 100871)

**摘要** 讨论了奇奇核超形变旋称伙伴带中的  $\Delta I = 1$  颤动现象。采用光滑化的  $\gamma$  跃迁能量(即扣除去振荡起伏部分), 系统地讨论了  $A \approx 190$  区奇奇核超形变带的自旋值。旋称伙伴带的  $\Delta I = 1$  颤动现象的存在, 对奇奇核超形变带的自旋指定没有影响。

**关键词** 超形变带  $\Delta I = 1$  颤动 跃迁能量的光滑化 自旋指定  $ab$  公式和改进的  $ab$  公式

关于  $A \approx 190$  区超形变带的自旋指定问题, 文献 [1—5] 中已经指出有两个重要的因素需要考虑, 即跃迁能量的振荡起伏(可能来源于  $\Delta I = 2$  颤动及测量误差等)及奇  $A$  核旋称伙伴带的  $\Delta I = 1$  颤动。在此基础上, 又提出了跃迁能量光滑化的方法, 重新讨论了偶偶核和奇  $A$  核超形变带的自旋指定问题<sup>[2,5]</sup>, 并对奇  $A$  核中的旋称伙伴带使用了进一步改进的  $ab$  公式<sup>[3—5]</sup>。本文将遵循这些原则, 继续讨论  $A \approx 190$  区奇奇核超形变带的自旋指定问题。

在  $A \approx 190$  区的奇奇核中, 已经测到的比较肯定的超形变带有 10 条, 即  $^{192}\text{Tl}$  中的 A、B、C、D<sup>[6]</sup> 和  $^{194}\text{Tl}$  中的 1a、1b、2a、2b、3a、3b<sup>[7]</sup>, 它们分别构成 5 对旋称伙伴带。1992 年曾报道过  $^{192}\text{Tl}$  的 6 条超形变带<sup>[8]</sup>, 它们的级联跃迁都比较短(最多只有 8 条), 因而对自旋值的指定不敏感, 而且其中的 3 条可能就是文献 [6] 中的 A、B 和 C, 所以, 本文对这一组数据暂不作讨论。另外, 还有一条超形变带到底是属于  $^{197}\text{Bi}$  还是  $^{196}\text{Bi}$ , 归属待定<sup>[9,10]</sup>, 在文献 [3,4] 中也曾经提到过, 这里不再重复。

首先重复在偶偶核和奇  $A$  核中所做过的步骤, 讨论对于  $A \approx 190$  区的奇奇核, 跃迁能量中是否存在明显的起伏振荡和明显的  $\Delta I = 1$  颤动, 从而选择正确的拟合方法。

根据文献 [5], 跃迁能量  $E_\gamma(I) \equiv E_\gamma(I+2 \rightarrow I)$  划分为振荡起伏部分  $f_\gamma^{\text{fluc}}(I)$  和光滑变化部分  $\bar{E}_\gamma(I)$ :

$$E_\gamma(I) = f_\gamma^{\text{fluc}}(I) + \bar{E}_\gamma(I), \quad (1)$$

1998-10-15 收稿

\* 国家自然科学基金资助项目(19677203)

1) 中国科学院理论物理研究所客座

而后分离出  $f_{\gamma}^{\text{fluc}}(I)$  (实际上是它的极小值, 计算的细节见文献[5]. 在图 1 中给出了 $^{192,194}\text{Tl}$ 超形变带的  $f_{\gamma}^{\text{fluc}}(I)$  值. 可以看到, 对于这 10 个超形变带, 振荡起伏部分  $f_{\gamma}^{\text{fluc}}(I)$  值绝大多数在 0.5keV 以下, 最大的也只有 1.2keV. 依据这样的分析结果可以预计, 在扣除  $f_{\gamma}^{\text{fluc}}(I)$  项后, 除了拟合精度及其对自旋指定值的敏感程度会略有提高, 拟合参数略有变化外, 对于自旋值的指定不会有明显的影响.

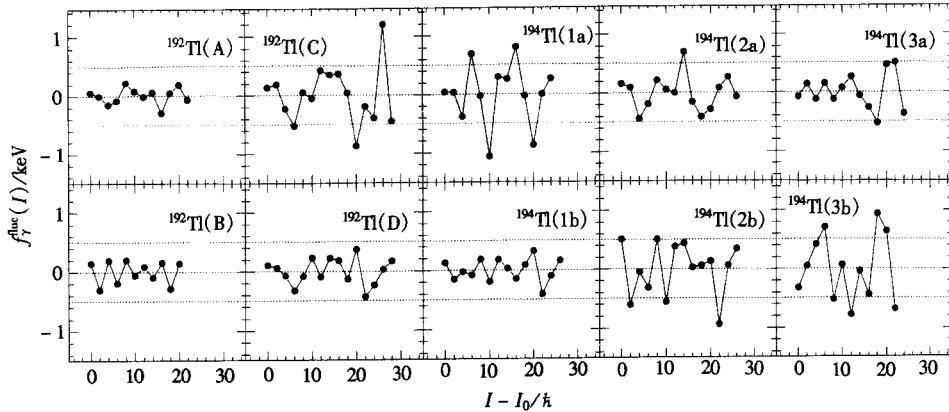


图 1  $^{192,194}\text{Tl}$  超形变带的  $f_{\gamma}^{\text{fluc}}(I)$  值

跃迁能量的实验值均取自文献[6, 7],  $I_0$  为现有跃迁数据中的最低能级自旋.

再重复文献 [3, 4] 中的步骤, 从一对旋称伙伴带的跃迁能量中提取

$$\Delta^2 E_{\gamma}(I) = \frac{1}{2} \left[ E_{\gamma}(I) + E_{\gamma}(I-2) \right] - E_{\gamma}(I-1), \quad (2)$$

就可以断定是否存在  $\Delta I = 1$  颤动现象. 实际计算结果表明, 在 $^{192}\text{Tl}(A, B)$  和 $^{194}\text{Tl}(3a, 3b)$  中, 的确存在明显的  $\Delta I = 1$  颤动. 图 2 中给出了这两对旋称伙伴带的  $\Delta^2 E_{\gamma}(I)$  值. 由图可见, 从光滑化的跃迁能量  $\bar{E}_{\gamma}(I)$  提取的  $\Delta^2 E_{\gamma}(I)$  值, 变化更加规则. 因此, 至少就这两对旋称伙伴带而言, 在作自旋指定时, 似乎必须恰当地考虑  $\Delta I = 1$  颤动的影响. 可是, 进一步分析图 2 中  $\Delta^2 E_{\gamma}(I)$  值的变化趋势, 可以看出它和奇  $A$  核存在明显的不同. 这里的  $\Delta^2 E_{\gamma}(I)$  表现出线性增大的趋势, 而在奇  $A$  核中,  $\Delta^2 E_{\gamma}(I)$  值随  $I$  的变化呈抛物线形, 增大的趋势越来越快<sup>[4]</sup>. 这说明为了描述奇奇核中的  $\Delta I = 1$  颤动, 需要采用和奇  $A$  核不完全相同的形式. 应该说, 这个结果是在事先就可以预见到的. 我们不妨从转动谱的  $I(I+1)$  展开式<sup>[11]</sup>出发来讨论. 例如, 对于偶质量核(包括偶偶核和奇奇核)的  $K = 1$  带,

$$E_I = AI(I+1) + B[I(I+1)]^2 + \cdots + (-)^{I+1}I(I+1)[A_2 + B_2I(I+1) + \cdots], \quad (3)$$

其实, 这个表达式对其它带也成立, 例如, 对于  $K = 2$  带, 也有

$$E_I = AI(I+1) + B[I(I+1)]^2 + \cdots + (-)^I(I-1)I(I+1)(I+2)[A_4 + B_4I(I+1) + \cdots] = AI(I+1) + B[I(I+1)]^2 + \cdots + (-)^{I+1}I(I+1)[A'_2 + B'_2I(I+1) + \cdots],$$

显然, 旋称伙伴带的  $\Delta I = 1$  颤动应该主要来源于旋称相关项. 从(3)式不难求出

$$\Delta^2 E_{\gamma}(I) = 12B(2I+1) + \cdots + (-)^{I+1}2(2I+1)\{A_2 + 2[2I(I+1) + 5]B_2 + \cdots\}, \quad (4)$$

所以,  $\Delta^2 E_\gamma(I)$  值的确应当随  $I$  增大而线性地增大.

上面的分析同时还表明, 对于奇奇核是否考虑  $\Delta I = 1$  颤动的影响, 对自旋值的指定并没有任何影响. 这是因为(3)式可以改写成

$$E_I = [A + (-)^{I+1} A_2] I(I+1) + [B + (-)^{I+1} B_2] [I(I+1)]^2 + \dots = A^\pm I(I+1) + B^\pm [I(I+1)]^2 + \dots,$$

所以, 如果对旋称伙伴带中的每一个带单独作拟合, 两个带的自旋值奇偶性不同, 拟合参数分别为  $A^\pm, B^\pm, \dots$  ( $\pm$  号分别对应于  $I =$  偶数和奇数), 则当

$$A = \frac{1}{2} [A^+ + A^-], \quad B = \frac{1}{2} [B^+ + B^-], \quad \dots \quad (5.1)$$

$$A_2 = -\frac{1}{2} [A^+ - A^-], \quad B_2 = -\frac{1}{2} [B^+ - B^-], \quad \dots \quad (5.2)$$

时, 采用(3)式也一定能得到这一对旋称伙伴带的最佳拟合.

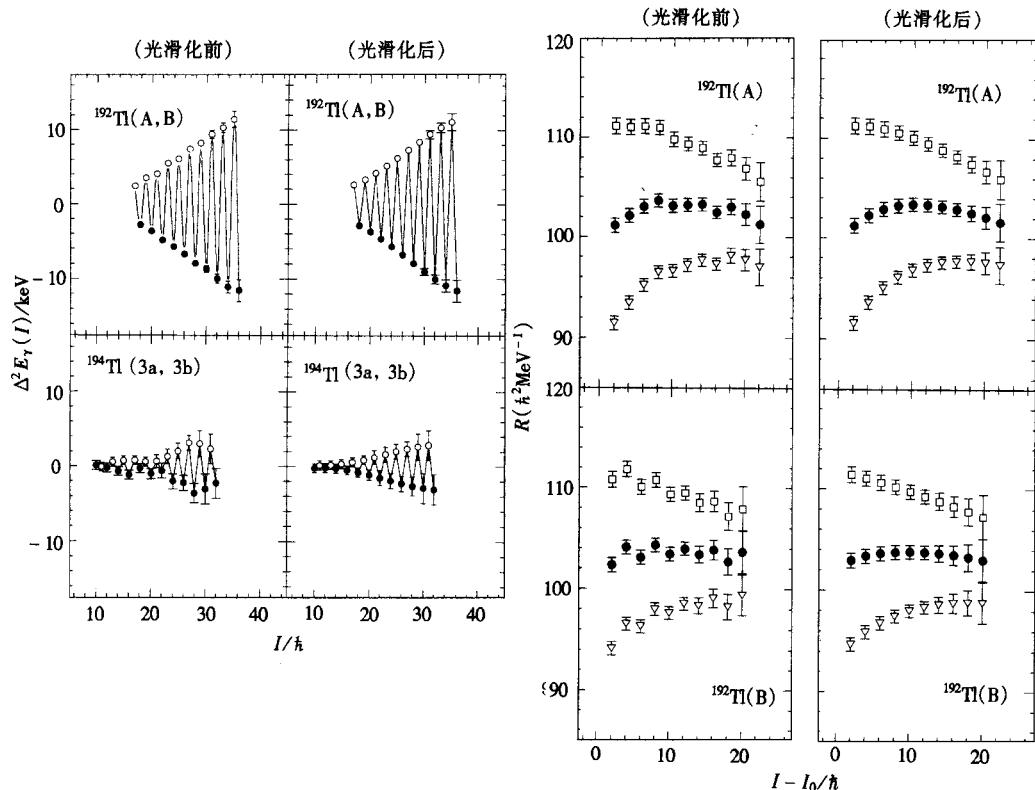


图 2  $^{192,194}\text{Tl}$  超形变带的  $\Delta I = 1$  颤动  
○和●分别表示旋称  $\alpha = 0.1$  时的  $\Delta^2 E_\gamma(I)$  值,  $I$  值可以由后面自旋指定的结果得到. 其余 3 对旋称伙伴带的  $\Delta^2 E_\gamma(I)$  值均不超过 2keV, 为了节省篇幅, 图中没有给出.

实际的计算支持上面的分析. 我们采用  $ab$  公式或改进的  $ab$  公式拟合了超形变带的跃迁能量, 得到的自旋值的确完全相同. 这里, 考虑到上面关于奇奇核能谱  $I(I+1)$  展开

图 3  $^{192}\text{Tl}(A, B)$  两带的  $R$  值与自旋指定的关系  
 $R$  值的定义见正文(7)式, 左右图分别给出了扣除振荡起伏前后的结果, ●、□和▽分别表示按照  $ab$  拟合给出的自旋指定以及人为地升高或降低  $\hbar$  的结果.

的形式,改进的  $ab$  公式应该是

$$E(I) = a[\sqrt{1 + bI(I+1)} - 1] + (-)^I AI(I+1)[a_1 - b_1 I(I+1)], \quad A = ab / 2, \quad (6)$$

显然,这里的  $Aa_1$  和  $Ab_1$  相当于(3)式中的  $-A_2$  和  $B_2$ . 在拟合中采用  $ab$  公式或改进的  $ab$  公式的原因是为了减少参数(以提高拟合的灵敏度),同时又能适当地(至少部分地)包括  $I(I+1)$  的高级项的影响.

表1中列出了这10条超形变带的自旋指定值. 我们看到,本文定出的自旋值和推转 Bohr-Mottelson(CBM)模型的结果<sup>1)</sup>完全相同,但是,<sup>192</sup>Tl的A、B两带的自旋值,比Fischer等<sup>[7]</sup>的结果小 $2\hbar$ . Fischer等把这两个带看成是<sup>191</sup>Hg的5,6带加上一个质子或<sup>193</sup>Tl(而不是<sup>191</sup>Tl)的1,2带加上一个中子,而后根据顺排角动量的叠加性和旋称劈裂的趋势,推断出了这两个带的自旋值.但是,文献[7]也指出,他们得到的只是自旋值的奇偶,并没有完全排除相差 $2\hbar$ 及其倍数的可能性.所以,他们所作的自旋指定和本文的结果并没有根本的矛盾.而我们作出的自旋指定,可以从两类转动惯量的分析中得到进一步的支持.

在文献[13]中,曾经导出原子核两类转动惯量  $\mathcal{J}^{(1)}$  和  $\mathcal{J}^{(2)}$  之间的关系式

$$R \equiv \sqrt{\frac{[\mathcal{J}^{(1)}]^3}{\mathcal{J}^{(2)}}} = \mathcal{J}_0, \quad (7)$$

其中  $\mathcal{J}_0$  为常数(带首转动惯量).  $\mathcal{J}^{(1)}$  和  $\mathcal{J}^{(2)}$  的数值都可以从跃迁能量的实验值提取<sup>[13]</sup>,而且  $\mathcal{J}^{(1)}$  还依赖于自旋值的指定.因此,从跃迁能量的实验值提取  $\mathcal{J}^{(1)}$  和  $\mathcal{J}^{(2)}$ ,而后根据  $R$  值是否为常数就可以判断自旋指定的正确性.图3中给出了由<sup>192</sup>Tl(A, B)两带的跃迁能量计算出的  $R$  值.由图可以看到,采用本文所作的自旋指定值,  $R$  的确几乎不随  $I$  变化,而只要自旋值改变  $\hbar$ ,  $R$  值的变化幅度就明显增大.如果采用文献[7]建议的自旋值,  $R$  值的变

表1  $A \approx 190$  区奇奇核超形变带的自旋指定

超形变带	$E_{\gamma}$ ( $I_0+2 \rightarrow I_0$ )	指定的自旋值 $I_0/\hbar$		
		本文	CBM <sup>1)</sup>	其它
<sup>192</sup> Tl(A)	283.0	13	13	15 <sup>[7]</sup>
(B)	337.5	16	16	18 <sup>[7]</sup>
(C)	233.4	10	10	10 <sup>[7]</sup>
(D)	213.4	9	9	9 <sup>[7]</sup>
<sup>194</sup> Tl(1a)	268.0	12	12	12 <sup>[12]</sup>
(1b)	209.3	9	9	9 <sup>[12]</sup>
(2a)	240.5	10	10	10 <sup>[12]</sup>
(2b)	220.3	9	9	9 <sup>[12]</sup>
(3a)	187.9	8	8	8 <sup>[12]</sup>
(3b)	207.0	9	9	9 <sup>[12]</sup>

跃迁能量的实验值取自文献[6, 7].

1) 周善贵,北京大学博士学位论文,1998

化幅度就更大了.

表 2 中列出了 10 条超形变带的拟合参数. 这里既有分别对每一个超形变带作  $ab$  拟合而得到的参数值, 也有用改进的  $ab$  公式(6)对一对旋称伙伴带作拟合而得到的参数值. 我们看到, 这些参数的确相当好地满足(5)式. 例如, 对一对旋称伙伴带同时拟合得到的带首转动惯量, 差不多是独立拟合时得到的带首转动惯量的平均值. 这里, (5)式之所以并不严格成立, 是因为(6)式中的旋称相关项只保留到  $I(I+1)$  的二次项, 而旋称无关项中含有  $I(I+1)$  的无穷多项.

从表 2 还可以看出, 对于  $^{192}\text{Tl}(\text{A}, \text{B})$  和  $^{194}\text{Tl}(3\text{a}, 3\text{b})$  两对旋称伙伴带,  $a_1$  和  $b_1$  的数值都比较大, 而且符号相反. 因为根据(6)式

表 2  $A \approx 190$  区奇奇核超形变带的拟合参数

超形变带	$a$ ( $\times 10^4$ ) / keV	$b$ ( $\times 10^{-4}$ )	$\mathcal{J}_0 = h^2 / ab$ ( $\text{E}^2 \text{MeV}^{-1}$ )	$a^2 b$ ( $\times 10^4$ ) / keV $^2$	$a_1$ ( $\times 10^{-4}$ )	$b_1$ ( $\times 10^{-7}$ )
$^{192}\text{Tl}(\text{A})$	365.4147	0.0266	102.805	3554.434		
(B)	54.0412	0.1787	103.574	521.766		
(A, B)	95.4839	0.1015	103.190	925.321	-37.60	18.41
(C)	9.0376	1.1287	98.031	92.191		
(D)	8.6814	1.1768	97.879	88.696		
(C, D)	8.8654	1.1514	97.962	90.498	-6.546	-4.673
$^{194}\text{Tl}(1\text{a})$	9.9295	1.0086	99.854	99.440		
(1b)	9.7154	1.0306	99.878	97.272		
(1a, 1b)	9.8205	1.0196	99.866	98.337	1.549	-2.131
(2a)	7.5163	1.3915	95.614	78.611		
(2b)	7.6670	1.3625	95.729	80.091		
(2a, 2b)	7.5923	1.3767	95.672	79.358	6.106	3.214
(3a)	10.4881	0.9381	101.635	103.194		
(3b)	11.6160	0.8476	101.563	114.372		
(3a, 3b)	11.0265	0.8926	101.599	108.529	-4.865	9.150

拟合中使用了光滑化后的跃迁能量  $E_\gamma$  值.

$$\Delta^2 E_\gamma(I) = (-)^I 2A(2I+1) \{a_1 - 2[2I(I+1) + 5]b_1\} - 3Ab(2I+1) + \dots, \quad (8)$$

所以  $a_1$ 、 $b_1$  两项的影响互相叠加而使  $\Delta I = 1$  颤动的幅度加强.  $^{192}\text{Tl}(\text{C}, \text{D})$  和  $^{194}\text{Tl}(2\text{a}, 2\text{b})$  两对旋称伙伴带的  $a_1$ 、 $b_1$  值并不算小, 但是它们符号相同, 反而使得对  $\Delta I = 1$  颤动的贡献互相抵消. 在这 5 对旋称伙伴带中,  $^{194}\text{Tl}(1\text{a}, 1\text{b})$  的  $a_1$  和  $b_1$  数值是最小的, 要比  $^{192}\text{Tl}(\text{A}, \text{B})$  的相应值小一个量级, 它们的  $\Delta I = 1$  颤动当然也就不明显了.

至此, 我们在前后三篇文章(文献 [2, 5] 和本文)中, 已经完全讨论了  $A \approx 190$  区全部超形变带(包括偶偶核、奇  $A$  核和奇奇核)的自旋指定问题. 少数超形变带的自旋值已经从实验上测出, 和我们定出的数值一致. 我们期待有更多超形变带的自旋值能在实验上加以测定, 使该工作得到进一步的检验. 特别有意义的是, 有一部分超形变带, 不同理论方案有不同的自旋值指定, 当然更可以通过实验检验而加以鉴别. 正是基于这样的认识, 我们将在随后的系列文章中讨论  $A \approx 150$  区超形变带的自旋指定问题.

应该指出,目前对于超形变带的研究,无论是实验工作或是理论工作上,都是人们对正常形变带的已有认识的扩展。从实验上说,我们认为超形变带的能谱结构是转动带,讨论超形变带内和带间电磁跃迁的多极性,甚至还作出几例超形变带的自旋测定,使用的都是在正常形变带中行之有效的理论、观念、公式和手段。而在理论上,无一例外地也都是把已有的各种模型和公式(甚至不加修正地)应用于超形变带。原子核在超形变的条件下,肯定会表现出与正常形变下不同的特点和规律。我们相信,只要现有的转动谱公式仍然可以用来描写超形变带,只要强耦合的图象仍然是正确的,那么,我们关于超形变带自旋指定的结果,就应该是正确的。而任何与实验测定值的系统偏离,都说明原子核的超形变转动带,还存在其它在正常形变带中并不显现的物理机制。

### 参 考 文 献

- 1 Wu Chongshi. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1998, **22**:48—54  
(吴崇试. 高能物理与核物理, 1998, **22**: 48—54)
- 2 Wu Chongshi. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1998, **22**:71—77  
(吴崇试. 高能物理与核物理, 1998, **22**: 71—77)
- 3 Wu Chongshi. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1997, **21**:621—626  
(吴崇试. 高能物理与核物理, 1997, **21**:621—626)
- 4 Wu C S, Zhou Z N. Phys. Rev., 1997, **C56**:1814—1820
- 5 Wu Chongshi, Li Zhonghua. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1999, **23**(8):797  
(吴崇试, 李中华. 高能物理与核物理, 1999, **23**(8): 797)
- 6 Azaiez F, Kelly W H, Korten W et al. Phys. Rev. Lett., 1991, **66**:1030—1033
- 7 Fischer S M, Carpenter M P, Janssens R V F et al. Phys. Rev., 1996, **C53**:2126—2133
- 8 Liang Y, Carpenter M P, Janssens R V F et al. Phys. Rev., 1992, **C46**:R2136—2139
- 9 Clark R M, Bouneau S, Azaiez F et al. Phys. Rev., 1995, **C51**:R1052—1055
- 10 Clark R M, Bouneau S, Wilson S et al. Phys. Rev., 1996, **C53**:117—123
- 11 Bohr A, Mottelson B R. Nuclear Structure, Vol. II, Nuclear Deformations. New York: Benjamin, 1973. 33
- 12 Wu C S, Cheng L, Lin C Z et al. Phys. Rev., 1992, **C45**:2507—2510
- 13 Han X-L, Wu C L. At. Data Nucl. Data Tables, 1996, **63**:117—186

## Re-discussion of the Spin Assignments of the Superdeformed Bands in $A \approx 190$ Region (Ⅲ) Doubly Odd Superdeformed Nuclei\*

Wu Chongshi<sup>1,2,1)</sup> Zhou Zhining<sup>1,2</sup>

1 (Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator, Lanzhou 730000)

2 (Department of Physics, Peking University, Beijing 100871)

**Abstract** The influence of the fluctuation in  $\gamma$ -transition energies and the  $\Delta I = 1$  staggering on the spin assignment of superdeformed band is investigated for the doubly odd nuclei in mass  $A \approx 190$  region. The extracted fluctuations in  $\gamma$ -transition energies are not too large, implying a weak influence on their spin assignments except for the fitting parameters and precisions. In addition, the  $\Delta I = 1$  staggering in superdeformed signature partner pairs of doubly odd nuclei behaves differently from that in odd- $A$  nuclei and can be understood in the framework of the collective model. The existence of  $\Delta I = 1$  staggering also exerts no influence on the spin assignment except for a renormalization of fitting parameters. A modified *ab*-expression valid in doubly odd nuclei is proposed. The smoothed transition energies are employed to assign the spins of these superdeformed bands by the *ab*-fitting and its modification.

**Key words** superdeformed band,  $\Delta I = 1$  staggering, smoothed  $\gamma$ -transiton energies, spin assignment, *ab*-expresion and its modification

---

Received 15 October 1998

\* Project (19677203) Supported by National Natural Science Foundation of China

1) Guest Researcher of the Institute of Theoretical Physics, The Chinese Academy of Sciences