

超变形转动带的自旋指定与 实验测定的比较*

雷奕安^{1,2} 林纯镇¹ 曾谨言^{1,2}

1(北京大学物理系 北京 100871)

2(中国科学院理论物理研究所 北京 100080)

1996-09-23 收稿

摘 要

按照转动带自旋指定的 3 种方案, 分析了 $A \sim 190$ 区偶偶核中已测到的超变形带. 对于 $^{194}\text{Hg}(1)$ 和 $^{194}\text{Pb}(1)$, 分析给出的自旋指定与实验值完全一致. 有理由认为, 其它 10 条超变形带的自旋指定也是可信的, 否则要重新审查现有的转动谱理论, 而这些理论对于正常形变核转动带已证明是完全正确的.

关键词 超变形转动带, 自旋指定, 运动学与动力学转动惯量.

1 引 言

首例高自旋超变形(SD)转动带 ^{152}Dy 的测定^[1]已过去十年. 由于超变形带与已测定自旋的正常形变核态之间的跃迁难以确切测定, 所以超变形转动带的自旋、宇称、及激发能级位置尚未在实验上确定. 最近, 文献[2]首次测定 $^{194}\text{Hg}(1)$ (晕超变形带)的自旋及能级位置, 紧接着 $^{194}\text{Pb}(1)$ 晕超变形带的自旋及能级位置也被测定^[3]. 在此之前, 曾经提出过几种方案来指定超变形带的自旋^[4-11]. 超变形带($^{194}\text{Hg}(1)$ 和 $^{194}\text{Pb}(1)$)自旋的实验测定提供了判断这些指定自旋方案正确与否的可靠依据. 本文将对 $A \sim 190$ 区的偶偶核超变形带进行分析 and 比较, 以获取几个常用的核转动谱公式对于超变形核是否适用的信息.

2 超变形转动带自旋指定的几种方案

在指定超变形核的自旋的各种方案中, 分别用到了几个常用的转动谱公式. 这些公式对于正常形变核是适用的. 对于超变形带是否适用? 下面将对此进行分析.

Bohr 等根据对称性的分析得出^[12], 在绝热近似下, 对于轴对称变形核 $K = 0$ (K 是核角动量 I 在对称轴上投影)转动带, 能级由下式给出 ($\xi = \sqrt{I(I+1)}$):

* 国家自然科学基金和中国博士后基金资助.

$$E(I) = A\xi^2 + B\xi^4 + C\xi^6 + D\xi^8 + \dots \quad (1)$$

对于 $K \neq 0$ 的带, 只需把 ξ 换为 $\xi = \sqrt{I(I+1) - K^2}$ 即可 (但 $K = 1/2$ 带需考虑脱耦合项). 对于正常形变带 (稀土和锆系核) 的分析表明, $B/A \sim 10^{-3}$, $C/A \sim 10^{-6}$, $D/A \sim 10^{-9}$, 即 $I(I+1)$ 展开的收敛性是较好的. 对于超变形带, 其收敛性更好 ($B/A \sim 10^{-4}$, $C/A \sim 10^{-8}$ 等), 即更接近于刚性转子.

转动谱的另一个常用公式, 即 Harris 的 ω^2 展开^[12, 13] ($\omega = dE/d\xi$ 是角频率):

$$E = \alpha\omega^2 + \beta\omega^4 + \gamma\omega^6 + \delta\omega^8 + \dots \quad (2)$$

有证据表明, ω^2 展开收敛性似乎优于 $I(I+1)$ 展开^[12]. 特别是 2 参数 Harris 展开

$$E = \alpha\omega^2 + \beta\omega^4 \quad (3)$$

常被用来分析高自旋态. 可以证明^[14], 它与可变转动惯量模型^[15]是等价的.

根据 Bohr 哈密顿量 (包含四极大形变高阶项 $k\beta^4$ 的修正), 在非轴对称度不大 ($\sin^2 3\gamma \ll 1$) 的条件下, 可以导出下列 abc 公式^[16, 17]:

$$E(I) = a[\sqrt{1 + bI(I+1)} - 1] + cI(I+1), \quad (4)$$

c 可正可负 (依赖于 k 的正负号), $cI(I+1)$ 为一个小修正项. $c = 0$ 即回到 Holmberg-Lipas 的经验公式^[18]. 分析表明, 此公式优于同类型的其它转动谱公式 (abc, $\alpha\beta\gamma$ 公式), 而且特别适合于研究超变形带^[6, 7].

根据上述这些转动谱公式, 本文将采用 3 种方案来判定超变形带的自旋. 分析表明, 3 种方案所得结果是一致的, 并与实验完全符合.

方案 I 两类转动惯量随角动量的变化^[11]

根据 (1) — (4) 式, 可求出相应的运动学和动力学转动惯量,

$$J^{(1)} / \hbar^2 = \xi \left(\frac{dE}{d\xi} \right)^{-1}, \quad J^{(2)} / \hbar^2 = \left(\frac{d^2E}{d\xi^2} \right)^{-1}. \quad (5)$$

可以证明, 它们随角动量 (或角频率) 的变化遵守下列几条规律 ($K = 1/2$ 带除外):

- 当 $I \rightarrow 0$ 时, $J^{(1)}$ 和 $J^{(2)}$ 趋于同一个常数 J_0 (带首转动惯量).
- $J^{(1)}$ 和 $J^{(2)}$ 都随 I 单调增大, 或都随 I 单调减小. 但 $d \ln J^{(2)} / d\xi \approx 3 d \ln J^{(1)} / d\xi$.
- $J^{(1)}(\xi)$ 和 $J^{(2)}(\xi)$ 曲线决不相交, 或者都向上弯, 或者都向下弯.
- $I \rightarrow 0$ 时, $dJ^{(1)} / d\xi \rightarrow 0$, $dJ^{(2)} / d\xi \rightarrow 0$.

我们可以根据实验测定的 E_γ , 按下述公式提取 $J^{(1)}$ 和 $J^{(2)}$,

$$J^{(1)}(I-1) / \hbar^2 = (2I-1) / E_\gamma(I \rightarrow I-2), \quad (6)$$

$$J^{(2)}(I) / \hbar^2 = \frac{4}{\Delta E_\gamma(I)} = \frac{4}{E_\gamma(I+2 \rightarrow I) - E_\gamma(I \rightarrow I-2)}. \quad (7)$$

提取的 $J^{(1)}$ 值与自旋指定有关. 利用上述规律分析已测定自旋的正常形变核转动带, 无一不遵守上述规律. 我们可以在不同的自旋指定下画出超变形带的 $J^{(1)}(\xi)$ 和 $J^{(2)}(\xi)$ 曲线. 如发现上述规律中任一条违反, 则所指定的自旋是不正确的.

方案 II 带内 γ 跃迁能量^[6, 7]

实验直接测定的是带内 $E2$ 跃迁产生的一系列均匀排列的 γ 谱线, 测量结果是相当精确的. 如采用 abc 公式 (4) 来计算 $E_\gamma(I+2 \rightarrow I) = E(I+2) - E(I)$, 分析表明, 它对于转

动谱自旋指定相当敏感, 即对于正确自旋指定, E_γ 的计算结果与实验值非常符合, 而一旦与正确自旋偏离 ± 1 , 计算值与实验值的方均根偏离将急剧增大. 对于已测定自旋的正常形变核转动带, 按此法所指定的自旋, 与实验结果完全一致, 无一例外.

方案 III 带首转动惯量的系统学

对于正常形变核, 由于较强的对关联, 相邻偶偶核基带(准粒子真空带)的带首转动惯量的变化都很平滑, 有很规律的系统性. 对于特定的超变形核区, 至少对于 $A \sim 240$ 区超变形核(裂变同质异能态)和 $A \sim 190$ 区超变形核, 有理由相信偶偶核的晕超变形带的带首转动惯量的变化也是比较平滑的, 而带首转动惯量值灵敏地依赖于自旋指定. 例如按(4)式, 相应的

$$\hbar^2 / J^{(1)} = ab[1 + b(I+1)]^{-1/2} + 2c \quad (8)$$

$$\hbar^2 / J^{(2)} = ab[1 + b(I+1)]^{-3/2} + 2c \quad (9)$$

而带首转动惯量

$$J_0 / \hbar^2 = 1 / (ab + 2c). \quad (10)$$

不同的自旋指定, 相应的参数 a , b , c 很不相同, 因而 J_0 也很不相同. 人们可以从相邻偶偶核的 J_0 的系统学判断自旋指定是否合理.

3 $^{194}\text{Hg}(1)$ 和 $^{194}\text{Pb}(1)$ 超变形带的自旋指定与实验值的比较

以下分别用上述各方案来指定晕 SD 带 $^{194}\text{Hg}(1)$ 和 $^{194}\text{Pb}(1)$ 的自旋, 并与实验测定值

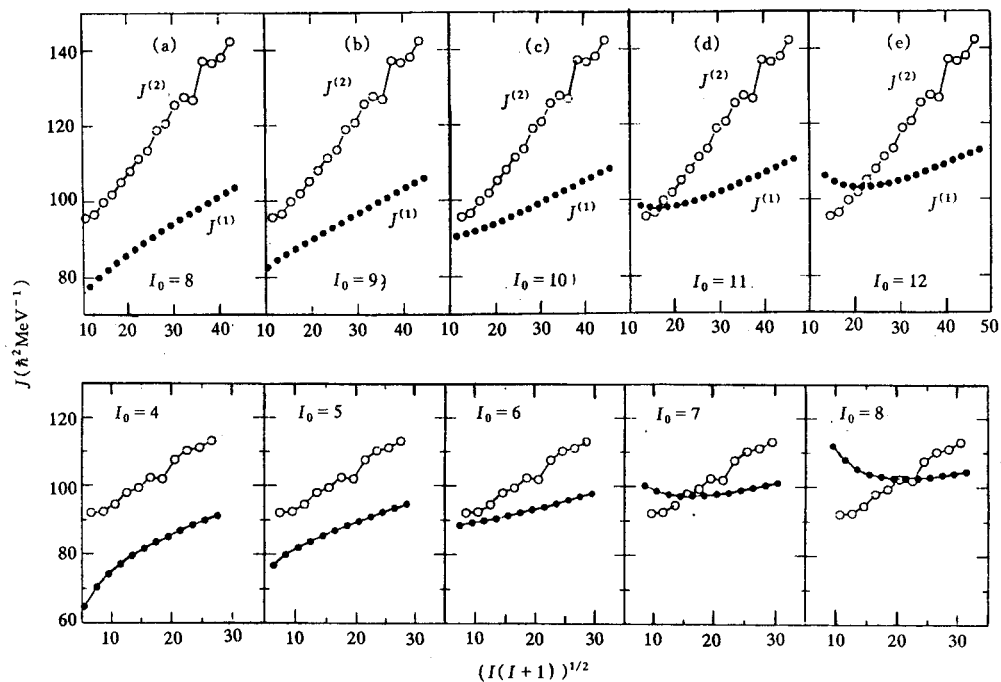


图 1 SD 带 $^{194}\text{Hg}(1)$ 和 $^{194}\text{Pb}(1)$ 的两类转动惯量随角动量的变化
 $J^{(1)}$ 和 $J^{(2)}$ 按照公式(6)和(7)由 E_γ 实验值^[2, 3, 19, 20]来提取. 详细说明见正文.

进行比较.

首先按方案 I, 利用 E_γ 实验值和 (6)、(7) 式, 作出 $J^{(1)}(\xi)$ 和 $J^{(2)}(\xi)$ 曲线. 图 1 分别给出 5 种自旋指定值相应的 $J^{(1)}(\xi)$ 和 $J^{(2)}(\xi)$ 曲线. 可以明显看出, $J^{(2)}$ 曲线形状与自旋指定无关, 而 $J^{(1)}$ 值则随自旋指定而异. 对于 $^{194}\text{Hg}(1)$, $I_0 = 10$, $E_\gamma(I_0 + 2 \rightarrow I_0) = 254.3\text{keV}^{[19]}$, 相应的曲线随 ξ 的变化完全符合规律 (a—d). 这个自旋指定与实验测定^[2] 完全一致, 取 $I_0 = 8, 9$ 或 $11, 12$ 时, 这些规律明显被破坏. 类似, 对于 $^{194}\text{Pb}(1)$, 当指定 $I_0 = 6$, $E_\gamma(I_0 + 2 \rightarrow I_0) = 169.6\text{keV}^{[20]}$ 时, 规律全部成立, 而 $I_0 = 4, 5$ 或 $7, 8$ 时, 这些规律全部被违反. 这个自旋指定也与实验值^[3] 一致.

其次考虑方案 II, 即用 abc 公式 (4) 去拟合 E_γ 实验值, 当采用实验测定的自旋值时, 计算所得 E_γ 值与实验值符合得非常好, 相对方均根偏离 $\chi < 10^{-3}$ (见表 1), 在实验误差范围内. 但当自旋指定一旦偏离实验值 ± 1 , χ 立即增大一个数量级 (见图 2). 可以看出, 方案 I 和 II 所指定的自旋值是一致的, 并与实验测定完全相同. 这说明, 转动谱公式 (1)—(4) 不仅对于正常轴对称变形核, 而且对于超变形核也同样适用.

表 1 晕超变形带 $^{194}\text{Hg}(1)$ 和 $^{194}\text{Pb}(1)$ 的带内 $E_2 \gamma$ 跃迁能量与计算值和实验值的比较

I	$^{194}\text{Hg}(1)$		$^{194}\text{Pb}(1)$		I	$^{194}\text{Hg}(1)$		$^{194}\text{Pb}(1)$	
	$E_\gamma(I+2 \rightarrow I)\text{keV}$		$E_\gamma(I+2 \rightarrow I)\text{keV}$			$E_\gamma(I+2 \rightarrow I)\text{keV}$		$E_\gamma(I+2 \rightarrow I)\text{keV}$	
	exp ^[19]	cal ¹⁾	exp ^[20]	cal ²⁾		exp ^[19]	cal ¹⁾	exp ^[20]	cal ²⁾
6			169.6	169.5	26	563.6	563.3	567.9	568.0
8			213.1	213.3	28	597.3	597.4	603.3	603.3
10	254.3	254.3	256.4	256.4	30	630.5	630.6		
12	296.2	296.4	298.8	298.6	32	662.4	662.9		
14	337.7	337.6	339.7	339.8	34	693.8	694.3		
16	377.8	377.8	380.0	380.1	36	725.4	725.0		
18	417.1	416.9	419.1	419.4	38	754.6	754.9		
20	455.2	455.1	458.4	457.8	40	783.9	784.1		
22	492.3	492.2	495.6	495.4	42	812.9	812.7		
24	528.3	528.2	531.9	532.1	44	841.0	840.7		

1) $a=1.086 \times 10^4 \text{ keV}$, $b=0.5796 \times 10^{-3}$, $c=2.4983 \text{ keV}$, $\chi=0.419 \times 10^{-3}$.

2) $a=0.4252 \times 10^4 \text{ keV}$, $b=1.027 \times 10^{-3}$, $c=3.5261 \text{ keV}$, $\chi=0.661 \times 10^{-3}$.

最后讨论一下带首转动惯量 J_0 . 利用 abc 公式 (4) 拟合 E_γ 值定出的参数 a, b, c , 可以计算 $J_0 = 1 / (ab + 2c)$. 它灵敏地依赖于自旋指定 (表 2). 对于 $^{194}\text{Hg}(1)$ 和 $^{194}\text{Pb}(1)$, 当用实验测定自旋值时, 计算出 J_0 值分别为 88.6 和 $87.6\hbar^2 \text{ MeV}^{-1}$, 彼此很接近. 这与正常形变相邻偶偶核基带的带首转动惯量很相近是类似的. 还应该提到, 当自旋指定值与实验值偏离 $+1$ 或 -1 时, J_0 值将大幅度增大或减小 (见表 2). 因此, 由 $^{194}\text{Hg}(1)$ 和 $^{194}\text{Pb}(1)$ 实验测定自旋值所得出的 J_0 值, 可以作为相邻偶偶核晕 SD 带自旋指定的一个重要参考.

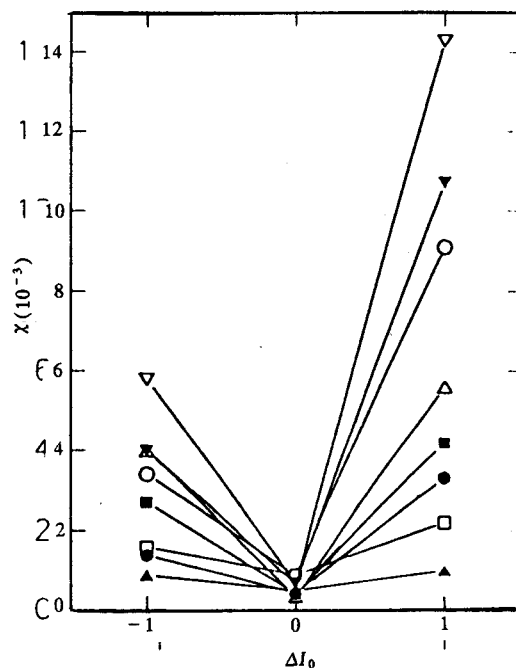


图 2 $A \sim 190$ 区偶偶核超变形核转动带的 E_γ 计算值与实验值的
相对方均根偏离 χ

○ ^{198}Po ; ● ^{198}Pb ; ▽ ^{196}Pb ; ▼ ^{194}Pb ; □ ^{192}Pb ; ■ ^{194}Hg ; △ ^{192}Hg ; ▲ ^{190}Hg
 ΔI_0 表示自旋指定与正确自旋指定的偏离。

表 2 $A \sim 190$ 区超变形转动带的自旋指定与带首转动惯量的分析

SD带	$E_\gamma(I_0+2 \rightarrow I_0)$ (keV)	自旋 指定	带首转动惯量 J_0 ($\hbar^2 \text{MeV}^{-1}$)		
		I_0	I_0	I_0-1	I_0+1
$^{198}\text{Po}(1)$	175.9	6	84.2	68.9	94.5
$^{198}\text{Pb}(1)$	304.6	12	87.2	78.3	93.9
$^{196}\text{Pb}(1)$	169.9	6	87.8	74.3	96.3
$^{194}\text{Pb}(1)$	169.6	6	87.6	72.8	97.4
$^{192}\text{Pb}(1)$	262.6	10	84.8	73.8	93.7
$^{194}\text{Hg}(1)$	254.3	10	88.6	79.9	96.1
$^{192}\text{Hg}(1)$	214.6	8	87.2	76.8	95.5
$^{190}\text{Hg}(1)$	360.0	14	82.3	75.2	88.9
$^{192}\text{Hg}(2)$	283.5	11	69.0	81.5	93.0
$^{192}\text{Hg}(3)$	333.1	13	70.4	80.4	89.9
$^{194}\text{Hg}(2)$	201.3	8	93.6	83.1	101.1
$^{194}\text{Hg}(3)$	262.3	11	93.9	85.0	100.7
$^{194}\text{Pb}(2a)$	241.2	10	94.5	82.2	102.6
$^{194}\text{Pb}(2b)$	260.9	11	94.2	83.3	107.1

4 $A \sim 190$ 区其它偶偶核超变形带的自旋指定

$A \sim 190$ 区其它偶偶核晕 SD 带的 $J^{(1)}(\xi)$ 和 $J^{(2)}(\xi)$ 曲线见图 3。由此所定出的自旋值

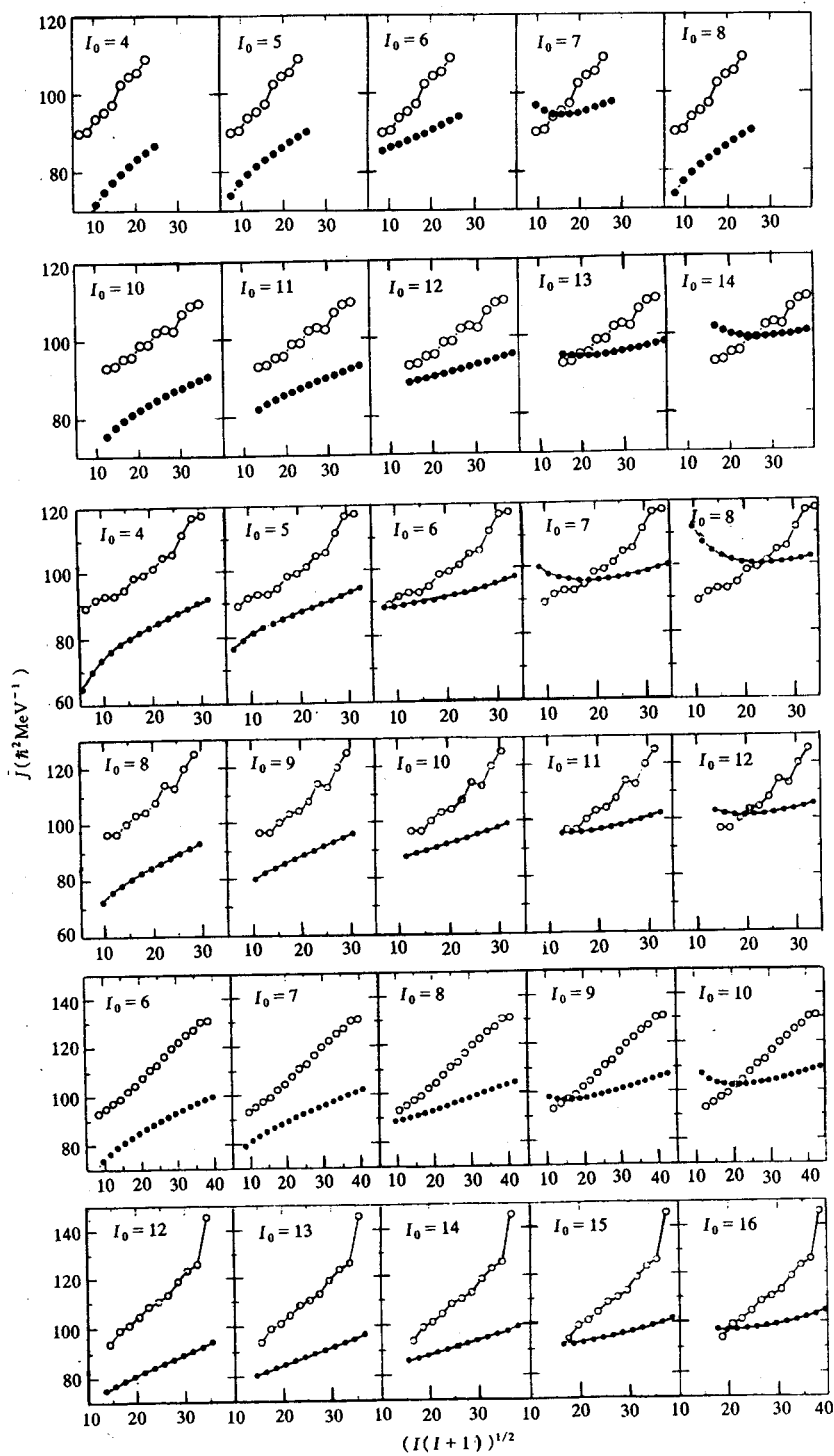


图3 $A \sim 190$ 区其它偶偶核晕SD带的两类转动惯量随角动量的变化

$J^{(1)}$ 和 $J^{(2)}$ 按公式(6)和(7)提取, E_r 的实验值分别取自文献 [21—26],

$E_r(J_0+2 \rightarrow J_0)$ 和 I_0 的值见表2.

列于表 2 中. 按方案 II 分析, 所得结果见图 2. 可以看出, 两种方案所定出结果也完全一致.

值得提到, 按方案 I、II 所指定的正确自旋所计算出的带首转动惯量 J_0 值都与 $^{194}\text{Hg}(1)$ 和 $^{194}\text{Pb}(1)$ 接近 ($J_0 \sim 82-88\hbar^2 \text{ MeV}^{-1}$). 而自旋指定偏离 +1 时, J_0 值相应大幅度增大, $J_0 \sim 90-98\hbar^2 \text{ MeV}^{-1}$, 而自旋指定减小 1 时, J_0 大幅度减小, $J_0 \sim 70-80\hbar^2 \text{ MeV}^{-1}$. 与已测定自旋值的 $^{194}\text{Hg}(1)$ 和 $^{194}\text{Pb}(1)$ 带的 J_0 值比较, 都是不合理的. 因此, 带首转动惯量 J_0 的系统学也可以作为自旋指定的一个重要参考.

最后讨论一下偶偶核激发 SD 带. 作为示例, 用方案 I 对 $^{194}\text{Hg}(2)$ 和 $^{194}\text{Hg}(3)$ SD 带的分析见图 4. 分析结果与方案 II 完全一致. 此外, 从表 2 可以看出, 按正确自旋指定所计算出的带首转动惯量 $J_0(^{194}\text{Hg}(2)) \approx 93.6\hbar^2 \text{ MeV}^{-1}$ 与 $J_0(^{194}\text{Hg}(3)) \approx 93.9\hbar^2 \text{ MeV}^{-1}$ 彼此非常接近, 这是合理的, 因为它们是一 signature $\alpha = 0, 1$ 的一对 SD 带. 此外, 它们的 J_0 值 ($\sim 93.8\hbar^2 \text{ MeV}^{-1}$) 比晕 SD 带 $^{194}\text{Hg}(1)$ (准粒子真空带) 的 J_0 值 ($88.6\hbar^2 \text{ MeV}^{-1}$) 稍大, 这也是合理的, 因为它们是二准粒子激发带, 由于堵塞效应, 带首转动惯量系统变大一些. 这与正常形变核中的情况相似.

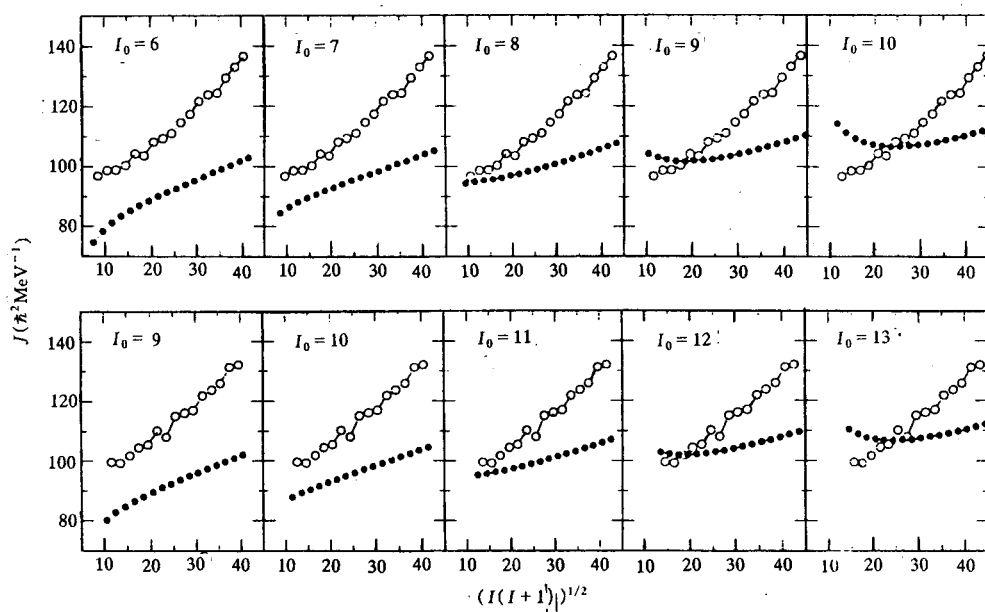


图 4 激发 SD 带 $^{194}\text{Hg}(2)$ 和 $^{194}\text{Hg}(3)$ 的 $J^{(1)}$ 和 $J^{(2)}$ 随角动量的变化
对 $^{194}\text{Hg}(2)$, $E_\gamma(I_0 + 2 \rightarrow I_0) = 201.3 \text{ keV}$; 对 $^{194}\text{Hg}(3)$, $E_\gamma(I_0 + 2 \rightarrow I_0) = 262.3 \text{ keV}$ [27,28].

以上分析表明, 非轴对称度不大的正常形变核适用的转动谱唯象公式 (1) — (4) 对于 $A \sim 190$ 区超变形核是适用的. 基于这些转动谱公式所得出的三种自旋指定方案, 对于正常形变核和超变形核转动带都是适用的. 利用它们所确定的自旋与实验值完全一致, 而对于实验上未测定自旋的 SD 带, 这种自旋指定是可信的.

参 考 文 献

- [1] P. J. Twin *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **57**(1986)811.
- [2] T. L. Khoo, *Phys. Rev. Lett.*, **76**(1996)1583.
- [3] M. J. Brinkman *et al.*, *Phys. Rev.*, **C53**(1996)R1461.
- [4] J. A. Becker *et al.*, *Phys. Rev.*, **C46**(1992)889.
- [5] J. E. Drapper *et al.*, *Phys. Rev.*, **C42**(1991)R1791.
- [6] 邢 正、陈星冀, 高能物理与核物理, **15**(1991)1020.
- [7] J. Y. Zeng, J. Meng, C. S. Wu *et al.*, *Phys. Rev.*, **C44**(1991)R1745.
- [8] C. S. Wu, J. Y. Zeng, Z. Xing *et al.*, *Phys. Rev.*, **C45**(1992)261.
- [9] Xu Furong, Hu Jimin, *Phys. Rev.*, **C49**(1994)1449.
- [10] R. Piepenbring, K. V. Protasov, *Z. Phys.*, **A345**(1993)7.
- [11] J. Y. Zeng, Y. A. Lei, W. Q. Wu *et al.*, *Commun. Theor. Phys.*, **24**(1995)425.
- [12] A. Bohr, B. R. Mottelson, *Nuclear Structure*, vol. II. (Benjamin, Massachusetts 1975).
- [13] S. M. Harris, *Phys. Rev.*, **138B**(1965)509.
- [14] A. Klein, R. M. Dreizler, T. K. Das, *Phys. Lett.*, **31B**(1970)333.
- [15] G. Scharff-Goldhaller, C. Dove, A. L. Goodman, *Ann. Rev. Nucl. Sci.*, **26**(1976)239.
- [16] C. S. Wu, J. Y. Zeng, *Commun. Theor. Phys.*, **5**(1987)51.
- [17] H. X. Huang, C. S. Wu, J. Y. Zeng, *Phys. Rev.*, **C39**(1989)1617.
- [18] P. Holmberg, P. O. Lipas, *Nucl. Phys.*, **A117**(1968)552.
- [19] C. W. Beausang *et al.*, *Z. Phys.*, **A335**(1990)325.
- [20] M. J. Brinkman *et al.*, *Z. Phys.*, **A336**(1990)115.
- [21] D. P. McNabb *et al.*, *Phys. Rev.*, **C53**(1996)R541.
- [22] R. M. Clark *et al.*, *Phys. Rev.*, **C50**(1994)1222.
- [23] E. F. Moore *et al.*, *Phys. Rev.*, **C48**(1993)2261.
- [24] E. A. Henry *et al.*, *Z. Phys.*, **A339**(1991)469.
- [25] J. A. Becker *et al.*, *Phys. Rev.*, **C41**(1990)R9.
- [26] R. V. F. Janssens *et al.*, *Nucl. Phys.*, **A520**(1990)75c.
- [27] D. M. Cullen *et al.*, *Nucl. Phys.*, **A520**(1990)105c.
- [28] J. R. Hughes *et al.*, *Phys. Rev.*, **C50**(1994)R1265.

Comparison of the Spin Assignment and Experimental Determination of Superdeformed Bands

Lei Yian^{1,2} Lin Chunzhen¹ Zeng Jinyan^{1,2}

1(Department of Physics, Peking University, Beijing 100871)

2(Institute of Theoretical Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

Received 23 September 1996

Abstract

Using the three schemes for the spin assignment of rotational bands, the superdeformed bands of even-even nuclei observed in the $A \sim 190$ region were analyzed. For the yrast SD bands $^{194}\text{Hg}(1)$ and $^{194}\text{Pb}(1)$, the spin assignment are consistent with the experimental results. The spin assignment for the other SD bands in even-even nuclei ($A \sim 190$) are also believed to be reliable. Otherwise, the validity of the available theory should be re-examined when applied to the superdeformed nuclei.

Key words superdeformed band, spin assignment, kinematic and dynamic moments of inertia.