包含轻子结构的夸克模型*

刘耀阳
(中国科学技术大学近代物理系　合肥　230026)

江向东　周剑歌
(中国科学院高能物理研究所　北京　100039)

1995－10－16 收稿

摘　要

对标准模型作手征性扩充后，模型中平行地存在手征性相反的夸克态．相应于构成强子的 f 代普通夸克，新加的同样代数、手征性相反的夸克可能构成轻子．对扩充后的模型超对称化之后，使得渐近自由性质的破坏所要求的代的数目从大于 33/8 减少到大于 9/4，从而有可能解释手征相反的夸克构成的轻子为什么比普通夸克构成的强子大小要小得多等特点．

关键词　标准模型、手征性、扩充、超对称化

1　引　言

基于解释强子结构的夸克模型和相互作用的规范原理而建立的 $SU(3)\times SU(2)\times U(1)$ 模型，即标准模型，虽然在描述强、弱和电磁这三种基本的相互作用方面取得了很大的成功，但理论本身存在的一些众所周知的问题表明它不是一个完备的理论．因此，不以一时或局部的实验背景为依据，而以相互作用的规范不变性或更广义的不变性为指导原理，进行超越标准模型的探索，已越来越引起人们的兴趣．

我们知道，规范理论可描述为：对一个自由的经典相对论质点，按照对应原理把泊松括号换成量子括号，就得到了自由粒子的波动方程．狄拉克曾指出，量子括号仍允许动量算符的表示具有某种任意性．当把这种任意性转移到一个矢量场时，就可建立一个有相互作用的规范理论[1]．这种引入规范场的方法，其数学表述就是把动量算符中的偏导数 ∂_μ 换成协变导数 D_μ，正像在广义相对论中所遇到的那样．然而，在标准模型中[2]，由于左手态和右手态处于不对称的地位，若应用上述建立规范理论的程序，则不得不假定初始的自由质点没有质量，而后再通过汤川耦合和真空自发破缺机制使粒子获得质量。

* 国家自然科学基金和中国科学院 LWTZ－1298 资助.

考虑到没有一个物理原则排除这样一种可能性, 即不同的夸克家族具有不同的手征性, 因此我们引进与通常的夸克代的数目相同的新的夸克家族, 它们的手征性与标准模型中的通常夸克的手征性相反. 众所周知, 通常的夸克家族, 意味着二重态是左手态而单态是右手态. 并且, 普通夸克是呈强子性的夸克, 不妨叫它们作 h 夸克, 它们是构成强子的组分. 而我们引进的新的夸克家族, 其二重态是右手而单态是左手. 这新的 f 代夸克都是呈轻子性的夸克, 称它们为 l 夸克, 它们是构成轻子的基元. 显然, 在这样一个模型中, l 夸克和 h 夸克都被置于相同的物质结构层次, 轻子被还原到与强子相同的层次上.

基于这种手征扩充的思想, 在我们近期工作的基础上[3], 进一步讨论如下内容:

在第 2 节, 从带质量的费米子的自由理论出发, 采用上述引进规范相互作用的常规方法, 得到左、右手二重态并行存在的 $SU(3)\times SU(2)\times U(1)$ 规范理论. 同时讨论了将该理论应用于重子数破坏和轻子结构等方面的可能性. 在第 3 节, 将手征扩充的理论超对称化, 得到具有超对称性的拉氏量. 在第 4 节, 讨论怎样确定质量谱和波函数的混合问题. 在第 5 节, 讨论了超对称化后的一些结果, 特别是理论对夸克代的数目的要求能与目前的实验相容. 在附录中, 列出了本文所用的一些场量和矩阵的记号。

2　标准模型的手征扩充

用 $(u_{\rm h}, d_{\rm h})$ 代表 f 代左手征自由夸克即 h 夸克, 其固有静止质量分别是 $m_{\rm u}^0$ 和 $m_{\rm d}^0$; 用 $(u_{\rm l}, d_{\rm l})$ 代表新引进的 f 代右手征自由夸克, 它们的质量是退化的, 记为 $M_{\rm u}^0=M_{\rm d}^0=M^0$. 将自由拉氏函数密度以左手征为 L、右手征为 R 的标记写出, 并用 C 表示电荷共轭, 则有:

$$\mathscr{L}_0=\overline{\begin{pmatrix}u_{\rm hL}\\ d_{\rm lL}^C\end{pmatrix}}{\rm i}\gamma^\mu\partial_\mu\begin{pmatrix}u_{\rm hL}\\ d_{\rm lL}^C\end{pmatrix}+\overline{\begin{pmatrix}u_{\rm hR}\\ d_{\rm lR}^C\end{pmatrix}}{\rm i}\gamma^\mu\partial_\mu\begin{pmatrix}u_{\rm hR}\\ d_{\rm lR}^C\end{pmatrix}+\overline{\begin{pmatrix}d_{\rm hL}\\ u_{\rm lL}^C\end{pmatrix}}{\rm i}\gamma^\mu\partial_\mu\begin{pmatrix}d_{\rm hL}\\ u_{\rm lL}^C\end{pmatrix}+\overline{\begin{pmatrix}d_{\rm hR}\\ u_{\rm lR}^C\end{pmatrix}}{\rm i}\gamma^\mu\partial_\mu\begin{pmatrix}d_{\rm hR}\\ u_{\rm lR}^C\end{pmatrix}$$
$$-\left[\overline{\begin{pmatrix}u_{\rm hL}\\ d_{\rm lL}^C\end{pmatrix}}\begin{pmatrix}m_{\rm u}^0 & 0\\ 0 & M^0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u_{\rm hR}\\ d_{\rm lR}^C\end{pmatrix}+\overline{\begin{pmatrix}d_{\rm hL}\\ u_{\rm lL}^C\end{pmatrix}}\begin{pmatrix}m_{\rm d}^0 & 0\\ 0 & M^0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}d_{\rm hR}\\ u_{\rm lR}^C\end{pmatrix}+{\rm h.c.}\right]. \tag{1}$$

用 t 和 w 代表作用于味空间的任意给定的常数幺正矩阵, 并且定义:

$$N\equiv t^\dagger M^0 w,\qquad N_{\rm u}^\dagger\equiv t_{\rm u}^\dagger m_{\rm u}^0 w_{\rm u},\qquad N_{\rm d}^\dagger\equiv t_{\rm d}^\dagger m_{\rm d}^0 w_{\rm d}, \tag{2}$$

则有:

$$\begin{pmatrix}m_{\rm u}^0 & 0\\ 0 & M^0\end{pmatrix}=T_{\rm u}\begin{pmatrix}0 & N\\ N_{\rm u}^\dagger & 0\end{pmatrix}W_{\rm u}^\dagger,\qquad \begin{pmatrix}m_{\rm d}^0 & 0\\ 0 & M^0\end{pmatrix}=T_{\rm d}\begin{pmatrix}0 & -N\\ N_{\rm d}^\dagger & 0\end{pmatrix}W_{\rm d}^\dagger,$$
$$T_{\rm u}=\begin{pmatrix}0 & t_{\rm u}\\ t & 0\end{pmatrix},\quad T_{\rm d}=\begin{pmatrix}0 & t_{\rm d}\\ t & 0\end{pmatrix},\quad W_{\rm u}^\dagger=\begin{pmatrix}w_u^\dagger & 0\\ 0 & w^\dagger\end{pmatrix},\quad T_{\rm d}=\begin{pmatrix}w_d^\dagger & 0\\ 0 & -w^\dagger\end{pmatrix}, \tag{3}$$

其中 T 和 W 也都是幺正矩阵. 对表式(1)中的拉氏量作如下变换:

$$T_u\begin{pmatrix}u_{hL}\\ d_{lL}^C\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}u_{hL}\\ d_{lL}^C\end{pmatrix},\qquad T_d\begin{pmatrix}d_{hL}\\ u_{lL}^C\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}d_{hL}\\ u_{lL}^C\end{pmatrix},$$
$$W_u\begin{pmatrix}u_{hR}\\ d_{lR}^C\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}u_{hR}\\ d_{lR}^C\end{pmatrix},\qquad W_d\begin{pmatrix}d_{hR}\\ u_{lR}^C\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}d_{hR}\\ u_{lR}^C\end{pmatrix},\tag{4}$$

表式(1)则变为:

$$\begin{aligned}\mathscr{L}_0=&\overline{\begin{pmatrix}u_{hL}\\ d_{hL}\end{pmatrix}}\mathrm{i}\gamma^\mu\partial_\mu\begin{pmatrix}u_{hL}\\ d_{hL}\end{pmatrix}+\overline{\begin{pmatrix}d_{lR}^C\\ -u_{lR}^C\end{pmatrix}}\mathrm{i}\gamma^\mu\partial_\mu\begin{pmatrix}d_{lR}^C\\ -u_{lR}^C\end{pmatrix}+\bar{u}_{hR}\mathrm{i}\gamma^\mu\partial_\mu u_{hR}\\ &+\bar{d}_{hR}\mathrm{i}\gamma^\mu\partial_\mu d_{hR}+\bar{d}_{lL}^C\mathrm{i}\gamma^\mu\partial_\mu d_{lL}^C+\bar{u}_{lL}^C\mathrm{i}\gamma^\mu\partial_\mu u_{lL}^C\\ &-\left[\overline{\begin{pmatrix}u_{hL}\\ d_{hL}\end{pmatrix}}\begin{pmatrix}N&0\\0&N\end{pmatrix}\begin{pmatrix}d_{lR}^C\\ -u_{lR}^C\end{pmatrix}+\bar{u}_{hR}N_u d_{lL}^C+\bar{d}_{hR}N_d u_{lL}^C+\mathrm{h.c.}\right].\end{aligned}\tag{5}$$

表式(5)已清楚地表明, 我们可以用前面说过的方法引进 $SU(3)\times SU(2)\times U(1)$ 规范相互作用. 各种夸克场的 $SU(3)$ 和 $SU(2)$ 表示以及超荷和电荷值列于表1:

表 1

	$L_h\equiv\begin{pmatrix}u_{hL}\\ d_{hL}\end{pmatrix}$	u_{hR}	d_{hR}	$L_l\equiv\begin{pmatrix}u_{lL}\\ d_{lL}\end{pmatrix}$	d_{lR}	u_{lR}	$R_l^C\equiv\begin{pmatrix}d_{lR}^C\\ -u_{lR}^C\end{pmatrix}$	d_{lL}^C	u_{lL}^C
$SU(3)$	3	3	3	3*	3*	3*	3	3	3
$SU(2)$	2	1	1	2	1	1	2	1	1
Y	1/3	4/3	−2/3	−1/3	−4/3	2/3	1/3	4/3	−2/3
Q	$\begin{pmatrix}2/3\\ -1/3\end{pmatrix}$	2/3	−1/3	$\begin{pmatrix}1/3\\ -2/3\end{pmatrix}$	−2/3	1/3	$\begin{pmatrix}2/3\\ -1/3\end{pmatrix}$	2/3	−1/3

按照上表中的标记, 有相互作用的拉氏函数密度可以写成:

$$\begin{aligned}&\mathscr{L}=\mathscr{L}_1+\mathscr{L}_2,\\ &\mathscr{L}_1=\bar{L}_h\mathrm{i}\gamma^\mu\mathrm{D}_\mu L_h+\bar{R}_l^C\mathrm{i}\gamma^\mu\mathrm{D}_\mu R_l^C+\bar{u}_{hR}\mathrm{i}\gamma^\mu\mathrm{D}_\mu u_{hR}+\bar{d}_{hR}\mathrm{i}\gamma^\mu\mathrm{D}_\mu d_{hR}\\ &\qquad+\bar{d}_{lL}^C\mathrm{i}\gamma^\mu\mathrm{D}_\mu d_{lL}^C+\bar{u}_{lL}^C\mathrm{i}\gamma^\mu\mathrm{D}_\mu u_{lL}^C+(\mathrm{D}^\mu\phi)^\dagger\mathrm{D}_\mu\phi-\mu^2\phi^\dagger\phi-\lambda(\phi^\dagger\phi)^2\\ &\qquad-\frac{1}{4}F_{1\mu\nu}F_1^{\mu\nu}-\frac{1}{4}F_{2\mu\nu}^iF_2^{i\mu\nu}-\frac{1}{4}F_{3\mu\nu}^aF_3^{a\mu\nu},\\ &-\mathscr{L}_2=\bar{L}_h g_u\phi^C u_{hR}+\bar{L}_h g_d\phi d_{hR}+\bar{R}_l^C G_d\phi^C d_{lL}^C+\bar{R}_l^C G_u\phi u_{lL}^C\\ &\qquad+\bar{L}_h N R_l^C+\bar{u}_{hR}N_u d_{lL}^C+\bar{d}_{hR}N_d u_{lL}^C+\mathrm{h.c.},\end{aligned}\tag{6}$$

其中 g_u、g_d、G_u 和 G_d 都是作用于味空间的 $f\times f$ 矩阵, 一些场量如 $F_{\mu\nu}$ 等, 其定义见附录. 通过重新定义波函数, $\mathscr{L}_2$ 可改写为:

$$
\begin{aligned}
-\mathscr{L}_2=&\overline{L}_{\mathrm{h}}g_{\mathrm{u}}\phi^{C}u_{\mathrm{hR}}+\overline{L}_{\mathrm{h}}kg_{\mathrm{d}}\phi d_{\mathrm{hR}}+\overline{R}_{\mathrm{l}}^{C}G_{\mathrm{d}}\phi^{C}d_{\mathrm{lL}}^{C}+\overline{R}_{\mathrm{l}}^{C}KG_{\mathrm{u}}u_{\mathrm{lL}}^{C}\\
&+\overline{L}_{\mathrm{h}}NR_{\mathrm{l}}^{C}+\overline{u}_{\mathrm{hR}}N_{\mathrm{u}}d_{\mathrm{lL}}^{C}+\overline{d}_{\mathrm{hR}}N_{\mathrm{d}}u_{\mathrm{lL}}^{C}+\mathrm{h.c.},
\end{aligned}
\tag{7}
$$

其中 k 和 K 是推广的 f 代 K－M 矩阵，g_{u}、g_{d}、G_{u} 和 G_{d} 是正对角的. 再经过自发破缺，用 v 代表 φ 场的非零真空平均值，则式 (7) 给出质量项为:

$$
\begin{aligned}
-\mathscr{L}_{\mathrm{mass}}=&\overline{u}_{\mathrm{hL}}g_{\mathrm{u}}vu_{\mathrm{hR}}/\sqrt{2}+\overline{d}_{\mathrm{hL}}kg_{\mathrm{d}}vd_{\mathrm{hR}}/\sqrt{2}+\overline{d}_{\mathrm{lR}}^{C}G_{\mathrm{d}}vd_{\mathrm{lR}}^{C}/\sqrt{2}-\overline{u}_{\mathrm{lR}}^{C}KG_{\mathrm{u}}u_{\mathrm{lL}}^{C}\\
&+\overline{u}_{\mathrm{hL}}Nd_{\mathrm{lR}}^{C}-\overline{d}_{\mathrm{hL}}Nu_{\mathrm{lR}}^{C}+\overline{u}_{\mathrm{hR}}N_{\mathrm{u}}d_{\mathrm{lL}}^{C}+\overline{d}_{\mathrm{hR}}N_{\mathrm{d}}u_{\mathrm{lL}}^{C}+\mathrm{h.c.}.
\end{aligned}
\tag{8}
$$

作变换: $d_{\mathrm{hL}}\to kd_{\mathrm{hL}}$，$u_{\mathrm{lR}}^{C}\to -Ku_{\mathrm{lR}}^{C}$，则 (8) 式变成:

$$
\mathscr{L}_{\mathrm{mass}}=-\begin{pmatrix}\overline{u_{\mathrm{hL}}}\\ \overline{d_{\mathrm{lL}}^{C}}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}g_{\mathrm{u}}v/\sqrt{2} & N\\ N_{\mathrm{u}}^{\dagger} & G_{\mathrm{d}}v/\sqrt{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u_{\mathrm{hR}}\\ d_{\mathrm{lR}}^{C}\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}\overline{d_{\mathrm{hL}}}\\ \overline{u_{\mathrm{lL}}^{C}}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}g_{\mathrm{d}}v/\sqrt{2} & k^{\dagger}NK\\ N_{\mathrm{d}}^{\dagger} & G_{\mathrm{u}}v/\sqrt{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}d_{\mathrm{hR}}\\ u_{\mathrm{lR}}^{C}\end{pmatrix}+\mathrm{h.c.}. \tag{9}
$$

按照 Cartan 分解，(9) 式中的两个矩阵可表示为:

$$
\begin{aligned}
\begin{pmatrix}g_{\mathrm{u}}v/\sqrt{2} & N\\ N_{\mathrm{u}}^{\dagger} & G_{\mathrm{d}}v/\sqrt{2}\end{pmatrix}&=U_{\mathrm{u}}\begin{pmatrix}m_{\mathrm{u}} & 0\\ 0 & M_{\mathrm{d}}\end{pmatrix}V_{\mathrm{u}}^{\dagger},\\
\begin{pmatrix}g_{\mathrm{d}}v/\sqrt{2} & k^{\dagger}NK\\ N_{\mathrm{d}}^{\dagger} & G_{\mathrm{u}}v/\sqrt{2}\end{pmatrix}&=U_{\mathrm{d}}\begin{pmatrix}m_{\mathrm{d}} & 0\\ 0 & M_{\mathrm{u}}\end{pmatrix}V_{\mathrm{d}}^{\dagger},
\end{aligned}
\tag{10}
$$

其中 m_{u}、m_{d}、M_{u}、M_{d} 是正实对角矩阵，是夸克的质量矩阵，U_{u}、U_{d}、V_{u}、V_{d} 是幺正矩阵.

将 (8) 式作过的那种变换与 (10) 式结合起来作联合变换:

$$
\begin{aligned}
&\begin{pmatrix}u_{\mathrm{hR}}\\ d_{\mathrm{lR}}^{C}\end{pmatrix}\to V_{\mathrm{u}}\begin{pmatrix}u_{\mathrm{hR}}\\ d_{\mathrm{lR}}^{C}\end{pmatrix}, &&\begin{pmatrix}u_{\mathrm{hL}}\\ d_{\mathrm{lL}}^{C}\end{pmatrix}\to U_{\mathrm{u}}\begin{pmatrix}u_{\mathrm{hL}}\\ d_{\mathrm{lL}}^{C}\end{pmatrix},\\
&\begin{pmatrix}d_{\mathrm{hR}}\\ u_{\mathrm{lR}}^{C}\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -K\end{pmatrix}V_{\mathrm{d}}\begin{pmatrix}d_{\mathrm{hR}}\\ u_{\mathrm{lR}}^{C}\end{pmatrix}, &&\begin{pmatrix}d_{\mathrm{hL}}\\ u_{\mathrm{lL}}^{C}\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}k & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}U_{\mathrm{d}}\begin{pmatrix}d_{\mathrm{hL}}\\ u_{\mathrm{lL}}^{C}\end{pmatrix},
\end{aligned}
\tag{11}
$$

(8) 式在这样的变换下就能对角化. 将 (6) 式的拉氏函数密度作这种变换，就可看出在不同手征性之间有味道改变的流.

由于实验是在质量矩阵对角化情况下进行测量以确定理论中的参数，因此需要求解 (10) 式. 虽然原则上 (10) 式是可解的，由于这里与 K－M 矩阵所处理的问题不全相同，故尚未找到一个在一般情况下得到其解的简单形式的方法. 为了能够做些定性的讨论，我们作一些简化问题的假定，从而得到了 (10) 式方程左边矩阵的本征值和本征矢量，并且给出了质量谱和变换矩阵的具体形式[3].

为了探讨把这个扩充模型应用于重子数破坏和轻子结构的可能性，我们所做的第一个假定是: 强子是左手征夸克的复合态，轻子是右手征夸克的复合态. 从 (10) 和 (11) 式可以看出，B 破坏和 (B－L) 守恒以及 C、P、CP 破坏是夸克具有固有质量和真空自发破缺共同作用的必然结果，本质上都是因波函数混合而引起的. 根据目前的实验

定出的质子寿命下限和轻子的尺度上限，我们必须做的第二个假定是：$m_{u(d)}$、$g_{u(d)}v$应远小于$G_{u(d)}v$，并且$M_{u(d)}$应在TeV量级以上．许多人证明[4]，强子的质量大于所含夸克的流质量的总和．按量子力学的观点，这意味着在强子内部是长程禁闭势起主要作用．由于禁闭势是长程势，所以只在强子有较大的线度时，长程势才能是主要的，因而强子的线度不能太小，左手征夸克的质量不能太大．显然，重的右手征夸克不能构成所要的轻子复合态．为此，必须做第三个假定：随着能量标度增加到TeV以上，已知的三代左手征夸克道和引进的三代右手征夸克道均被打开，同时还打开两代以上的左右手征夸克道，QCD单圈跑动耦合常数

$$\frac{1}{\alpha_s(\theta)}=\frac{1}{\alpha_s(\mu)}+\frac{33-2n_f}{16\pi}\ln\frac{Q^2}{\mu^2} \tag{12}$$

中的味道总数n_f将超过20，渐近自由开始失效．这样，右手征重夸克之间的耦合主要受短距离区主宰．据量子力学，位势对能量的贡献取负值，使得右手征夸克的复合态的质量小于构成复合态的流质量的总和．我们看到强子和轻子复合态的区别只表现为质量产生机制不同，而远距离时的禁闭机制仍完全一样．此外，我们还应回答为什么实验上没有看到右手征重夸克的介子态．原则上，(12)式只适用于弱耦合区，不能把它直接推广到强耦合的小距离区．关于强耦合，至今还没有一个有效的处理方法，难以做任何定量的讨论．

关于渐近自由性质的破坏对代的数目的要求，这里的结果要想获得实验上的支持是很困难的．为了寻找解决一些问题的途径，我们将这个模型超对称化．

3 超对称的Lagrangian

以Φ_L和Φ_R分别代表左和右手征超场:

$$\Phi_L=A_L+2\theta\psi_L-\theta^2F_L,\quad \Phi_R=A_R+2\overline{\psi}_R\overline{\theta}-\overline{\theta}^2F_R,\quad A_L=A_{L1}+iA_{L2},$$
$$A_R=A_{R1}-iA_{R2},\quad F_L=F_{L1}-iF_{L2},\quad F_R=F_{R1}+iF_{R2}, \tag{13}$$

其中场$A_{L(R)1(2)}$和$F_{L(R)1(2)}$都是实的，夸克场ψ比表1的记号多一因子$1/\sqrt{2}$．按Wess－Zumino规范，规范超场为:

$$V=-\theta\sigma^\mu\overline{\theta}A_\mu+i\overline{\theta}^2\theta\lambda-i\theta^2\overline{\theta}\,\overline{\lambda}-\frac{1}{2}\theta^2\overline{\theta}^2D. \tag{14}$$

用V_1、V_2、V_3和g_1、g_2、g_3分别表示$U(1)$、$SU(2)$、$SU(3)$的超场和耦合常数．与超荷Y、$SU(2)$和$SU(3)$的表示对应，超场Φ_L和Φ_R^C的表示为(1/3，2，3)，超场Φ_{RU}和Φ_{LD}^C的表示为(4/3，1，3)，Φ_{RD}和Φ_{LU}^C的表示为(－2/3，1，3)，C代表电荷共轭．此外，没有C标的场用以描述h夸克，而其他的描述l夸克．U和D标记相应于同位旋二重态中朝上和朝下状态的同位旋单态．对应于表示(1，2，1)的两个Higgs超场以Φ_{LH}和Φ_{RH}代表．为方便讨论，下面列出本文所用的全部超场:

$$\Phi_L=A_L+2\theta\psi_L-\theta^2F_L,\qquad \Phi_R^C=A_R^C+2\overline{\psi}_R^C\overline{\theta}-\overline{\theta}^2F_R^C,$$

$$\Phi_{RU}=A_{RU}+2\overline{\psi}_{RU}\overline{\theta}-\overline{\theta}^2F_{RU},\qquad \Phi_{LU}^C=A_{LU}^C+2\theta\psi_{LU}^C-\theta^2F_{LU}^C,$$
$$\Phi_{RD}=A_{RD}+2\overline{\psi}_{RD}\overline{\theta}-\overline{\theta}^2F_{RD},\qquad \Phi_{LD}^C=A_{LD}^C+2\theta\psi_{LD}^C-\theta^2F_{LD}^C,$$
$$\Phi_{LH}=H_L+2\theta h_L-\theta^2f_L,\qquad \Phi_{RH}=H_R+2\overline{h}_R\overline{\theta}-\overline{\theta}^2f_R,$$
$$V_i=-\theta\sigma^\mu\overline{\theta}A_{i\mu}+i\overline{\theta}^2\theta\lambda_i-i\theta^2\overline{\theta}\,\overline{\lambda}_i-\frac{1}{2}\theta^2\overline{\theta}^2D_i,\qquad i=1,\ 2,\ 3,\ \cdots \tag{15}$$

我们约定 V_2 和 V_3 分别按 $\tau^i/2$ 和 $\lambda^a/2$ 展开，τ^i 是 Pauli 矩阵，λ^a 是 Gell－Mann 矩阵.

总拉氏密度包括超对称不变的部分和软破缺的部分，由规范场、物质场、Yukawa 耦合项和一些二次项所构成，二次项包括所有可能的软破缺项[5]. 虽然不难写出所有这些项的表式，但在此只着眼于来自两类夸克的部分，因此下面仅列出 Yukawa 耦合项和超对称不变的二次项：

$$L_Y=-\{\Phi_L^\dagger g_L\Phi_{LH}^C\Phi_{RU}+\Phi_R^{C\dagger}G_L\Phi_{LH}\Phi_{LU}^C+\Phi_L^\dagger g_R\Phi_{RH}\Phi_{RD}+\Phi_R^{C\dagger}G_R\Phi_{RH}^C\Phi_{LD}^C$$
$$+\Phi_L^\dagger N\Phi_R^C+\Phi_{LD}^{C\dagger}N_u\Phi_{RU}+\Phi_{LU}^{C\dagger}N_d\Phi_{RD}+\mu\Phi_{RH}^\dagger\Phi_{LH}+\text{h.c.}\}_{F_1}, \tag{16}$$

其中 $g_{L(R)}$ 和 $G_{L(R)}$ 是Yukawa 耦合常数，括号外的指标 F_1 代表取其 F 项的实部，$^C_{L(R)H}$ 的表式为：

$$\Phi_{LH}^C=i\tau^2\Phi_{LH}^*,\qquad \Phi_{RH}^C=i\tau^2\Phi_{RH}^*. \tag{17}$$

借助附录(A1)—(A4) 中的记号，可得总拉氏量：

$$\boldsymbol{L}=\boldsymbol{L}_1+\boldsymbol{L}_2,$$
$$\boldsymbol{L}_1=-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^\dagger F^{\mu\nu}+\frac{1}{2}\overline{\lambda}i\gamma^\mu D_\mu\lambda-[\overline{\lambda}\mu'(1+\gamma_5)\lambda+\text{h.c.}]+[\overline{\Psi}_Li\gamma^\mu D_\mu(1+\gamma_5)\Psi_L$$
$$+(D^\mu A_L)^\dagger D_\mu A_L+\overline{\Psi}_L(1-\gamma_5)i\hat{\lambda}A_L-A_L^\dagger i\hat{\overline{\lambda}}(1+\gamma_5)\Psi_L+(L\to R)]$$
$$+[\overline{h}_Li\gamma^\mu D_\mu(1+\gamma_5)h_L+(D^\mu H_L)^\dagger D_\mu H_L+\overline{h}_L(1-\gamma_5)i\hat{\lambda}H_L$$
$$-H_L^\dagger i\hat{\overline{\lambda}}(1+\gamma_5)h_L+(L\to R)]+[\mu\overline{h}_L(1-\gamma_5)h_R+mH_L^\dagger H_R+\text{h.c.}]$$
$$-\left\{\frac{g_1^2}{8}[A_L^\dagger YA_L+H_L^\dagger H_L-(L\to R)]+\frac{g_2^2}{8}[A_L^\dagger\tau^iA_L+H_L^\dagger\tau^iH_L-(L\to R)]^2\right.$$
$$\left.+\frac{g_3^2}{8}[A_L^\dagger\lambda^aA_L-A_R^\dagger\lambda^aA_R]^2\right\},$$
$$L_2=-[\overline{\Psi}_L\boldsymbol{H}(1-\gamma_5)\Psi_R+A_L^\dagger\overline{h}_{LR}(1-\gamma_5)\Psi_R+A_R^\dagger\overline{h}_{RL}(1+\gamma_5)\overline{\Psi}_L+\text{h.c.}]$$
$$-(\boldsymbol{H}A_R)^\dagger\boldsymbol{H}A_R-(\boldsymbol{H}^\dagger A_L)^\dagger\boldsymbol{H}^\dagger A_L-(A_R^{C\dagger}G_LA_{LU}^C-A_{RU}^\dagger g_L^\dagger A_L^{C\dagger}+\mu^*H_R^\dagger)(\text{h.c.})$$
$$-(A_L^\dagger g_RA_{RD}-A_{LD}^{C\dagger}G_R^\dagger A_R^{CC\dagger}+\mu H_L^\dagger)(\text{h.c.})-A_L^\dagger M_L^2A_L-A_R^\dagger M_R^2A_R$$
$$-[A_L^\dagger M_{LR}A_R+\text{h.c.}]-m_{LH}^2H_L^+H_L-m_{RH}^2H_R^+H_R+[A_L^+f_L'H_L^CA_{RU}+A_R^{C+}F_L'H_LA_{LU}^C$$
$$+A_L^+f_R'H_RA_{RD}+A_R^{C+}F_R'H_R^CA_{LD}^C+\text{h.c.}], \tag{18}$$

其中 m、μ'、M_L^2、M_R^2、m_{LH}^2、m_{RH}^2、f_L'、F_L'、f_R'、F_R' 和 M_{LR} 都来自软破缺项[5]，并且有：

$$A_L^C=i\tau^2A_L^*,\quad A_R^{CC}=i\tau^2A_R^{C*}, \tag{19}$$

$$\overline{h}_{\rm LR}=\begin{pmatrix} 0 & g_{\rm L}\widetilde{\overline{h}}{}_{\rm L}^{C} & g_{\rm R}\widetilde{\overline{h}}{}_{\rm R} \\ G_{\rm R}^{\dagger}\overline{h}{}_{\rm R}^{C} & 0 & 0 \\ G_{\rm L}^{\dagger}\overline{h}_{\rm L} & 0 & 0 \end{pmatrix},\quad \overline{h}_{\rm RL}=\begin{pmatrix} 0 & G_{\rm R}\widetilde{\overline{h}}{}_{\rm R}^{C} & G_{\rm L}\widetilde{\overline{h}}_{\rm L} \\ g_{\rm L}^{\dagger}\overline{h}{}_{\rm L}^{C} & 0 & 0 \\ g_{\rm R}^{\dagger}\overline{h}_{\rm R} & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{H}=\begin{pmatrix} N & g_{\rm L}H_{\rm L}^{C} & g_{\rm R}H_{\rm R} \\ G_{\rm R}^{\dagger}H_{\rm R}^{C\dagger} & N_{\rm u} & 0 \\ G_{\rm L}^{\dagger}H_{L}^{\dagger} & 0 & N_{\rm d} \end{pmatrix}. \tag{20}$$

式(20)中的矩阵转置符号仅作用于同位旋分量.

(18)式中的规范场和Higgs部分与标准模型作超对称扩充时的相应部分一样. 对此，Haber、Kane和Gunion已做过透彻的研究[6]. 因此，我们在此只着意夸克及其超对称伙伴这部分，尤其要讨论它们的质量谱和波函数的混合. 从(18)式能看到，在代空间里，L_1是单位矩阵，表现为标量；L_2通常包含着非对角矩阵. 在下节处理L_2并讨论怎样确定质量谱和波函数的混合。

4 质量谱和波函数混合

对任意给定的$g_{\rm L}$、$g_{\rm R}$、$G_{\rm L}$和$G_{\rm R}$，通过幺正变换或波函数的重新定义，总能使它们是正对角的. 不难看到，L_1的形式在幺正变换下是不变的。然而，N、$N_{\rm u}$、$N_{\rm d}$、$M_{\rm L}^2$、$M_{\rm R}^2$、$f_{\rm L}'$、$F_{\rm L}'$、$f_{\rm R}'$、$F_{\rm R}'$和$M_{\rm LR}$在此变换下会有改变，不过，它们的任意给定的性质依然不变. 这意味着可将它们也当作不变量来处理. L_2现在变成:

$$\begin{aligned} L_2=&-\{[\overline{\Psi}_{\rm L}\boldsymbol{H}(1-\gamma_5)\,\Psi_{\rm R}+\boldsymbol{A}_{\rm L}^{\dagger}\overline{h}_{\rm LR}(1-\gamma_5)\,\Psi_{\rm R}+\boldsymbol{A}_{\rm R}^{\dagger}\overline{h}_{\rm RL}(1+\gamma_5)\,\Psi_{\rm L}+{\rm h.c.}] \\ &+(\boldsymbol{H}\boldsymbol{A}_{\rm R})^{\dagger}\boldsymbol{H}\boldsymbol{A}_{\rm R}+(\boldsymbol{H}^{\dagger}\boldsymbol{A}_{\rm L})^{\dagger}\boldsymbol{H}^{\dagger}\boldsymbol{A}_{\rm L}+(A_{\rm R}^{C\dagger}G_{\rm L}A_{\rm LU}^{C}-A_{\rm RU}^{\dagger}g_{\rm L}A_{\rm L}^{C\dagger}+\mu^{*}H_{\rm R}^{\dagger})({\rm h.c.}) \\ &+(A_{\rm L}^{\dagger}k\,g_{\rm R}A_{\rm RD}-A_{\rm LD}^{C\dagger}G_{\rm R}K\,A_{\rm L}^{CC\dagger}+\mu\,H_{\rm L}^{\dagger})({\rm h.c.})+A_{\rm L}^{\dagger}M_{\rm L}^{2}A_{\rm L}+A_{\rm R}^{\dagger}M_{\rm R}^{2}A_{\rm R} \\ &+[A_{\rm L}^{\dagger}M_{\rm LR}A_{\rm R}+{\rm h.c.}]\}, \end{aligned} \tag{21}$$

其中

$$\overline{h}_{\rm LR}=\begin{pmatrix} 0 & g_{\rm L}\widetilde{\overline{h}}{}_{\rm L}^{C} & kg_{\rm R}\widetilde{\overline{h}}{}_{\rm R} \\ G_{\rm R}K\overline{h}{}_{\rm R}^{C} & 0 & 0 \\ G_{\rm L}\overline{h}_{\rm L} & 0 & 0 \end{pmatrix},\quad \overline{h}_{\rm RL}=\begin{pmatrix} 0 & K^{\dagger}G_{\rm R}\widetilde{\overline{h}}{}_{\rm R}^{C} & G_{\rm L}\widetilde{\overline{h}}_{\rm L} \\ g_{\rm L}\overline{h}{}_{\rm L}^{C} & 0 & 0 \\ g_{\rm R}k\overline{h}_{\rm R} & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{H}=\begin{pmatrix} N & g_{\rm L}H_{\rm L}^{C} & kg_{\rm R}H_{\rm R} \\ G_{\rm R}KH_{\rm R}^{C\dagger} & N_{\rm u} & 0 \\ G_{\rm L}H_{L}^{\dagger} & 0 & N_{\rm d} \end{pmatrix}. \tag{22}$$

将$H_{\rm L}$和$H_{\rm R}$的真空期望值记为:

$$\langle H_{\rm L}\rangle_0=\begin{pmatrix} 0 \\ \dfrac{v_{\rm L}}{\sqrt{2}} \end{pmatrix},\qquad \langle H_{\rm R}\rangle_0=\begin{pmatrix} 0 \\ \dfrac{v_{\rm R}}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \tag{23}$$

按自发破缺机制，我们得到夸克质量项为：

$$L_{\text{mass}}^{q}=-\overline{\begin{pmatrix}u_{\text{hL}}\\ d_{\text{lL}}^{C}\end{pmatrix}}\begin{pmatrix}\frac{g_{\text{L}}v_{\text{L}}}{\sqrt{2}} & NK^{\dagger}\\ N_{\text{u}} & \frac{G_{\text{R}}v_{\text{R}}}{\sqrt{2}}\end{pmatrix}\frac{1-\gamma_{5}}{2}\begin{pmatrix}u_{\text{hR}}\\ Kd_{\text{lR}}^{C}\end{pmatrix}$$

$$-\overline{\begin{pmatrix}k^{\dagger}d_{\text{hL}}\\ u_{\text{lL}}^{C}\end{pmatrix}}\begin{pmatrix}\frac{g_{\text{R}}v_{\text{R}}}{\sqrt{2}} & k^{\dagger}N\\ N_{\text{d}} & \frac{G_{\text{L}}v_{\text{L}}}{\sqrt{2}}\end{pmatrix}\frac{1-\gamma_{5}}{2}\begin{pmatrix}d_{\text{hR}}\\ -u_{\text{lR}}^{C}\end{pmatrix}+\text{h.c.}. \tag{24}$$

可以看出，在 (24) 式中没有 $(u_{\text{hL(R)}}, d_{\text{lL(R)}}^{C})$ 与 $(d_{\text{hL(R)}}, u_{\text{lL(R)}}^{C})$ 的耦合，这是电荷守恒导致的；在左、右手分量之间也没有耦合，这是旋量的手征性导致的.

用同样的方法，能得到标量夸克 (squark) 的质量项 $L_{\text{mass}}^{\tilde{q}}$. 此时，由于在左、右手分量之间有耦合，因而 $L_{\text{mass}}^{\tilde{q}}$ 变得比较复杂. 借助附录 (A5) 和 (A6) 中所给出的表式和记号，并且忽略掉其中一些正比于 μ、f_{L}'、F_{L}'、f_{R}'、F_{R}' 和 M_{LR} 的项，则 $L_{\text{mass}}^{\tilde{q}}$ 可写成：

$$L_{\text{mass}}^{\tilde{q}}=-\begin{pmatrix}A_{\text{LU}}\\ A_{\text{LD}}^{C}\end{pmatrix}^{\dagger}W_{\text{u}}\begin{pmatrix}A_{\text{LU}}\\ A_{\text{LD}}^{C}\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}A_{\text{RU}}\\ A_{\text{RD}}^{C}\end{pmatrix}^{\dagger}T_{\text{u}}\begin{pmatrix}A_{\text{RU}}\\ A_{\text{RD}}^{C}\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}A_{\text{LD}}\\ A_{\text{LU}}^{C}\end{pmatrix}^{\dagger}W_{\text{d}}\begin{pmatrix}A_{\text{LD}}\\ A_{\text{LU}}^{C}\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}A_{\text{RD}}\\ A_{\text{RU}}^{C}\end{pmatrix}^{\dagger}T_{\text{d}}\begin{pmatrix}A_{\text{RD}}\\ A_{\text{RU}}^{C}\end{pmatrix}. \tag{25}$$

原则上，夸克的质量谱和波函数的混合都能由 (24) 和 (25) 式中的矩阵来确定，不过，要得到一个解析表达式显然是很困难的. 为了得到这种理论的一些定性的结果，我们在此做进一步的简化，即假定 $k=K=1$，并且 N、N_{u}、N_{d}、M_{L}^{2} 和 M_{R}^{2} 是实对角矩阵，相应的对角元为 N_{i}、$N_{\text{u}i}$、$N_{\text{d}i}$、$M_{\text{L}i}^{2}$ 和 $M_{\text{R}i}^{2}$. 下面将给出质量谱和波函数混合的解析式.

在上述假定下，(24) 和 (25) 式中的矩阵被约化为对每一代来讲是 2×2 的. 例如，考虑 (24) 式中的第一个矩阵 M_{i} 的 i 代，通过 Cartan 分解[7]，能解出未知的 Hermite 矩阵 H_{i}，其定义为：

$$M_{i}=\begin{pmatrix}\frac{g_{\text{L}i}v_{\text{L}}}{\sqrt{2}} & N_{i}\\ N_{\text{u}i} & \frac{G_{\text{R}i}v_{\text{R}}}{\sqrt{2}}\end{pmatrix}=UH_{i}, \tag{26}$$

其中 U 也是个需确定的幺正矩阵. H_{i} 满足：

$$M_{i}^{\dagger}M_{i}=H_{i}^{2}. \tag{27}$$

根据 (26) 式，H_{i} 应具如下形式：

$$H_{i}=\begin{pmatrix}h_{i11} & h_{i12}\\ h_{i21} & h_{i22}\end{pmatrix},\qquad h_{i12}=h_{i21}, \tag{28}$$

其中所有矩阵元都是实的. 通过解 (27) 式可以得到：

$$h_{i11}=\left\{\left[\left(\frac{G_{Ri}^2v_R^2}{2}+N_i^2-\frac{g_{Li}^2v_L^2}{2}-N_{ui}^2\right)^2+4\left(N_i\frac{g_{Li}v_L}{\sqrt{2}}+N_{ui}\frac{G_{Ri}v_R}{\sqrt{2}}\right)^2\right]^{-1}\right.$$

$$\left[\left(\frac{g_{Li}^2v_L^2}{2}+N_{ui}^2\right)\left(\frac{G_{Ri}^2v_R^2}{2}+N_i^2-\frac{g_{Li}^2v_L^2}{2}-N_{ui}^2\right)^2+2\left(N_i\frac{g_{Li}v_L}{\sqrt{2}}+N_{ui}\frac{G_{Ri}v_R}{\sqrt{2}}\right)^2\right.$$

$$\left(\frac{g_{Li}^2v_L^2}{2}+N_{ui}^2+g_{Li}G_{Ri}\frac{v_Lv_R}{2}-N_iN_{ui}\right)-\left(N_i\frac{g_{Li}v_L}{\sqrt{2}}+N_{ui}\frac{G_Rv_R}{\sqrt{2}}\right)^2$$

$$\left.\left.\left(\frac{G_{Ri}^2v_R^2}{2}+N_i^2-\frac{g_{Li}^2v_L^2}{2}-N_{ui}\right)\right]\right\}^{\frac{1}{2}}, \tag{29}$$

$$h_{i12}=\left[\frac{g_{Li}^2v_L^2}{2}+N_{ui}^2-h_{i11}^2\right]^{\frac{1}{2}},\qquad h_{i22}=-h_{i11}+\frac{1}{h_{i12}}\left(N_{ui}\frac{g_{Li}v_L}{\sqrt{2}}+N_{ui}\frac{G_{Ri}v_R}{\sqrt{2}}\right).$$

利用(29)式，i代的朝上h夸克的质量m_{ui}和朝下l夸克的质量M_{di}被定为：

$$m_{ui}=|\lambda_i^{(-)}|,\qquad M_{di}=\lambda_i^{(+)},$$

$$\lambda_i^{(\pm)}=\frac{1}{2}\left\{h_{i11}+h_{i22}\pm\left[(h_{i11}-h_{i22})^2+4h_{i12}^2\right]^{\frac{1}{2}}\right\}. \tag{30}$$

同时，也能得到U和M_i：

$$U=M_iH_i^{-1},\qquad M_i=U_i^+\begin{pmatrix}m_{ui} & 0\\ 0 & M_{di}\end{pmatrix}V_i,$$

$$V_i=\begin{pmatrix}a_i & b_i\\ b_i & -a_i\end{pmatrix},\qquad U_i=\begin{pmatrix}\frac{1}{m_{ui}} & 0\\ 0 & \frac{1}{M_{di}}\end{pmatrix}V_iM_i^{\dagger},$$

$$a_i=(h_{i22}-\lambda_i^{(-)})[(h_{i22}-\lambda_i^{(-)})^2+h_{i12}^2]^{\frac{-1}{2}},$$

$$b_i=-h_{i12}[(h_{i22}-\lambda_i^{(-)})^2+h_{i12}^2]^{-\frac{1}{2}},$$

$$h_{i11}-\lambda_i^{(+)}=-(h_{i22}-\lambda_i^{(-)}). \tag{31}$$

显然，V_i是确定u_{ihR}和d_{ilR}^C之间波函数混合的混合矩阵，U_i是确定u_{ihL}和d_{ilL}^C混合的混合矩阵. 容易看出，当G_Rv_R、$G_Lv_L\gg g_Lv_L$、g_Rv_R、N、N_u、N_d时，有$m_{ui}\ll M_{di}$，这是必需的，它保证了轻子是l夸克的束缚态这一可能性的存在，它也使得U_i和V_i近乎是单位矩阵，从而保证了在(B−L)守恒时B的破坏是很小的.

做如下替代：$g_{Li}v_L\rightarrow g_{Ri}v_R$，$G_{Ri}v_R\rightarrow G_{Li}v_L$，$N_{ui}\rightarrow N_{di}$，则朝下h夸克和朝上l夸克的相应于上述的一些结果也能得到. 此外，用同样方法，标量夸克的质量谱和波函数混合也能被确定. 再者，没有软破缺时，每一种夸克与其超对称伙伴有着相同的质量，夸克间的波函数混合也与标量夸克的相同. 然而，若引进所有的软破缺项，则在四种标量

夸克之间都有混合.

5 讨　论

在第 2 节对标准模型做手征扩充时，渐近自由破缺对代的数目的要求是 5. 现在阐明超对称化后的模型怎样使之显著改变.

对通常的超对称标准模型，β_3 函数的单圈近似已被算出[8]:

$$\beta_3=(2f-9)\,g_3^3/16\pi^2, \tag{32}$$

其中 f 是通常代的数目. 在我们的模型中，夸克和超夸克的数目都是通常的 2 倍，显然有:

$$\beta_3=(4f-9)\,g_3^3/16\pi^2. \tag{33}$$

(33) 式意味着，只要 $f>9/4$，则渐近自由性质开始失效. 这是一个很有趣的结果. 一方面，它告诉我们，这个理论与 3 代夸克存在的实验事实不矛盾. 另一方面，假如物理现实选择的代数是 1 或 2，则没有机会构造我们的这个模型. 因此可以说，3 代的结论可能不是一个偶然的巧合.

参　考　文　献

[1] P. Dirac, The Principle of Quantum Mechanics, 4th. ed. Oxford Press (1958); C. N. Yang, R. Mills, *Phys. Rev.*, **96** (1954) 191; 刘耀阳, 高能物理与核物理, **6** (1982) 17.

[2] S. L. Glashow, *Nucl. Phys.*, **22** (1961) 579; A. Salam, Elementary Particle Theory, ed. N. Svartholm, Almqvist and Wiksells, Stockholm (1968); S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.*, **19** (1967) 1264.

[3] Y. Y. Liu, X. D. Jiang, J. G. Zhou, *Nuovo Cimento.*, **108A** (1995) 167; *Commun. Theor. Phys*, **24** (1995) 469; *Nuovo Cimento.*, **108A** (1995) 1457.

[4] D. Weingarten, *Phys. Rev. Lett.*, **51** (1983) 1830; S. Nussinov, *Phys. Rev. Lett.*, **51** (1983) 2081; E. Witten, *Phys. Rev. Lett.*, **51** (1983) 2351; C. Vafa E. Witten., *Nucl. Phys.*, **B234** (1984) 173; B. R. Zhou, *Phys. Lett.*, **215B** (1988) 364.

[5] L. Girardello, M. T. Grisaru, *Nucl. Phys.*, **B194** (1982) 65.

[6] H. E. Haber, G. L. Kane, *Phys. Report*, **117** (1985) 75; J. F. Gunion., H. E. Haber, *Nucl. Phys.*, **B272** (1986) 1.

[7] R. Gilmore, Lie Group, Lie Algebra, and some of their Applications, John & Sons, 1974.

[8] L. Ibanez, G. G. Ross, *Phys. Lett.*, **105B** (1981) 439; M. B. Einhorn, D. R. T. Jones, *Nucl. Phys.*, **B196** (1982) 475; W Marciano, G. Senjanowich, *Phys. Rev.*, **D25** (1982) 3092; J. Ellis, D. V. Nanopoulos, S. Rudas, *Nucl. Phys.*, **B202** (1982) 43; D. Nanopoulos, D. A. Ross, *Phys. Lett.*, **118B** (1982) 99.

附 录

规范场:

$$A_\mu=\begin{pmatrix}A_{1\mu}\\A_{2\mu}^i\\A_{3\mu}^a\end{pmatrix},\quad \lambda=\begin{pmatrix}\lambda_1\\\lambda_2^i\\\lambda_3^a\end{pmatrix},\quad D=\begin{pmatrix}D_1\\D_2^i\\D_3^a\end{pmatrix},$$

$$F_{\mu\nu}=\begin{pmatrix}F_{1\mu\nu}\\F_{2\mu\nu}^i\\F_{3\mu\nu}^a\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\partial_\mu A_{1\nu}-\partial_\nu A_{1\mu}\\\partial_\mu A_{2\nu}^i-\partial_\nu A_{2\mu}^i-ig_2T^{i,jk}A_{2\mu}^jA_{2\nu}^k\\\partial_\mu A_{3\nu}^a-\partial_\nu A_{3\mu}^a-ig_3T^{a,bc}A_{3\mu}^bA_{3\nu}^c\end{pmatrix},$$

$$D_\mu\lambda=\begin{pmatrix}\partial_\mu\lambda_1\\\partial_\mu\lambda_2^i-ig_2T^{i,jk}A_{2\mu}^j\lambda_2^k\\\partial_\mu\lambda_3^a-ig_3T^{a,bc}A_{3\mu}^b\lambda_3^c\end{pmatrix}, \tag{A1}$$

其中i、a和T^i、T^a分别是$SU(2)$、$SU(3)$的指标和伴随表示，$A_{1\mu}$、$A_{2\mu}^i$、$A_{3\mu}^a$和D_1、D_2^i、D_3^a分别是$U(1)$、$SU(2)$、$SU(3)$的规范场和辅助场，λ_1、λ_2^i和λ_3^a分别是$A_{1\mu}$、$A_{2\mu}^i$和$A_{3\mu}^a$的配对场.

夸克和超夸克场:

$$A_{\rm L}=\begin{pmatrix}A_{\rm L}\\A_{\rm LD}^C\\A_{\rm LU}^C\end{pmatrix},\quad \Psi_{\rm L}=\begin{pmatrix}\psi_{\rm L}\\\psi_{\rm LD}^C\\\psi_{\rm LU}^C\end{pmatrix},\quad F_{\rm L}=\begin{pmatrix}F_{\rm L}\\F_{\rm LD}^C\\F_{\rm LU}^C\end{pmatrix},$$

$$A_{\rm R}=\begin{pmatrix}A_{\rm R}^C\\A_{\rm RU}\\A_{\rm RD}\end{pmatrix},\quad \Psi_{\rm R}=\begin{pmatrix}\psi_{\rm R}^C\\\psi_{\rm RU}\\\psi_{\rm RD}\end{pmatrix},\quad F_{\rm R}=\begin{pmatrix}F_{\rm R}^C\\F_{\rm RU}\\F_{\rm RD}\end{pmatrix},$$

$$\Lambda=\begin{pmatrix}\Lambda_1\\\Lambda_2^i\\\Lambda_3^a\end{pmatrix},\quad \Lambda_1=\frac{g_1}{2}Y=\frac{g_1}{2}\begin{pmatrix}\frac{1}{3}&0&0\\0&\frac{4}{3}&0\\0&0&-\frac{2}{3}\end{pmatrix},$$

$$\Lambda_2^i=\frac{g_2}{2}\begin{pmatrix}\tau^i&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix},\quad \Lambda_3^a=\frac{g_3}{2}\begin{pmatrix}\lambda^a&0&0\\0&\lambda^a&0\\0&0&\lambda^a\end{pmatrix};$$

$$\hat{A}_\mu=\Lambda_1A_{1\mu}+\Lambda_2^iA_{2\mu}^i+\Lambda_3^aA_{3\mu}^a,\qquad \hat{D}=\Lambda_1D_1+\Lambda_2^iD_2^i+\Lambda_3^aD_3^a,$$

$$\hat{\lambda}=\Lambda_1\lambda_1+\Lambda_2^i\lambda_2^i+\Lambda_3^a\lambda_3^a,\qquad D_\mu=\partial_\mu+i\hat{A}_\mu. \tag{A2}$$

Higgs 场:

$$\Lambda=\begin{pmatrix}\Lambda_1\\\Lambda_2^i\end{pmatrix},\quad \Lambda_1=\frac{g_1}{2},\quad \Lambda_2^i=\frac{g_2}{2}\tau^i,\quad \hat{A}_\mu=\Lambda_1A_{1\mu}+\Lambda_2^iA_{2\mu}^i,$$

$$\hat{\lambda}=\Lambda_1\lambda_1+\Lambda_2^i\lambda_2^i,\quad \hat{D}=\Lambda_1D_1+\Lambda_2^iD_2^i,\quad D_\mu=\partial_\mu+i\hat{A}_\mu. \tag{A3}$$

软破缺矩阵:

$$M_{\mathrm{L}}^2=\begin{pmatrix} m_{\mathrm{L}}^2 & 0 & 0 & 0\\ 0 & m_{\mathrm{L}}^2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & m_{\mathrm{LD}}^{C2} & 0\\ 0 & 0 & 0 & m_{\mathrm{LU}}^{C2}\end{pmatrix},\quad M_{\mathrm{R}}^2=\begin{pmatrix} m_{\mathrm{R}}^2 & 0 & 0 & 0\\ 0 & m_{\mathrm{R}}^2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & m_{\mathrm{RU}}^2 & 0\\ 0 & 0 & 0 & m_{\mathrm{RD}}^2\end{pmatrix},$$

$$M_{\mathrm{LR}}=\begin{pmatrix} m_{\mathrm{LR}} & 0 & 0 & 0\\ 0 & m_{\mathrm{LR}} & 0 & 0\\ 0 & 0 & m_{\mathrm{LRU}} & 0\\ 0 & 0 & 0 & m_{\mathrm{LRD}}\end{pmatrix},\quad \mu'=\begin{pmatrix} \mu_1 & 0 & 0\\ 0 & \mu_2^i & 0\\ 0 & 0 & \mu_3^a\end{pmatrix}. \tag{A4}$$

存在软破缺时超夸克的质量项:

$$L_{\mathrm{mass}}^{\tilde{q}}=-\begin{pmatrix} A_{\mathrm{LU}}\\ A_{\mathrm{LD}}^C\\ A_{\mathrm{RU}}\\ A_{\mathrm{RD}}^C\end{pmatrix}^{\dagger}\begin{pmatrix} W_{\mathrm{u}} & S_{\mathrm{u}}\\ S_{\mathrm{u}}^{\dagger} & T_{\mathrm{u}}\end{pmatrix}\begin{pmatrix} A_{\mathrm{LU}}\\ A_{\mathrm{LD}}^C\\ A_{\mathrm{RU}}\\ A_{\mathrm{RD}}^C\end{pmatrix} -\begin{pmatrix} A_{\mathrm{LD}}\\ A_{\mathrm{LU}}^C\\ A_{\mathrm{RD}}\\ A_{\mathrm{RU}}^C\end{pmatrix}^{\dagger}\begin{pmatrix} W_{\mathrm{d}} & S_{\mathrm{d}}\\ S_{\mathrm{d}}^{\dagger} & T_{\mathrm{d}}\end{pmatrix}\begin{pmatrix} A_{\mathrm{LD}}\\ A_{\mathrm{LU}}^C\\ A_{\mathrm{RD}}\\ A_{\mathrm{RU}}^C\end{pmatrix}. \tag{A5}$$

$$W_{\mathrm{u}}=\begin{pmatrix} m_{\mathrm{L}}^2+NN^{\dagger}+\dfrac{g_{\mathrm{L}}^2v_{\mathrm{L}}^2}{2} & NK^{\dagger}G_{\mathrm{R}}\dfrac{v_{\mathrm{R}}}{\sqrt{2}}+g_{\mathrm{L}}N_{\mathrm{u}}^{\dagger}\dfrac{v_{\mathrm{L}}}{\sqrt{2}}\\ G_{\mathrm{R}}KN^{\dagger}\dfrac{v_{\mathrm{R}}}{\sqrt{2}}+N_{\mathrm{u}}g_{\mathrm{L}}\dfrac{v_{\mathrm{L}}}{\sqrt{2}} & m_{\mathrm{LD}}^{C2}+N_{\mathrm{u}}N_{\mathrm{u}}^{\dagger}+\dfrac{G_{\mathrm{R}}^2v_{\mathrm{R}}^2}{2}\end{pmatrix},$$

$$W_{\mathrm{d}}=\begin{pmatrix} m_{\mathrm{L}}^2+NN^{\dagger}+kg_{\mathrm{R}}^2k^{\dagger}\dfrac{v_{\mathrm{R}}^2}{2} & NG_{\mathrm{L}}\dfrac{v_{\mathrm{L}}}{\sqrt{2}}+kg_{\mathrm{R}}N_{\mathrm{d}}^{\dagger}\dfrac{v_{\mathrm{R}}}{\sqrt{2}}\\ G_{\mathrm{L}}N^{\dagger}\dfrac{v_{\mathrm{L}}}{\sqrt{2}}+N_{\mathrm{d}}g_{\mathrm{R}}k^{\dagger}\dfrac{v_{\mathrm{R}}}{\sqrt{2}} & m_{\mathrm{LU}}^{C2}+N_{\mathrm{d}}N_{\mathrm{d}}^{\dagger}+\dfrac{G_{\mathrm{L}}^2v_{\mathrm{L}}^2}{2}\end{pmatrix},$$

$$T_{\mathrm{u}}=\begin{pmatrix} m_{\mathrm{RU}}^2+N_{\mathrm{u}}^{\dagger}N_{\mathrm{u}}+\dfrac{g_{\mathrm{L}}^2v_{\mathrm{L}}^2}{2} & g_{\mathrm{L}}N\dfrac{v_{\mathrm{L}}}{\sqrt{2}}+N_{\mathrm{u}}^{\dagger}G_{\mathrm{R}}K\dfrac{v_{\mathrm{R}}}{\sqrt{2}}\\ N^{\dagger}g_{\mathrm{L}}\dfrac{v_{\mathrm{L}}}{\sqrt{2}}+K^{\dagger}G_{\mathrm{R}}N_{\mathrm{u}}\dfrac{v_{\mathrm{R}}}{\sqrt{2}} & m_{\mathrm{R}}^2+N^{\dagger}N+K^{\dagger}G_{\mathrm{R}}^2K\dfrac{v_{\mathrm{R}}^2}{2}\end{pmatrix},$$

$$T_{\mathrm{d}}=\begin{pmatrix} m_{\mathrm{RD}}^2+N_{\mathrm{d}}^{\dagger}N_{\mathrm{d}}+\dfrac{g_{\mathrm{R}}^2v_{\mathrm{R}}^2}{2} & -g_{\mathrm{R}}k^{\dagger}N\dfrac{v_{\mathrm{R}}}{\sqrt{2}}-N_{\mathrm{d}}^{\dagger}G_{\mathrm{L}}\dfrac{v_{\mathrm{L}}}{\sqrt{2}}\\ -N^{\dagger}kg_{\mathrm{R}}\dfrac{v_{\mathrm{R}}}{\sqrt{2}}-G_{\mathrm{L}}N_{\mathrm{d}}\dfrac{v_{\mathrm{L}}}{\sqrt{2}} & m_{\mathrm{R}}^2+N^{\dagger}N+\dfrac{G_{\mathrm{L}}^2v_{\mathrm{L}}^2}{2}\end{pmatrix},$$

$$S_{\mathrm{u}}=\begin{pmatrix} \mu^*\dfrac{g_{\mathrm{L}}v_{\mathrm{R}}}{\sqrt{2}} & m_{\mathrm{LR}}\\ m_{\mathrm{LRU}} & \mu^*G_{\mathrm{R}}K\dfrac{v_{\mathrm{L}}}{\sqrt{2}}\end{pmatrix},\quad S_{\mathrm{d}}=\begin{pmatrix} \mu^*kg_{\mathrm{R}}\dfrac{v_{\mathrm{L}}}{\sqrt{2}} & -m_{\mathrm{LR}}\\ m_{\mathrm{LRD}} & -\mu^*G_{\mathrm{L}}\dfrac{v_{\mathrm{R}}}{\sqrt{2}}\end{pmatrix}. \tag{A6}$$

A Quark Model Including Lepton Structure

Liu Yaoyang
(*Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei* 230026)

Jiang Xiangdong Zhou Jiange
(*Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100039)

Received 16 October 1995

Abstract

The chiral extension of the standard model makes quarks having two chiralities parallelly. Some interesting questions, such as the possibilities of leptons being made of additional leptonic quarks and proton decay, are discussed. We also investigate the supersymmetrization of the extension of quark model. It is proved that such a theory maintains many important characteristics of the original one, but the generation number required for breaking asymptotic freedom is decreased from $>33/8$ to $>9/4$ which is compatible with the present experiments.

Key words standard model, chirality, extension, supersymmetrization.