

不同激发能的 ^{208}Pb 核的非平衡态的概率分布与熵

潘忠诚 姜绍周

(南开大学物理系 天津 300071)

高良俊

(中国原子能科学研究院 北京 102413)

1994-05-16 收稿

摘 要

本文对 ^{208}Pb 核不同激发能情况下的概率分布与熵进行了计算,并对不同能量的概率分布和熵随时间变化作了比较。由此得到激发能高低与激发态寿命的相关关系等有意义的结果。从而表明,我们以前对非平衡态核所导出的计算方法是合理的。

关键词 转移概率,熵,非平衡态。

1 引 言

在文献[1]中,曾根据原子核的激子模型^[2-4],导出计算非平衡态的原子核随时间变化的转移概率矩阵的表示式,由此计算了 ^{99}Nb 核随时间变化的概率分布和熵,得到比文献[5]更精细的结果,用以描述处于非平衡态的核的行为。

本文对 ^{208}Pb 核在不同激发能情况下的概率分布与熵进行了计算,并对不同能量的概率分布与熵随时间变化作了比较。由此得到一些有意义的结论:(1)激发能越高,其占有概率越小,而且随时间衰减越快。这表明,实现高激发能态比低激发能态困难,且不稳定,因而态的寿命短。(2)对于熵,激发能越高,其达到最大值的时间越短。这也表明高激发能态的寿命短。(3)在某能量阈值以上,不论激发能高低,不论起始态激子数多少,非平衡熵极大值却近似相等。

2 非平衡态核的转移概率矩阵的计算

根据激子模型,描述激发核的概率分布的主方程表示如下^[6]:

$$\frac{d}{dt} P_m(t) = A_{m-1} P_{m-1}(t) - R_m P_m(t) + B_{m+1} P_{m+1}(t), \quad (m = 1, 2, \dots), \quad (1)$$

在文献[1]中,曾将此方程的解表为^[7]

$$P_m(t) = \sum_{n=1}^N G_{m,n}(t) P_n(0), \quad (2)$$

式中 $P_n(0)$ 表示初始态的概率分布值,而 $G_{m,n}(t)$ 则是转移概率矩阵。其对角元表达式为(见文献[1]中的(30)与(31)式):

$$G_{m,m}(t) \approx g_{Y_m}^{(0)} e^{-Y_m t} + g_{X_m}^{(0)} e^{-X_m t}, \quad (3)$$

式中

$$g_{Y_m}^{(0)} = \frac{\bar{R}_m - Y_m}{W_m}, \quad g_{X_m}^{(0)} = -\frac{\bar{R}_m - X_m}{W_m}. \quad (4)$$

对于左下侧的矩阵元为(见文献[1]中的(46)–(50)诸式):

$$G_{m+n,m}(t) = g_{Y_m}^{(n)} e^{-Y_m t} + g_{X_m}^{(n)} e^{-X_m t} + \sum_{i=0}^{n-1} [g_{U_{m+i}}^{(n)} e^{-U_{m+i} t} + g_{V_{m+i}}^{(n)} e^{-V_{m+i} t}], \quad (5)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} g_{Y_m}^{(n)} &= \frac{A_{m+n-1}(R_{m+n+1} - Y_m)}{(U_{m+n-1} - Y_m)(V_{m+n-1} - Y_m)} g_{Y_m}^{(n-1)} \\ g_{X_m}^{(n)} &= \frac{A_{m+n-1}(R_{m+n+1} - X_m)}{(X_{m+n-1} - X_m)(V_{m+n-1} - X_m)} g_{X_m}^{(n-1)} \end{aligned} \right\} \\ (n = 1, 2, \dots, N - m - 1); \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} g_{U_m}^{(1)} &= \frac{A_m(R_{m+2} - U_m)}{N_m} \left[\frac{g_{Y_m}^{(0)}}{Y_m - U_m} + \frac{g_{X_m}^{(0)}}{X_m - U_m} \right] \\ g_{V_m}^{(1)} &= \frac{-A_m(R_{m+2} - V_m)}{N_m} \left[\frac{g_{Y_m}^{(0)}}{Y_m - V_m} + \frac{g_{X_m}^{(0)}}{X_m - V_m} \right] \end{aligned} \right\}; \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} g_{U_{m+i}}^{(n)} &= \frac{A_{m+n-1}(R_{m+n+1} - U_{m+i})}{(U_{m+n-1} - U_{m+i})(V_{m+n-1} - U_{m+i})} g_{U_{m+i}}^{(n-1)} \\ g_{V_{m+i}}^{(n)} &= \frac{A_{m+n-1}(R_{m+n+1} - V_{m+i})}{(U_{m+n-1} - V_{m+i})(V_{m+n-1} - V_{m+i})} g_{V_{m+i}}^{(n-1)} \end{aligned} \right\} \\ (i = 0, 1, \dots, n-2; n = 2, 3, \dots, N - m - 1); \quad (8)$$

$$g_{U_{m+n-1}}^{(n)} = \frac{A_{m+n-1}(R_{m+n+1} - U_{m+n-1})}{N_{m+n-1}} \cdot \left\{ \frac{g_{Y_m}^{(n-1)}}{Y_m - U_{m+n-1}} + \frac{g_{X_m}^{(n-1)}}{X_m - U_{m+n-1}} + \sum_{i=0}^{n-2} \left[\frac{g_{U_{m+i}}^{(n-1)}}{U_{m+i} - U_{m+n-1}} + \frac{g_{V_{m+i}}^{(n-1)}}{V_{m+i} - U_{m+n-1}} \right] \right\},$$

$$g_{V_{m+n-1}}^{(n)} = \frac{-A_{m+n-1}(R_{m+n+1} - V_{m+n-1})}{N_{m+n-1}} \cdot \left\{ \frac{g_{Y_m}^{(n-1)}}{Y_m - V_{m+n-1}} + \frac{g_{X_m}^{(n-1)}}{X_m - V_{m+n-1}} + \sum_{i=0}^{n-2} \left[\frac{g_{U_{m+i}}^{(n-1)}}{U_{m+i} - V_{m+n-1}} \right] \right\}$$

$$+ \frac{g_{Y_{m+i}}^{(-n-1)}}{V_{m+i} - V_{m+n-1}} \Bigg\}. \quad (9)$$

而右上侧的矩阵元为(见文献[1]中的(51)–(55)式):

$$G_{m-n,m}(t) = g_{Y_m}^{(-n)} e^{-Y_m t} + g_{X_m}^{(-n)} e^{-X_m t} + \sum_{i=0}^{n-1} [g_{D_{m-i}}^{(-n)} e^{-D_{m-i} t} + g_{F_{m-i}}^{(-n)} e^{-F_{m-i} t}], \quad (10)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} g_{Y_m}^{(-n)} &= \frac{B_{m-n+1}(R_{m-n-1} - Y_m)}{(D_{m-n+1} - Y_m)(F_{m-n+1} - Y_m)} g_{Y_m}^{(-n+1)} \\ g_{X_m}^{(-n)} &= \frac{B_{m-n+1}(R_{m-n-1} - X_m)}{(D_{m-n+1} - X_m)(F_{m-n+1} - X_m)} g_{X_m}^{(-n+1)} \end{aligned} \right\} \quad (n = 1, 2, \dots, N - m - 1); \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} g_{D_m}^{(-1)} &= \frac{B_m(R_{m-2} - D_m)}{M_m} \left[\frac{g_{Y_m}^{(0)}}{Y_m - D_m} + \frac{g_{X_m}^{(0)}}{X_m - D_m} \right] \\ g_{F_m}^{(-1)} &= \frac{-B_m(R_{m-2} - F_m)}{M_m} \left[\frac{g_{Y_m}^{(0)}}{Y_m - F_m} + \frac{g_{X_m}^{(0)}}{X_m - F_m} \right] \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} g_{D_{m-i}}^{(-n)} &= \frac{B_{m-n+1}(R_{m-n-1} - D_{m-i})}{(D_{m-n+1} - D_{m-i})(F_{m-n+1} - D_{m-i})} g_{D_{m-i}}^{(-n+1)} \\ g_{F_{m-i}}^{(-n)} &= \frac{B_{m-n+1}(R_{m-n-1} - F_{m-i})}{(D_{m-n+1} - F_{m-i})(F_{m-n+1} - F_{m-i})} g_{F_{m-i}}^{(-n+1)} \end{aligned} \right\} \quad (i = 0, 1, \dots, n - 2; n = 2, 3, \dots, N - m - 1); \quad (13)$$

$$\begin{aligned} g_{D_{m-n+1}}^{(-n)} &= \frac{B_{m-n+1}(R_{m-n-1} - U_{m-n+1})}{M_{m-n+1}} \\ &\cdot \left\{ \frac{g_{Y_m}^{(-n+1)}}{Y_m - D_{m-n+1}} + \frac{g_{X_m}^{(-n+1)}}{X_m - D_{m-n+1}} + \sum_{i=0}^{n-2} \left[\frac{g_{D_{m-i}}^{(-n+1)}}{D_{m-i} - D_{m-n+1}} \right. \right. \\ &\left. \left. + \frac{g_{F_{m-i}}^{(-n+1)}}{F_{m-i} - D_{m-n+1}} \right] \right\}, \\ g_{F_{m-n+1}}^{(-n)} &= \frac{-B_{m-n+1}(R_{m-n-1} - F_{m-n+1})}{M_{m-n+1}} \\ &\cdot \left\{ \frac{g_{Y_m}^{(-n+1)}}{Y_m - F_{m-n+1}} + \frac{g_{X_m}^{(-n+1)}}{X_m - F_{m-n+1}} + \sum_{i=0}^{n-2} \left[\frac{g_{D_{m-i}}^{(-n+1)}}{D_{m-i} - F_{m-n+1}} \right. \right. \\ &\left. \left. + \frac{g_{F_{m-i}}^{(-n+1)}}{F_{m-i} - F_{m-n+1}} \right] \right\}. \quad (14) \end{aligned}$$

在以上诸式中, 参数 $X_m, Y_m, W_m, U_m, V_m, N_m, D_m, F_m$ 和 M_m 等都由方程(1)的三个跃迁速率 A_m, B_m 和 R_m (或 L_m) 给出, 而后者则只依赖于核本身性质, 具体表示式见文献[1].

根据上述确定的转移概率矩阵, 就可以得到任一给定起始条件的任何时刻的概率分布.

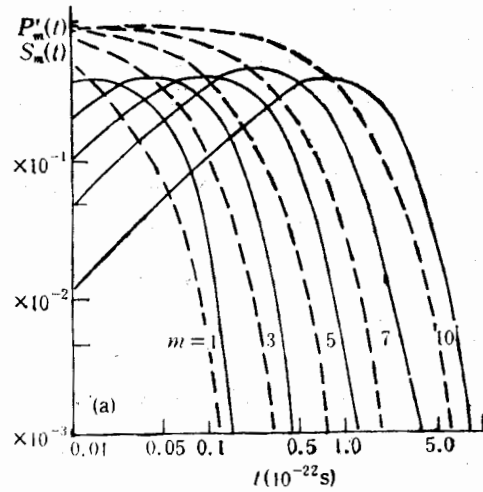
3 对 ^{208}Pb 核在激发能 $E=40,60$ 和 80 MeV 时的计算结果

对于 ^{208}Pb 核,具体数据值如下:

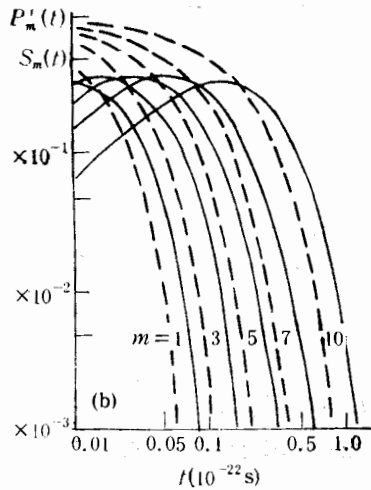
$$Z = 82, A = 208, S_1 = S_2 = 1/2, m_1 = m_2 = 1$$

$$b_1 = 7.4, b_2 = 8.0, C_p = 0.1, K_p = 0.8$$

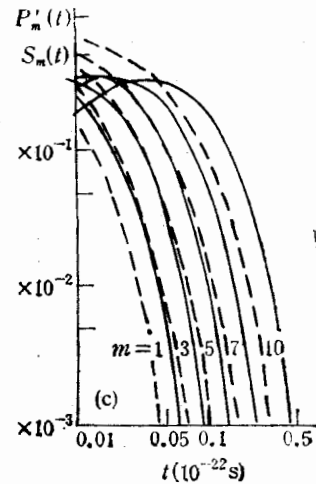
根据文献[1]中的(2)–(11),(27),(29),(33)和(36)诸式,令 $\alpha = 1/2$,可求出不同能量 E 的 $A_m, B_m, L_m, R_m, \bar{R}_m, X_m, Y_m, W_m, U_m, V_m, N_m, D_m, F_m$ 和 M_m . 再将这些计算



(a) $E = 40\text{MeV}$;



(b) $E = 60\text{MeV}$;



(c) $E = 80\text{MeV}$.

图1 对应不同能量,概率 $P'_m(t)$ (虚线)与熵 $S_m(t)$ (实线)随时间变化曲线

表 1 对应不同能量, 概率 $P_m(t)$ 与熵 $S_m(t)$ 在不同时刻的数值

m	10^{-22}s	0.00	0.01	0.025	0.05	0.10	0.25	0.50	1.00	2.50	5.00	7.00
1	P	1.0000	0.5800	0.2573	0.0673	0.0051	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	S	0.00	0.3461	0.3599	0.1988	0.0301	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
3	P	1.0000	0.8040	0.5800	0.3374	0.1153	0.0052	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	S	0.00	0.1979	0.3520	0.4063	0.2769	0.0307	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5	P	1.0000	0.9159	0.8030	0.6435	0.4175	0.1153	0.0149	0.0004	0.00	0.00	0.00
	S	0.00	0.1081	0.2106	0.3416	0.4254	0.2888	0.0728	0.0035	0.00	0.00	0.00
7	P	1.0000	0.9650	0.9150	0.8372	0.7015	0.4146	0.1756	0.0348	0.0008	0.00	0.00
	S	0.00	0.0487	0.1122	0.1990	0.3252	0.4612	0.3808	0.1445	0.0066	0.00	0.00
10	P	1.0000	0.9893	0.9733	0.9473	0.8974	0.7629	0.5820	0.3384	0.0665	0.0044	0.0005
	S	0.00	0.0116	0.0282	0.0548	0.1029	0.2174	0.3295	0.3800	0.1846	0.0243	0.0038

(a) $E = 40\text{MeV}$

m	10^{-22}s	0.00	0.01	0.025	0.05	0.10	0.25	0.50	1.00	2.50
1	P	1.0000	0.3511	0.0737	0.0057	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	S	0.00	0.3937	0.2054	0.0316	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
3	P	1.0000	0.5589	0.2339	0.0552	0.0032	0.00	0.00	0.00	0.00
	S	0.00	0.3478	0.3617	0.1701	0.0196	0.00	0.00	0.00	0.00
5	P	1.0000	0.7231	0.4452	0.1988	0.0400	0.0004	0.00	0.00	0.00
	S	0.00	0.2544	0.3881	0.3453	0.1385	0.0033	0.00	0.00	0.00
7	P	1.0000	0.8347	0.6366	0.4057	0.1653	0.0117	0.0002	0.00	0.00
	S	0.00	0.1690	0.3176	0.4022	0.3251	0.0569	0.0018	0.00	0.00
10	P	1.0000	0.9251	0.8230	0.6773	0.4587	0.1424	0.0203	0.0004	0.00
	S	0.00	0.0730	0.1613	0.2657	0.3592	0.2784	0.0791	0.0031	0.00

(b) $E = 60\text{MeV}$

m	10^{-22}s	0.00	0.01	0.025	0.05	0.10	0.25	0.50
1	P	1.0000	0.2084	0.0201	0.0005	0.00	0.00	0.00
	S	0.00	0.3466	0.0831	0.0040	0.00	0.00	0.00
3	P	1.0000	0.3613	0.0788	0.0063	0.00	0.00	0.00
	S	0.00	0.3866	0.2100	0.0334	0.00	0.00	0.00
5	P	1.0000	0.5164	0.1919	0.0370	0.0014	0.00	0.00
	S	0.00	0.3602	0.3326	0.1279	0.0095	0.00	0.00
7	P	1.0000	0.6508	0.3419	0.1173	0.0140	0.00	0.00
	S	0.00	0.2976	0.3883	0.2653	0.0631	0.00	0.00
10	P	1.0000	0.7957	0.5648	0.3190	0.1017	0.0033	0.00
	S	0.00	0.1818	0.3236	0.3645	0.2325	0.0189	0.00

(c) $E = 80\text{MeV}$

结果代入本文所列诸式,便可求出不同时刻的转移概率矩阵。由此依据(2)式,便求出不同时刻的概率分布。

对于有确定激子数 m 的起始态而言,其概率分布为

$$P'_m(t) = \sum_{n=1}^N G_{n,m}(t)P_n(0) = \sum_{n=1}^N P_{n,m}(t), \quad (15)$$

并由此可求出相应的非平衡态熵

$$S_m(t) = - \sum_{n=1}^N P_{n,m}(t) \ln P_{n,m}(t). \quad (16)$$

取类似于文献[1]中的起始态(58)式,对不同能量 ($E = 40, 60, 80 \text{ MeV}$) 取 $m = 1, 3, 5, 7, 10$, 分别计算出不同时刻的 $P'_m(t)$ 和 $S_m(t)$ (其数值列于表 1(a)–(c)); 随时间的变化曲线,分别见图 1(a)–(c)。时间单位为 10^{-22} s , 而 P'_m 与 S_m 取的是自然单位。

4 讨 论

在上面的计算中,实际上我们取了 $m = 1, 2 \cdots 10$ 甚至到 > 20 。从计算可以看出, L_m 随 m 的增加很快地减小。当 $m > 20$ 时, L_m 因 E 不同将不同程度地趋于零。而且转移矩阵元 $G_{n,m}(t)$ 较为集中在矩阵的对角线上, 即 $|n \pm m| = 1$ 或 2 。因此, m 值不必取得过大。

由上述计算可得出如下结果:

- (1) 激发能越高,其概率分布值越小,这表明高能态激发比低能态激发困难;
- (2) 激发能越高,其概率分布随时间衰减越快,这表明激发能越高,受激原子核的活力越大,就越不稳定,因而衰变就越快,其激发态的寿命也就越短;
- (3) 对于非平衡熵而言,激发能越高,熵趋于极大值的时间也越短。我们认为,非平衡熵趋于极大值的时间相当于激发态核的寿命。因此,结果与上面一致。
- (4) 在激发能相同的情况下,起始态的激子数越多,其概率值下降越慢,表示其态的寿命越长,这是合理的。
- (5) 不论激发能高低,不论起始态的激子数有多少,非平衡熵的极大值却近似相等(约等于 0.4 自然单位)。这表明,对于一个确定的核(或任何一个系统)而言,其最大“混乱度”(即最大熵)应是确定的。就是说,不论起始状态如何,不论以什么方式,采用什么方法,使一个系统能够达到的最大“混乱度”,应是相同的。但我们认为,这应当在能量达到一定值使核充分被激活之后,才会有这样的结果;这样的极大熵应是该核的最大熵(亦可称“绝和熵”)。

上述结果表明,我们在文献[1]中对非平衡态核所导出的计算方法是合理的。

参 考 文 献

- [1] Pan Zhongcheng et al., *Chin. J. Nucl. Phys.*, **14** (1992) 105.
[2] 高良俊、申庆彪, 原子核反应理论, 原子能出版社, 北京, 1986.
[3] Griffin J. J., *Phys. Rev. Lett.*, **17** (1986) 478.
[4] Cline C. K., Blann M., *Nucl. Phys.*, **A172** (1971) 325.
[5] Gao Liangjun et al., *Phys. Lett.*, **144A** (1990) 1.
[6] 高良俊、刘仁康, 原子能科学技术, **5**, (1981)611; 1(1981)100.
[7] Risken H., the Fokker-Planck equation, methods of solution and application, Berlin, Springer, 1984.

Probability Distribution and Entropy of Nonequilibrium State for ^{208}Pb Nuclei Under Different Excited Energies

Pan Zhongcheng Jiang Shaozhou

(Department of Physics, Nankai University, Tianjin 300071)

Gao Liangjun

(China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413)

Received 16, May 1994

Abstract

The probability distribution and the entropy of ^{208}Pb nuclei under different excited energies are calculated. Comparison is made between the probability distributions and the entropies with time for different excited energies. The result shows that our previous calculation is reasonable.

Key words transformation probability, entropy, nonequilibrium state.