

荷电标量介子对光子与光子散射振幅 贡献的精确解析表达式*

杨茂志 周咸建

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

李秀林

(杭州师范学院物理系 浙江 310012)

1994-09-10 收稿

摘 要

计算了荷电标量介子的圈图对光子与光子散射的四阶极化张量和圆极化散射振幅的贡献,得到了它们依赖于三个超越函数 $B(u)$, $T(u)$ 和 $I(u, \nu)$ 的精确解析表达式。

关键词 极化张量,圆极化振幅,圈图,超越函数。

我们知道,按经典的麦克斯韦电磁理论,光波之间不相互作用。在量子电动力学中,光子之间可以通过虚的带电粒子而相互作用。人们早在三十年代已对这种只有在量子电动力学中才有的非线性相互作用感兴趣,但是只有到五十年代初,在重整化方法建立后,人们才计算了带电费米子的圈图对光子与光子散射的贡献^[1,2]。在弱电统一模型中存在着带电的矢量中间玻色子 W^\pm , 它们的圈图也会对光子与光子的散射有贡献。1987年 Boudjema^[3] 使用非线性 R_ξ 规范证明了 W^\pm 玻色子圈图对光子与光子散射的极化张量的贡献是有限的和规范不变的。九十年代初周咸建等人在线性 R_ξ 规范 ($\xi = 1$) 中计算了 W^\pm 玻色子圈图对此极化张量的贡献,并在低能近似下算出了相应的光子与光子散射的总截面^[4,5]。

我们知道,在有二个或二个以上 Higgs 粒子二重态的非标准模型中,例如超对称标准模型中,还存在着带电的标量介子 ϕ^\pm 。他们的圈图也会对光子与光子散射作贡献。

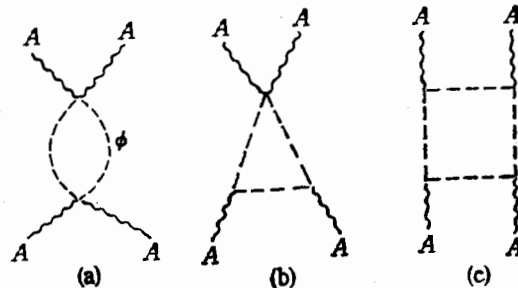


图1 光子与光子散射的费曼图

* 国家自然科学基金和中国科学院特别基金资助。

本文将用三个超越函数 $B(u)$, $T(u)$ 和 $I(u, \nu)$ ^[2] 把 ϕ^\pm 圈图对光子与光子散射的极化张量和圆极化散射振幅的贡献精确地表达出来。

令荷电标量场 ϕ^\pm 粒子的质量为 M , 它的电荷为 qe , 其中 e 为电子的电量。 ϕ^\pm 与电磁场的相互作用由电磁规范原理所完全决定。其中三顶角为 $ieqA_\mu(\phi^-\partial_\mu\phi^+ - \phi^+\partial_\mu\phi^-)$, 四顶角为 $eqA_\mu A_\mu\phi^+\phi^-$ 。这些相互作用顶角并不依赖于具体的非标准模型。这样 ϕ^\pm 对光子与光子散射的贡献来自图1中的三个费曼图。

为方便取该费曼图中的四个光子的四维动量 $k^{(i)}$ ($i = 1, 2, 3, 4$) 都是向外的。光子与光子散射振幅一般可表成

$$M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4} = \epsilon_{\mu_1}(k^{(1)}, \lambda_1)\epsilon_{\mu_2}(k^{(2)}, \lambda_2)\epsilon_{\mu_3}(k^{(3)}, \lambda_3)\epsilon_{\mu_4}(k^{(4)}, \lambda_4)G_{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4}(1234), \quad (1)$$

其中 $\epsilon_\mu(k, \lambda)$ 是光子的极化矢量, λ 是光子的物理极化自由度。若 $\lambda = +, -$ (或 $+1, -1$), 分别表示光子是右旋圆极化或左旋圆极化。我们用文献[6]中的方法来表示圆极化矢量

$$\begin{aligned} \epsilon_\mu(k^{(1)}, \lambda_1) &= u_\mu^{(-\lambda_1)}, \epsilon_\mu(k^{(2)}, \lambda_2) = u_\mu^{(\lambda_2)}, \epsilon_\mu(k^{(3)}, \lambda_3) = u_\mu^{(\lambda_3)}, \\ \epsilon_\mu(k^{(4)}, \lambda_4) &= u_\mu^{(-\lambda_4)}, \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $u_\mu^{(\lambda)}$ 和 $u_\mu^{(-\lambda)}$ 分别为[6]中的方程(63)和(28)。为方便一般用 $f(1234)$ 表示 $f(k^{(1)}, k^{(2)}, k^{(3)}, k^{(4)})$, 式(1)中的四阶极化张量 $G_{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4}(k^{(1)}, k^{(2)}, k^{(3)}, k^{(4)})$ 在同时任意交换 $(k^{(1)}, \mu_1), (k^{(2)}, \mu_2), (k^{(3)}, \mu_3)$ 和 $(k^{(4)}, \mu_4)$ 下不变。这个玻色对称性来自于入射、出射光子是全同粒子, 并且费曼图中光子的动量都取向外。此外由于电磁的规范不变性(即电磁流守恒), G 还应满足规范不变条件:

$$k_\mu^{(1)}G'_{\mu\nu\rho\sigma} = k_\nu^{(2)}G'_{\mu\nu\rho\sigma} = k_\rho^{(3)}G'_{\mu\nu\rho\sigma} = k_\sigma^{(4)}G_{\mu\nu\rho\sigma} = 0, \quad (3)$$

由此一般地可以把 G 表成^[1,6](例如文献[6]中的(9)式):

$$\begin{aligned} G_{\mu\nu\rho\sigma} &\equiv \sum_{24\text{perm}} \{A^{2143}(1234)I_{\mu\nu\rho\sigma}^{(1)}(1234) + A^{2341}(1234)I_{\mu\nu\rho\sigma}^{(2)}(1234) \\ &+ A^{2111}(1234)I_{\mu\nu\rho\sigma}^{(3)}(1234) + A^{2121}(1234)I_{\mu\nu\rho\sigma}^{(4)}(1234) \\ &+ A^{2311}(1234)I_{\mu\nu\rho\sigma}^{(5)}(1234)\}, \end{aligned} \quad (4)$$

其中求和是对 $(k^{(1)}, \mu), (k^{(2)}, \nu), (k^{(3)}, \rho)$ 和 $(k^{(4)}, \sigma)$ 的 24 种置换求和,

$$\begin{aligned} I_{\mu\nu\rho\sigma}^{(1)}(1234) &= \frac{1}{32} F_{\mu\alpha\beta}(1)F_{\nu\beta\alpha}(2)F_{\rho\tau\delta}(3)F_{\sigma\delta\tau}(4), \\ I_{\mu\nu\rho\sigma}^{(2)}(1234) &= \frac{1}{8} F_{\mu\alpha\beta}(1)F_{\mu\beta\tau}(2)F_{\rho\tau\delta}(3)F_{\sigma\delta\alpha}(4), \\ I_{\mu\nu\rho\sigma}^{(3)}(1234) &= -\frac{1}{4(k^{(3)} \cdot k^{(4)})} F_{\mu\alpha\beta}(1)F_{\nu\beta\alpha}(2)k_\tau^{(1)}F_{\rho\tau\delta}(3)F_{\sigma\delta\epsilon}(4)k_\epsilon^{(1)}, \\ I_{\mu\nu\rho\sigma}^{(4)}(1234) &= -\frac{1}{4(k^{(3)} \cdot k^{(4)})} F_{\mu\alpha\beta}(1)F_{\nu\beta\alpha}(2)k_\tau^{(2)}F_{\rho\tau\delta}(3)F_{\sigma\delta\epsilon}(4)k_\epsilon^{(1)}, \\ I_{\mu\nu\rho\sigma}^{(5)}(1234) &= \frac{1}{3(k^{(2)} \cdot k^{(4)})} k_\alpha^{(2)}F_{\sigma\alpha\beta}(4)F_{\mu\beta\tau}(1)[F_{\nu\tau\delta}(2)F_{\rho\delta\sigma}(3) \\ &\quad - F_{\rho\tau\delta}(3)F_{\nu\delta\epsilon}(2)]k_\epsilon^{(1)}, \\ F_{\eta\theta\chi}(i) &= -F_{\eta\chi\theta}(i) = \delta_{\eta\theta}k_\chi^{(i)} - \delta_{\eta\chi}k_\theta^{(i)}. \quad (i = 1, 2, 3, 4) \end{aligned} \quad (5)$$

只有图 1(c) 才对(4)式中的五个 A 系数 $A^{2143}, A^{2341}, A^{2111}, A^{2121}$ 和 A^{2311} 有贡献。图 1(c) 的外线动量交换后共得 6 个子图, 其中两两相等, 因此 A 系数一般可表成

$$A^{ijlm}(1234) = A_1^{ijlm}(1234) + A_1^{ijlm}(1243) + A_1^{ijlm}(1342), \quad (6)$$

这里 $A_1^{ijlm}(1234)$ 等是子图的贡献, 它们可以表成费曼积分形式

$$\begin{aligned} A_1^{ijlm}(1234) &= \frac{e^4 q^4}{8\pi^2 M^4} \int d\tau [P_\phi^{ijlm} D(\alpha, \beta)], \\ A_1^{ijlm}(1342) &= \frac{e^4 q^4}{8\pi^2 M^4} \int d\tau [P_\phi^{ijlm} D(\beta, \gamma)], \\ A_1^{ijlm}(1243) &= \frac{e^4 q^4}{8\pi^2 M^4} \int d\tau [P_\phi^{ijlm} D(\alpha, \gamma)], \end{aligned} \quad (7)$$

其中 P_ϕ 可表成

$$\begin{aligned} P_\phi^{2143} &= (2y_3 - 1)^2(1 - 2y_1)^2, \\ P_\phi^{4321} &= (2y_2 + 2y_3 - 1)^2(2y_1 + 2y_2 - 1)^2, \\ P_\phi^{2341} &= (2y_3 - 1)(2y_1 + 2y_2 - 1)(1 - 2y_1)(1 - 2y_3 - 2y_2), \\ P_\phi^{2413} &= (2y_3 - 1)(2y_2 - 1)(1 - 2y_1 - 2y_2 - 2y_3)(2y_1 - 1), \\ P_\phi^{4312} &= (-1 + 2y_2 + 2y_3)(-1 + 2y_1 + 2y_2)(1 - 2y_1 - 2y_2 - 2y_3)(1 - 2y_2), \\ P_\phi^{2111} &= (2y_3 - 1)(1 - 2y_3)(1 - 2y_1 - 2y_2 - 2y_3)(1 - 2y_3 - 2y_2), \\ P_\phi^{4111} &= (2y_2 + 2y_3 - 1)(1 - 2y_3)(1 - 2y_1 - 2y_2 - 2y_3)(1 - 2y_2 - 2y_3), \\ P_\phi^{2121} &= (2y_3 - 1)(1 - 2y_3)(1 - 2y_1 - 2y_2)(1 - 2y_2 - 2y_3), \\ P_\phi^{2112} &= (2y_3 - 1)(1 - 2y_3)(1 - 2y_1 - 2y_2 - 2y_3)(1 - 2y_2), \\ P_\phi^{4411} &= (-1 + 2y_2 + 2y_3)(-1 + 2y_2)(1 - 2y_1 - 2y_2 - 2y_3)(1 - 2y_2 - 2y_3), \\ P_\phi^{2311} &= (2y_3 - 1)(2y_1 + 2y_2 - 1)(1 - 2y_1 - 2y_2 - 2y_3)(1 - 2y_2 - 2y_3), \\ P_\phi^{2411} &= (2y_3 - 1)(2y_2 - 1)(1 - 2y_1 - 2y_2 - 2y_3)(1 - 2y_2 - 2y_3), \\ P_\phi^{1112} &= (-1 + 2y_2 + 2y_3)(1 - 2y_3)(1 - 2y_1 - 2y_2 - 2y_3)(1 - 2y_2), \end{aligned} \quad (8)$$

此外

$$\begin{aligned} \alpha &= -\frac{k^{(1)} \cdot k^{(2)}}{2M^2} = -\frac{k^{(3)} \cdot k^{(4)}}{2M^2}, \quad \beta = -\frac{k^{(1)} \cdot k^{(3)}}{2M^2} = -\frac{k^{(2)} \cdot k^{(4)}}{2M^2}, \\ \gamma &= -\frac{k^{(1)} \cdot k^{(4)}}{2M^2} = -\frac{k^{(2)} \cdot k^{(3)}}{2M^2}, \\ y_1 &= (1-x)(1-y), \quad y_3 = (1-z)y, \\ y_2 &= x(1-y), \quad y_4 = yz, \\ \int d\tau &\rightarrow \int_0^1 dy y(1-y) \int_0^1 dx \int_0^1 dz, \end{aligned}$$

$$D(u, v) = \{1 - i\epsilon - 4y(1-y)[uxz + v(1-x)(1-z)]\}^{-2}.$$

经过繁琐的计算得到了以下三个超越函数表达的 A 系数表式, 这在附录 A 中给出。这三个超越函数来自文献[2], 它们是

$$B(u) = \frac{1}{2} \int_0^1 dy \log [1 - i\epsilon - 4uy(1-y)]$$

$$= \begin{cases} \left(\frac{u-1}{u}\right)^{\frac{1}{2}} \sinh^{-1}(-u)^{\frac{1}{2}} - 1; & u < 0 \\ \left(\frac{1-u}{u}\right)^{\frac{1}{2}} \sin^{-1}u^{\frac{1}{2}} - 1; & 0 < u < 1 \\ \left(\frac{u-1}{u}\right)^{\frac{1}{2}} \cosh^{-1}u^{\frac{1}{2}} - 1 - \frac{\pi i}{2} \left(\frac{u-1}{u}\right)^{\frac{1}{2}}; & 1 < u, \end{cases} \quad (9)$$

$$T(u) = \int_0^1 \frac{dy}{4y(1-y)} \log [1 - i\epsilon - 4uy(1-y)]$$

$$= \begin{cases} [\sinh^{-1}(-u)^{\frac{1}{2}}]^2; & u < 0 \\ -[\sin^{-1}u^{\frac{1}{2}}]^2; & 0 < u < 1 \\ [\cosh^{-1}u^{\frac{1}{2}}]^2 - \frac{1}{4}\pi^2 - i\pi \cosh^{-1}u^{\frac{1}{2}}; & 1 < u, \end{cases} \quad (10)$$

$$I(u, v) = I(v, u) = \int_0^1 \frac{dy}{4y(1-y) - (u+v)/(uv)} \{ \log [1 - i\epsilon - 4uy(1-y)] + \log [1 - i\epsilon - 4vy(1-y)] \}, \quad (11)$$

其中实部为

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}[I(u, v)] = & \frac{1}{2a} \operatorname{Re} \left[\phi \left(\frac{a+1}{a+b(u)} \right) + \phi \left(\frac{a+1}{a-b(u)} \right) - \phi \left(\frac{a-1}{a+b(u)} \right) \right. \\ & - \phi \left(\frac{a-1}{a-b(u)} \right) + \phi \left(\frac{a+1}{a+b(v)} \right) + \phi \left(\frac{a+1}{a-b(v)} \right) \\ & \left. - \phi \left(\frac{a-1}{a+b(v)} \right) - \phi \left(\frac{a-1}{a-b(v)} \right) \right], \end{aligned}$$

虚部为

$$\begin{aligned} \operatorname{Im}[I(u, v)] = & f(u, a) + f(v, a); \\ & \int (\omega, a) = 0, \omega (=u \text{ or } v) < 1, \\ & \int (\omega, a) = \frac{\pi}{2a} \log \frac{a+b(\omega)}{a-b(\omega)}, \omega (=u \text{ or } v) > 1, \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} a = & [1 - (u+v)/(uv)]^{\frac{1}{2}}, \\ b(u) = & \begin{cases} [(u-1)/u]^{\frac{1}{2}}, & u < 0, u > 1 \\ i[(1-u)/u]^{\frac{1}{2}}, & 0 < u < 1, \end{cases} \\ \phi(x) = & \int_0^x \log(1-t) dt/t. \end{aligned}$$

由 A 系数可以计算光子与光子散射的圆极化散射振幅 $M_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4}$, 由于时空反演的不变性, 只有五个独立的振幅, 在附录 B 中给出了它们以 $B(u)$, $T(u)$ 和 $I(u, v)$ 表示的表式.

在不考虑散射光子极化时, 计算光子与光子散射的截面要用到量

$$T \equiv \frac{1}{4} \sum_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4} |M'_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4}|^2.$$

$$= \frac{1}{2} [|M'_{++++}|^2 + |M'_{+--+}|^2 + |M'_{-+-+}|^2 + |M'_{----}|^2 + 4|M'_{+++-}|^2]. \quad (12)$$

这里的 $M'_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4}$ 应考虑到所有带电粒子圈图的贡献^[1,2]. 非极化光子之间散射的总截面为^[5]

$$\sigma_{\text{tot}} = \frac{1}{2} \int \left[\frac{d\sigma}{d\Omega} \right]_{\text{unp}} d\Omega. \quad (13)$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{unp}} = \frac{T}{256\pi^2 \omega^2}$$

这里 ω 是在质心系中单个光子的能量. 要注意的是, 在计算 T 时, 如果 $k_\mu^{(1)}, k_\mu^{(2)}$ 代表的光子是入射光子, 需要作替换 $k_\mu^{(1)} \rightarrow -k_\mu^{(1)}, k_\mu^{(2)} \rightarrow -k_\mu^{(2)}$.

在计算 A 系数和 $M_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4}$ 所用到的公式, 当用来计算带电费米子的圈图贡献时, 我们得到了与文献[2]相同的结果. 这保证了这些公式的正确性.

由于非标准模型中带电标量介子的质量(例如超对称标准模型中)大体上与矢量中间玻色子 W 的质量属同一量级, 因此荷电标量介子的圈图对光子与光子的散射截面的贡献比较荷电费米子的圈图的贡献要小得多^[5].

附 录 A

这里以三个超越函数 B, T, I 来表达 $A^{iiim}(1234) = A^{iiim}(\alpha, \beta, \gamma) = \frac{q^4 e^4}{8\pi^2 M^4} \cdot B^{iiim}(\alpha, \beta, \gamma)$.

这三个超越函数由方程(9), (10)和(11)定义. 令

$$B(\alpha, \beta, \gamma) = r + b_\alpha B(\alpha) + b_\beta B(\beta) + b_\gamma B(\gamma) + i_\alpha T(\alpha) + i_\beta T(\beta) + i_\gamma T(\gamma) + i_{\alpha\beta} I(\alpha, \beta) + i_{\beta\gamma} I(\beta, \gamma) + i_{\gamma\alpha} I(\gamma, \alpha). \quad (A1)$$

其中函数 r, b, i 和 i 是 α, β 和 γ 的有理函数. 这些函数中的一些可以互相交换宗量而得:

$$i_\alpha^{2143}(\alpha, \beta, \gamma) = i_\beta^{2143}(\alpha, \gamma, \beta), \quad i_\gamma^{2341}(\alpha, \beta, \gamma) = i_\alpha^{2341}(\gamma, \beta, \alpha),$$

$$i_\gamma^{2111}(\alpha, \beta, \gamma) = i_\beta^{2111}(\alpha, \gamma, \beta), \quad i_\alpha^{2111}(\alpha, \beta, \gamma) = -i_\beta^{2111}(\beta, \alpha, \gamma), \quad (A2)$$

这里函数 i 代表函数 b 或 i , 而函数 i 满足

$$i_\alpha^{2143}(\alpha, \beta, \gamma) = i_\beta^{2143}(\alpha, \gamma, \beta), \quad i_\beta^{2341}(\alpha, \beta, \gamma) = i_\alpha^{2341}(\gamma, \beta, \alpha),$$

$$i_\gamma^{2111}(\alpha, \beta, \gamma) = i_\alpha^{2111}(\alpha, \gamma, \beta), \quad i_\gamma^{2111}(\alpha, \beta, \gamma) = -i_\beta^{2111}(\beta, \alpha, \gamma), \quad (A3)$$

以下为明确, 以下标带 ϕ 的量表荷电标量介子 ϕ^\pm 圈图贡献的量. 下面列出 ϕ^- 圈图贡献的这些有理函数:

$$r_\phi^{2143} = -(-3\alpha^2 - 10\alpha\beta - 10\beta^2)(6\beta^2 r^2)^{-1},$$

$$r_\phi^{2341} = (-3\alpha^2 - 3\alpha\beta - 5\beta^2)(6\alpha\beta^2 r)^{-1},$$

$$r_\phi^{2111} = 1/(6\beta r),$$

$$r_\phi^{2111} = -(3\alpha + 2\beta)(6\beta^2 r)^{-1},$$

$$r_\phi^{2311} = (\alpha - \beta)(6\alpha\beta r)^{-1},$$

$$b_{\phi\alpha}^{2111} = \alpha^2(3\beta^2 r^2)^{-1},$$

$$b_{\phi\beta}^{2111} = (3\alpha^2 + 3\alpha\beta + \beta^2)(3\alpha\beta r^2)^{-1},$$

$$i_{\phi\alpha}^{2111} = (-4\alpha^4 + 3\alpha^2\beta - 6\alpha\beta^2 + 3\alpha\beta^2 + 9\alpha^2\beta^2 + 30\alpha\beta^3 + 15\beta^4)(12\beta^3 r^3)^{-1},$$

$$i_{\phi\beta}^{2111} = (3\alpha^4 + 3\alpha^3\beta + 3\alpha^2\beta^2 + 18\alpha^2\beta^2 + 15\alpha^2\beta^3 + 6\alpha\beta^4 + 2\beta^5)(12\alpha^2\beta^2 r^3)^{-1},$$

$$i_{\phi\alpha\beta}^{2111} = -(\alpha^5 + 2\alpha^2\beta - 8\alpha^3\beta + \alpha\beta^2 - 8\alpha^2\beta^2 + 7\alpha^3\beta^2 + 3\alpha\beta^3 + 3\beta^4 - 3\alpha\beta^4)(12\alpha^2\beta^2 r^3)^{-1},$$

$$\begin{aligned}
i_{\phi\beta\gamma}^{2111} &= (-\alpha^2 - \alpha^2\beta - \alpha\beta^2 + 2\alpha^2\beta^2 + 4\alpha\beta^3 + 2\beta^4)(12\alpha^2\beta^2r^2)^{-1}, \\
b_{\phi\alpha}^{2341} &= (6\alpha^4 + 15\alpha^3\beta + 7\alpha^2\beta^2 - 9\alpha\beta^3 - 9\beta^4)(3\alpha\beta^3r^2)^{-1}, \\
b_{\phi\beta}^{2341} &= -(3\alpha^2 + 3\alpha\beta + 2\beta^2)(3\alpha^2r^2)^{-1}, \\
i_{\phi\alpha}^{2341} &= -(12\alpha^7 - 6\alpha^3\beta + 48\alpha^6\beta - 18\alpha^4\beta^2 + 68\alpha^5\beta^2 - 15\alpha^3\beta^3 + 36\alpha^4\beta^3 + 3\alpha^2\beta^4 \\
&\quad + 3\alpha^3\beta^4 + 12\alpha\beta^5 + 3\alpha^2\beta^5 + 6\beta^6)(6\alpha^2\beta^4r^2)^{-1}, \\
i_{\phi\beta}^{2341} &= (-6\alpha^4 - 3\alpha^2\beta - 12\alpha^3\beta - 3\alpha\beta^2 + 3\alpha^2\beta^2 + 9\alpha\beta^3 + 4\beta^4)(6\alpha^2r^2)^{-1}, \\
i_{\phi\alpha\beta}^{2341} &= -(3\alpha^4 + 9\alpha^3\beta - 6\alpha^4\beta + 7\alpha^2\beta^2 - 12\alpha^3\beta^2 + 3\alpha^4\beta^2 - \alpha\beta^5 + \alpha^2\beta^5 + 3\alpha^3\beta^5 \\
&\quad - 2\beta^4 + 4\alpha\beta^4 - 5\alpha^2\beta^4 - 3\beta^5 + 3\alpha\beta^5)(12\alpha^2\beta^3r^3)^{-1}, \\
i_{\phi\gamma\alpha}^{2341} &= -(24\alpha^6 - 24\alpha^4\beta + 72\alpha^5\beta + 3\alpha^2\beta^2 - 48\alpha^3\beta^2 + 64\alpha^4\beta^2 + 3\alpha\beta^3 - 14\alpha^2\beta^3 \\
&\quad + 8\alpha^3\beta^3 - 2\beta^4 + 10\alpha\beta^4 - 11\alpha^2\beta^4 + 3\beta^5 - 3\alpha\beta^5)(12\alpha^2\beta^4r^2)^{-1}, \\
b_{\phi\alpha}^{1121} &= (6\alpha^3 + 13\alpha^2\beta + 6\alpha\beta^2 - 3\beta^3)(3\beta^3r^2)^{-1}, \\
b_{\phi\beta}^{1121} &= (-3\alpha - \beta)(3\alpha r^2)^{-1}, \\
b_{\phi\gamma}^{1121} &= (6\alpha^3 + 7\alpha^2\beta - \alpha\beta^2 + \beta^3)(3\alpha\beta^3r)^{-1}, \\
i_{\phi\alpha}^{1121} &= -(12\alpha^6 - 6\alpha^4\beta + 44\alpha^5\beta - 15\alpha^2\beta^2 + 60\alpha^4\beta^2 - 12\alpha^2\beta^3 + 33\alpha^3\beta^3 + 3\alpha^2\beta^4 + 3\beta^5 \\
&\quad - 6\alpha\beta^5)(6\alpha\beta^4r^3)^{-1}, \\
i_{\phi\beta}^{1121} &= (3\alpha^3 + 3\alpha^2\beta - 3\alpha\beta^2 + \beta^4)(6\alpha^2\beta r^3)^{-1}, \\
i_{\phi\gamma}^{1121} &= -(12\alpha^5 - 6\alpha^3\beta + 20\alpha^4\beta - 3\alpha^2\beta^2 + 8\alpha^3\beta^2 - 3\alpha^2\beta^3 + 2\alpha\beta^4 - \beta^5)(6\alpha^2\beta r)^{-1}, \\
i_{\phi\alpha\beta}^{1121} &= -(3\alpha^4 + 7\alpha^3\beta - 6\alpha^4\beta + 5\alpha^2\beta^2 - 8\alpha^3\beta^2 + 3\alpha^4\beta^2 + \alpha\beta^3 - 5\alpha^2\beta^3 + \alpha^3\beta^3 \\
&\quad + 3\alpha^2\beta^4 + 3\beta^5 - 3\alpha\beta^5)(12\alpha^2\beta^3r^3)^{-1}, \\
i_{\phi\gamma\alpha}^{1121} &= -(24\alpha^6 - 24\alpha^4\beta + 64\alpha^5\beta + 3\alpha^2\beta^2 - 38\alpha^3\beta^2 + 56\alpha^4\beta^2 + \alpha\beta^3 - 14\alpha^2\beta^3 \\
&\quad + 10\alpha^3\beta^3 + 6\alpha\beta^4 - 9\alpha^2\beta^4 + 3\beta^5 - 3\alpha\beta^5)(12\alpha^2\beta^4r^2)^{-1}, \\
i_{\phi\beta\gamma}^{1121} &= -(3\alpha^3 + \alpha^2\beta - 6\alpha^3\beta - 8\alpha^2\beta^2 + 3\alpha^3\beta^2 + \alpha\beta^3 + 7\alpha^2\beta^3 + 2\alpha\beta^4 - 2\beta^5)(12\alpha^2\beta^3r^2)^{-1}; \\
b_{\phi\beta}^{2311} &= -(-6\alpha^3 - 3\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + 2\beta^3)(6\alpha^2\beta r^2)^{-1}, \\
b_{\phi\gamma}^{2311} &= -(-2\alpha^3 + \alpha^2\beta - \alpha\beta^2 + 2\beta^3)(6\alpha^2\beta^2r)^{-1}, \\
i_{\phi\beta}^{2311} &= (3\alpha^3 + 3\alpha^4\beta + 3\alpha^3\beta + 9\alpha^4\beta^2 - 3\alpha^2\beta^3 - 3\alpha^3\beta^3 - 3\alpha\beta^4 + 3\alpha^2\beta^4 + 8\alpha\beta^5 + 4\beta^6)(12\alpha^2\beta^2r^3)^{-1}, \\
i_{\phi\gamma}^{2311} &= (4\alpha^5 - 3\alpha^4\beta + 4\alpha^5\beta - \alpha^4\beta^2 + 3\alpha\beta^4 + \alpha^2\beta^4 - 4\alpha\beta^5 - 4\beta^6)(12\alpha^3\beta^3r^2)^{-1}, \\
i_{\phi\alpha\beta}^{2311} &= -(\alpha^3 + \alpha^2\beta - 5\alpha^3\beta - \alpha\beta^2 + 4\alpha^3\beta^2 - \beta^3 + 5\alpha\beta^3 - 4\alpha^2\beta^3)(12\alpha^2\beta^2r^3)^{-1}, \\
i_{\phi\beta\gamma}^{2311} &= (-\alpha^3 + \alpha^2\beta + 2\alpha^3\beta - \alpha^3\beta^2 - 5\alpha\beta^3 - \alpha^2\beta^3 + 4\alpha\beta^4 + 4\beta^5)(12\alpha^3\beta^2r^2)^{-1}; \\
b_{\phi\alpha}^{1143} &= (-6\alpha^4 - 29\alpha^3\beta - 53\alpha^2\beta^2 - 48\alpha\beta^3 - 24\beta^4)(3\beta^3r^3)^{-1}, \\
b_{\phi\beta}^{1143} &= -(-3\alpha^2 - 7\alpha\beta + 2\beta^2)(3\alpha r^2)^{-1}, \\
i_{\phi\alpha}^{1143} &= (6\alpha^7 - 3\alpha^3\beta + 38\alpha^6\beta - 15\alpha^4\beta^2 + 101\alpha^5\beta^2 - 30\alpha^3\beta^3 + 144\alpha^4\beta^3 - 30\alpha^2\beta^4 \\
&\quad + 117\alpha^3\beta^4 - 18\alpha\beta^5 + 54\alpha^2\beta^5 - 6\beta^6 + 18\alpha\beta^6)(3\alpha\beta^4r^4)^{-1}, \\
i_{\phi\beta}^{1143} &= (3\alpha^4 - 3\alpha^2\beta + 12\alpha^3\beta - 3\alpha\beta^2 + 21\alpha^2\beta^2 + 8\alpha\beta^3 + 2\beta^4)(3\alpha^2r^4)^{-1}, \\
i_{\phi\alpha\beta}^{1143} &= (3\alpha^4 + 14\alpha^3\beta - 6\alpha^4\beta + 27\alpha^2\beta^2 - 22\alpha^3\beta^2 + 3\alpha^4\beta^2 + 24\alpha\beta^3 - 26\alpha^2\beta^3 \\
&\quad + 8\alpha^3\beta^3 + 8\beta^4 + 14\alpha\beta^4 + 2\alpha^2\beta^4 + 24\beta^5 - 24\alpha\beta^5 + 3\beta^6)(12\alpha\beta^3r^4)^{-1}, \\
i_{\phi\beta\gamma}^{1143} &= (3\alpha^4 + 8\alpha^3\beta - 6\alpha^4\beta + 8\alpha^2\beta^2 - 22\alpha^3\beta^2 + 3\alpha^4\beta^2 - 32\alpha^2\beta^3 + 14\alpha^3\beta^3 - 16\alpha\beta^4 \\
&\quad + 27\alpha^2\beta^4 + 24\alpha\beta^5 + 8\beta^6)(12\alpha^2\beta^3r^3)^{-1}. \tag{A4}
\end{aligned}$$

附 录 B

荷电标量介子圈图对光子与光子散射的圆极化振幅的贡献列出如下

$$M_{\phi++\gamma\gamma} = \frac{e^4}{8\pi^2} \{ 2 + [(4\alpha + 8\beta)B(\beta)]/\alpha + [(-4\alpha - 8\beta)B(\gamma)]/\alpha + [(-4\alpha + 8\alpha\beta$$

$$\begin{aligned}
& + 8\beta^2 T(\beta)]/\alpha^2 - [(4\alpha - 8\alpha\beta - 8\beta^2)T(\gamma)]/\alpha^2 + I(\alpha, \beta)/(\alpha\beta) + I(\alpha, \gamma)/(\alpha\gamma) \\
& - [(-\alpha^2 + 8\alpha^2\beta + 8\alpha\beta^2 - 8\alpha^2\beta^2 - 16\alpha\beta^3 - 8\beta^4)I(\beta, \gamma)]/(\alpha^2\beta\gamma)\}, \\
M_{\phi_{++++}} = & \frac{e^4}{8\pi^2} \{-2 + (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)[T(\alpha) + T(\beta) + T(\gamma)]/(\alpha\beta\gamma) \\
& + [(\gamma + 2\alpha\beta)I(\alpha, \beta)]/(\alpha\beta\gamma) + [(\beta + 2\alpha\gamma)I(\alpha, \gamma)]/(\alpha\beta\gamma) \\
& + [(\alpha + 2\beta\gamma)I(\beta, \gamma)]/(\alpha\beta\gamma)\}, \\
M_{\phi_{++--}} = & \frac{e^4}{8\pi^2} \{-2 + I(\alpha, \beta)/(\alpha\beta) + I(\alpha, \gamma)/[\alpha\gamma] + I(\beta, \gamma)/(\beta\gamma)\}, \\
M_{\phi_{+-+}}(\alpha, \beta, \gamma) = & M_{\phi_{++++}}(\gamma, \beta, \alpha), \\
M_{\phi_{+--}}(\alpha, \beta, \gamma) = & M_{\phi_{++++}}(\beta, \alpha, \gamma).
\end{aligned}$$

参 考 文 献

- [1] R. Karplus, M. Neuman, *Phys. Rev.*, **D80**(1950) 380.
[2] R. Karplus, M. Neuman, *Phys. Rev.*, **D83** (1951) 776.
[3] F. Boudjema, *Phys. Lett.*, **B187** (1987) 362.
[4] X. D. Jiang, X. J. Zhou, *Phys. Rev.*, **D47** (1993) 214.
[5] F. X. Dong, Y. D. Jiang, X. J. Zhou, *Phys. Rev.*, **D47** (1993) 5169.
[6] V. Costantini, B. DeTollis, G. Pistoni, *Nuovo Cimento*, **A2** (1971) 733.

Photon-Photon Scattering via Charged Scalar Meson Loops

Yang Maozhi Zhou Xianjian

(Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039)

Li Xiulin

(Hangzhou Normal College, Physics department, Zhejiang 310012)

Received 10 September 1994

Abstract

The fourth rank polarization tensor and the helicity amplitudes of $\gamma\text{-}\gamma$ scattering via charged scalar meson loops in some non-standard models are calculated. They are expressed precisely and analytically in terms of three transcendental functions of $B(u)$, $T(u)$ and $I(u, v)$.

Key words polarization tensor, helicity amplitude, loop diagram, transcendental function.