

格点 Z_4 Higgs 场—规范场体系的相结构

王家慧

(北京农业大学 北京 100094)

1994年-01-24 收到

摘 要

用 Migdal-Kadanoff 重整化群方法对 Z_4 Higgs 场—规范场体系进行了研究,给出了四维时空的相互作用耦合常数递推关系和体系的相图,发现 Higgs 相与禁闭相是连通的。

关键词 格点规范理论, Higgs 场, 重整化群方法, Z_4 群。

1 引 言

在格点规范理论^[1]中,一个重要的问题是研究纯规范场体系、纯物质场体系及它们的耦合体系的相结构。人们可以借用统计理论中的许多计算方法来进行这种研究,其中重整化群方法是一种简单而有效的方法,它实际上是一种特殊的标度变换。Migdal-Kadanoff 变换^[2]是一种近似的实空间重整化变化。

人们在用 Migdal-Kadanoff 重整化群方法大量研究纯物质场体系^[3]和纯规范场体系^[4]的同时,也试图把这种方法应用于耦合体系的研究。Kadanoff、S. Caracciolo 和 P. Menotti 等人对夸克-规范场体系作了有益的尝试。Kadanoff^[2]给出夸克场与规范场相退耦的耦合常数重整化递推关系,S. Caracciolo 和 P. Menotti^[5]用四个费米子组成费米圈,T. Matsui^[6]引进次邻近耦合,都成功地考虑了费米子场对规范场的影响。文献[7]对 Z_2 Higgs 标量场与规范场耦合体系进行了研究,得到了 Higgs 场与规范场相耦合的耦合常数重整化递推关系,给出的体系相结构与用别的方法得到的大体一致。

现在的问题是文献[7]的方法是否适合于别的体系的研究呢?例如 $Z_n(n > 2)$ 耦合体系。本文通过大量的计算,表明这种方法仍然适合于 Z_4 耦合体系的研究。

2 模 型

Z_n 群是一个分立群, $Z_n = \{\exp(il2\pi/n), l = 0, 1, \dots, n-1\}$ 。本文只限于研究 Z_4 规范场与按基础表示变换的 Higgs 标量场的耦合体系。

在 d 维时空中,每个点上定义 Higgs 场

$$\phi(\mathbf{r}) = \pm 1, \pm i,$$

每条链上定义规范场

$$U_\mu(\mathbf{r}) = \pm 1, \pm i,$$

作用量为

$$S[\phi(\mathbf{r}), U_\mu(\mathbf{r})] = \sum_{\mathbf{r}, \mu} \beta [\phi^{-1}(\mathbf{r}) U_\mu(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r} + \mu) + \text{h.c.}] \\ + \sum_{\mathbf{r}, \mu, \nu} K [U_\mu(\mathbf{r}) U_\nu(\mathbf{r} + \mu) U_\mu^{-1}(\mathbf{r} + \nu) U_\nu^{-1}(\mathbf{r}) + \text{h.c.}]. \quad (2.1)$$

在定域规范变换下,

$$\phi(\mathbf{r}) \rightarrow \phi'(\mathbf{r}) = V(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}), \\ U_\mu(\mathbf{r}) \rightarrow U'_\mu(\mathbf{r}) = V(\mathbf{r}) U_\mu(\mathbf{r}) V^{-1}(\mathbf{r} + \mu), \quad (2.2)$$

作用量 S 保持不变, 其中 $V(\mathbf{r}) = \pm 1, \pm i$.

3 λ 为 2 时的递推关系

与 (2.1) 式相应的配分函数为

$$Z = \sum_{\{\phi, U\}} e^{\sum_{\mathbf{r}, \mu} \beta [\phi^{-1}(\mathbf{r}) U_\mu(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r} + \mu) + \text{h.c.}] + \sum_{\mathbf{r}, \mu, \nu} K [U_\mu(\mathbf{r}) U_\nu(\mathbf{r} + \mu) U_\mu^{-1}(\mathbf{r} + \nu) U_\nu^{-1}(\mathbf{r}) + \text{h.c.}]}, \quad (3.1)$$

这里 $\beta = \beta(a)$, $K = K(a)$, a 为 d 维时空相邻两点的间距. 如果在上式中仅保留那些坐标为 $(n_1 \lambda a, n_2 \lambda a, \dots, n_d \lambda a; n_1, n_2, \dots, n_d = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$ 点上的 Higgs 场变量和相邻两点链上的规范场变量, λ 为大于 1 的正整数, 而对别的场变量进行求和, 并对求和后可能出现的破坏原来相互作用形式的项作近似处理, 使它们具有原来的相互作用形式, 则配分函数为

$$Z' = \sum_{\{\phi, U\}} e^{\sum_{\mathbf{r}, \mu} \beta(\lambda a) [\phi^{-1}(\mathbf{r}) U_\mu(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r} + \mu) + \text{h.c.}] + \sum_{\mathbf{r}, \mu, \nu} K(\lambda a) [U_\mu(\mathbf{r}) U_\nu(\mathbf{r} + \mu) U_\mu^{-1}(\mathbf{r} + \nu) U_\nu^{-1}(\mathbf{r}) + \text{h.c.}]}. \quad (3.2)$$

一般 $Z' \neq Z$, 仅当 $d = 1$ 时, 不出现破坏原来相互作用形式的项, 不需作近似处理, Z' 严格等于 Z .

本文的目的就是找出两个递推关系

$$\beta(\lambda a) = R_\beta^\lambda [K(a), \beta(a)], \quad K(\lambda a) = R_K^\lambda [K(a), \beta(a)], \quad (3.3)$$

其中 λ 表示点阵间隔由 a 变到 λa , $K(\lambda a)$ 和 $\beta(\lambda a)$ 是重整化后的耦合常数.

先考虑 $\lambda = 2$, 时空维数 $d = 2$ 的情形. 设

$$U(\alpha) = U(\beta_1) U^{-1}(\alpha_1) U^{-1}(\gamma_0), \quad (3.4a)$$

$$U(\beta) = U(\beta_2) U(\gamma_2) U^{-1}(\alpha_2), \quad (3.4b)$$

考虑两个邻近元格公共链上的规范场 $U(\gamma_1)$ 求和 (见图 1(a)),

$$I = \sum_{U(\gamma_1)} e^{K [U(\alpha) U(\gamma_1) + \text{h.c.}] + K [U(\beta) U^{-1}(\gamma_1) + \text{h.c.}] + \beta [U_2^{-1} U(\gamma_1) \phi_2 + \text{h.c.}]}. \quad (3.5)$$

一般地, 作用形式可表示为

$$K[U + \text{h.c.}] = K_0 + \frac{1}{2} K(U + \text{h.c.}), \quad (3.6)$$

$$\beta[\phi + \text{h.c.}] = \beta_0 + \frac{1}{2} \beta(\phi + \text{h.c.}), \quad (3.7)$$

U 为基本元格四条链上规范场的有序乘积, ϕ 为 Higgs 场与规范场的耦合变量, K_0 和 β_0 为常数.

引入 Z_4 群的特征标展开:

$$e^{K[U+\text{h.c.}]} = a_0 + a_1(U + \text{h.c.}) + a_2 U^2, \quad (3.8)$$

$$e^{\beta[\phi+\text{h.c.}]} = b_0 + b_1(\phi + \text{h.c.}) + b_2 \phi^2, \quad (3.9)$$

其中

$$a_0 = \frac{1}{2} e^{K_0}(1 + \text{ch}K), \quad a_1 = \frac{1}{2} e^{K_0} \text{sh}K, \quad (3.10)$$

$$a_2 = \frac{1}{2} e^{K_0}(\text{ch}K - 1), \quad a_1^2 = a_0 a_2,$$

$$b_0 = \frac{1}{2} e^{\beta_0}(1 + \text{ch}\beta), \quad b_1 = \frac{1}{2} e^{\beta_0} \text{sh}\beta,$$

$$b_2 = \frac{1}{2} e^{\beta_0}(\text{ch}\beta - 1), \quad b_1^2 = b_0 b_2, \quad (3.11)$$

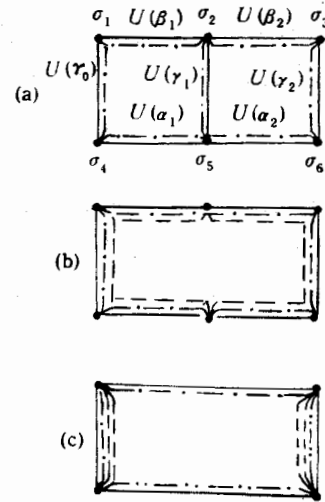


图 1

—·— 对应 β
 --- 对应 $\bar{\beta}$
 - - - 对应 β_{1x}

那么(3.5)式成为

$$\begin{aligned} I = & 4a_0^2 b_0 + 4a_1^2 b_0 (U(\alpha)U(\beta) + \text{h.c.}) + 4a_2^2 b_0 U^2(\alpha)U^2(\beta) \\ & + 4a_0 a_1 b_1 (\phi_2^{-1} U(\beta) \phi_5 + \text{h.c.}) + 4a_0 a_2 b_2 (\phi_2^{-1} U(\beta) \phi_5)^2 \\ & + 4a_0 a_1 b_1 (\phi_2^{-1} U^{-1}(\alpha) \phi_5 + \text{h.c.}) + 4a_0 a_2 b_2 (\phi_2^{-1} U^{-1}(\alpha) \phi_5)^2 \\ & + 4a_1^2 b_2 (\phi_2^{-2} U(\alpha)U^{-1}(\beta) \phi_5^2 + \text{h.c.}) + 4a_1 a_2 b_1 (\phi_2^{-1} U(\alpha)U^2(\beta) \phi_5 + \text{h.c.}) \\ & + 4a_1 a_2 b_1 (\phi_2^{-1} U^2(\alpha)U^{-1}(\beta) \phi_5 + \text{h.c.}). \end{aligned} \quad (3.12)$$

设 I 具有指数形式,

$$\begin{aligned} I = \exp \left[& \bar{K}_0 + \frac{1}{2} \bar{K} (U(\alpha)U(\beta) + \text{h.c.}) + \bar{K}_1 U^2(\alpha)U^2(\beta) + \bar{\beta}_0 \right. \\ & + \frac{1}{2} \bar{\beta} (\phi_2^{-1} U^{-1}(\alpha) \phi_5 + \text{h.c.}) + \frac{1}{2} \bar{\beta} (\phi_2^{-1} U(\beta) \phi_5 + \text{h.c.}) \\ & + \bar{\beta}_1 (\phi_2^{-1} U^{-1}(\alpha) \phi_5)^2 + \bar{\beta}_1 (\phi_2^{-1} U(\beta) \phi_5)^2 \\ & + \frac{1}{2} \bar{\beta}_2 (\phi_2^{-2} U(\alpha)U^{-1}(\beta) \phi_5^2 + \text{h.c.}) \\ & \left. + \frac{1}{2} \bar{\beta}_3 (\phi_2^{-1} U(\alpha)U^2(\beta) \phi_5 + \text{h.c.}) \right], \end{aligned} \quad (3.13)$$

比较(3.12)和(3.13)两式右边, 经过一个很长的计算, 可得

$$\bar{K} = \frac{1}{2} \ln \frac{b_0(a_0 + a_2)^2 - 4a_1^2 b_2}{b_0(a_0 - a_2)^2}, \quad (3.14)$$

$$\bar{\beta} = \frac{1}{2} \ln \frac{b_0(a_0 + a_2) + 2a_1 b_1}{b_0(a_0 + a_2) - 2a_1 b_1}, \quad (3.15)$$

$$\bar{K}_1 = \bar{\beta}_1 = \bar{\beta}_2 = \bar{\beta}_3 = 0, \quad (3.16)$$

\bar{K}_0 和 $\bar{\beta}_0$ 与相变无关, 没必要求出. 这样 I 具有简洁的形式,

$$I = \exp \left[\bar{K}_0 + \frac{1}{2} \bar{K}(U(\alpha)U(\beta) + \text{h.c.}) + \bar{\beta}_0 + \frac{1}{2} \bar{\beta}(\phi_2^{-1}U^{-1}(\alpha)\phi_5 + \text{h.c.}) + \frac{1}{2} \bar{\beta}(\phi_2^{-1}U(\beta)\phi_5 + \text{h.c.}) \right]. \quad (3.17)$$

图1(b) 对应于(3.17)式. $\bar{\beta}(\phi_1^{-1}U(\gamma_0)\phi_4 + \text{h.c.})$ 和 $\bar{\beta}(\phi_2^{-1}U^{-1}(\alpha)\phi_5 + \text{h.c.})$ 两项不具有原来的相互作用形式, 将它们飘移到 $\bar{\beta}(\phi_3^{-1}U(\gamma_2)\phi_6 + \text{h.c.})$ 所在位置, 即作变换:

$$\bar{\beta}(\phi_2^{-1}U^{-1}(\alpha)\phi_5 + \text{h.c.}) + \bar{\beta}(\phi_2^{-1}U(\beta)\phi_5 + \text{h.c.}) \rightarrow 2\bar{\beta}(\phi_3^{-1}U(\gamma_2)\phi_6 + \text{h.c.}). \quad (3.18)$$

对 x 方向的 Higgs 场重整化, 可按一维情形进行, 即直接对 ϕ_2 和 ϕ_5 求和, 这样就完成了 x 方向的抽取变换, 得到新的耦合常数,

$$K_1 = \bar{K}[K, \beta], \quad (3.19)$$

$$\beta_{1x} = \beta'(\beta), \quad (3.20)$$

$$\beta_{1y} = \beta + 2\bar{\beta}[K, \beta], \quad (3.21)$$

其中

$$\beta'(\beta) = \frac{1}{2} \ln \frac{b_0^2 + 2b_1^2 + b_2^2}{b_0^2 - 2b_1^2 + b_2^2}, \quad (3.22)$$

采取同样的步骤对 y 方向进行抽取变换, 得到

$$K_2 = \bar{K}[K_1, \beta_{1x}], \quad (3.23)$$

$$\beta_{2x} = \beta_{1x} + 2\bar{\beta}[K_1, \beta_{1x}], \quad (3.24)$$

$$\beta_{2y} = \beta'(\beta_{1y}), \quad (3.25)$$

这里下标 1, 2... 表示完成对 $x, y...$ 方向抽取变换后的耦合常数, 下标 $x, y...$ 表示相应方向的耦合常数. 图1(c) 对应(3.23—3.25)式.

推广到 $d = 4$ 情形. 注意到递推关系是各向异性的, 选 xy 平面和 x 方向为代表. 将与 xy 平面垂直的平面上的规范场相互作用移到相应的表面, 采用 $d = 2$ 时的步骤, 完成 x 和 y 方向的抽取变换, 再重复别的平面和别的方向得:

$$K_1^{xy} = \bar{K}[K, \beta],$$

$$\beta_{1x} = \beta'(\beta),$$

$$K_2^{xy} = \bar{K}[K_1^{xy}, \beta_{1x}],$$

$$\beta_{2x} = \beta_{1x} + 2\bar{\beta}[K_1^{xy}, \beta_{1x}],$$

$$K_3^{xy} = 2K_2^{xy},$$

$$\beta_{3x} = \beta_{2x} + 2\bar{\beta}[2K_1^{xy}, \beta_{2x}],$$

$$K_4^{xy} = 2K_3^{xy}, \quad (3.26)$$

$$\beta_{4x} = \beta_{3x} + 2\bar{\beta}[4K_1^{xy}, \beta_{3x}], \quad (3.27)$$

这里, K_4^{xy} 和 β_{4x} 正是要求的 $K^{xy}(2a)$ 和 $\beta_x(2a)$.

4 λ 为任意情形

讨论 λ 为任意的情形具有特别的意义, 因为只有当 $\lambda \rightarrow 1$ 时, 递推关系的各向异性才能消失.

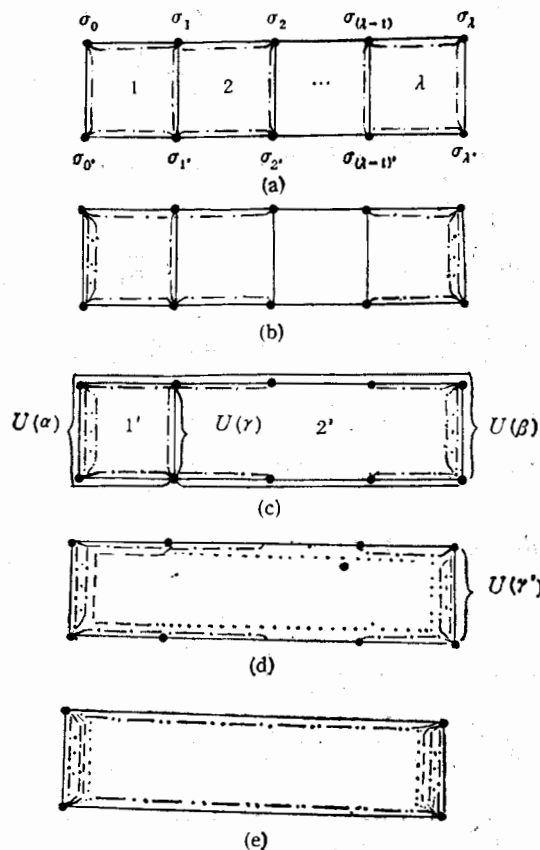


图 2

—对应 β ---对应 $\bar{\beta}$...对应 $\bar{\beta}$ ----对应 $\beta_{1\lambda}$

先考虑 $d = 2$ 的情形。将图 2(a) 中 $22'$ 至 $(\lambda - 1)(\lambda - 1)'$ 共 $\lambda - 2$ 条链上的 Higgs 场耦合移至 $\lambda\lambda'$ 位置 (见图 2(b)), 考虑对这 $\lambda - 2$ 条链上的规范场求和, 得图 2(c) 右侧大元格上的规范场耦合常数

$$K' = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{a_0^{\lambda-1} + 2a_1^{\lambda-1} + a_2^{\lambda-1}}{a_0^{\lambda-1} - 2a_1^{\lambda-1} + a_2^{\lambda-1}} \right), \quad (4.1)$$

这里 a_0, a_1 和 a_2 给出在(3.10)式。

以 $U(r)$ 表示图 2(c) 公共链上的规范场, 以 $U(\alpha)$ 和 $U(\beta)$ 分别表示公共链左、右两侧链上规范场的顺序乘积, 考虑下式求和

$$\begin{aligned} \Pi &= \sum_{U(r)} e^{K_1 U(r) U(\alpha) + \text{h.c.} + K' U(\beta) U^{-1}(r) + \text{h.c.} + \beta \epsilon \phi_1^{-1} U(r) \phi_{1'} + \text{h.c.}} \\ &= 4a_0 b_0 c_0 + 4a_1 b_0 c_1 (U(\alpha) U(\beta) + \text{h.c.}) + 4a_2 b_0 c_2 (U(\alpha) U(\beta))^2 \\ &\quad + 4a_1 b_1 c_0 (\phi_1^{-1} U^{-1}(\alpha) \phi_{1'} + \text{h.c.}) + 4a_2 b_2 c_0 (\phi_1^{-1} U^{-1}(\alpha) \phi_{1'})^2 \\ &\quad + 4a_0 b_1 c_1 (\phi_1^{-1} U(\beta) \phi_{1'} + \text{h.c.}) + 4a_0 b_2 c_2 (\phi_1^{-1} U(\beta) \phi_{1'})^2 \\ &\quad + 4a_1 b_2 c_1 (U^{-1}(\alpha) U(\beta) (\phi_1^{-1} \phi_{1'})^2 + \text{h.c.}) \\ &\quad + 4a_1 b_1 c_2 (U(\alpha) U^2(\beta) \phi_1^{-1} \phi_{1'} + \text{h.c.}) \\ &\quad + 4a_2 b_1 c_1 (U^2(\alpha) U(\beta) \phi_1^{-1} \phi_{1'} + \text{h.c.}) \end{aligned} \quad (4.2)$$

这里 b_0, b_1 和 b_2 如(3.11)式所示,

$$\begin{aligned} c_0 &= \frac{1}{2} e^{K'_0} (1 + \text{ch}K'), \quad c_1 = \frac{1}{2} e^{K'_0} \text{sh}K', \\ c_2 &= \frac{1}{2} e^{K'_0} (\text{ch}K' - 1), \quad c_1^2 = c_0 c_2. \end{aligned} \quad (4.3)$$

设 Π 具有指数形式:

$$\begin{aligned} \Pi = \exp & \left[\bar{K}_0 + \frac{1}{2} \bar{K} (U(\alpha)U(\beta) + \text{h.c.}) + \bar{K}_1 (U(\alpha)U(\beta))^2 \right. \\ & + \bar{\beta}_0 + \frac{1}{2} \bar{\beta} (\phi_1^{-1}U^{-1}(\alpha)\phi_{1'} + \text{h.c.}) + \frac{1}{2} \bar{\beta} (\phi_1^{-1}U(\beta)\phi_{1'} + \text{h.c.}) \\ & + \bar{\beta}_1 (\phi_1^{-1}U^{-1}(\alpha)\phi_{1'})^2 + \bar{\beta}_2 (\phi_1^{-1}U(\beta)\phi_{1'})^2 \\ & + \frac{1}{2} \bar{\beta}_3 (U^{-1}(\alpha)U(\beta)(\phi_1^{-1}\phi_{1'})^2 + \text{h.c.}) \\ & + \frac{1}{2} \bar{\beta}_4 (U(\alpha)U^2(\beta)\phi_1^{-1}\phi_{1'} + \text{h.c.}) \\ & \left. + \frac{1}{2} \bar{\beta}_5 (U^2(\alpha)U(\beta)\phi_1^{-1}\phi_{1'} + \text{h.c.}) \right], \end{aligned} \quad (4.4)$$

比较(4.2)和(4.4)两式,经过一个很长的计算,可得

$$\bar{K} = \frac{1}{2} \ln \left[\frac{a_0 b_0 c_0 + 2a_1 b_0 c_1 + a_2 b_0 c_2 - a_2 b_2 c_0 - a_0 b_2 c_2 - 2a_1 b_2 c_1}{a_0 b_0 c_0 - 2a_1 b_0 c_1 + a_2 b_0 c_2 - a_2 b_2 c_0 - a_0 b_2 c_2 + 2a_1 b_2 c_1} \right], \quad (4.5)$$

$$\bar{\beta} = \frac{1}{2} \ln \left[\frac{a_0 b_0 c_0 - a_2 b_0 c_2 + 2a_1 b_1 c_0 + a_2 b_2 c_0 - a_0 b_2 c_2 - 2a_1 b_1 c_2}{a_0 b_0 c_0 - a_2 b_0 c_2 - 2a_1 b_1 c_0 + a_2 b_2 c_0 - a_0 b_2 c_2 + 2a_1 b_1 c_2} \right], \quad (4.6)$$

$$\bar{\beta} = \frac{1}{2} \ln \left[\frac{a_0 b_0 c_0 - a_2 b_0 c_2 - a_2 b_2 c_0 + 2a_0 b_1 c_1 + a_0 b_2 c_2 - 2a_2 b_1 c_1}{a_0 b_0 c_0 - a_2 b_0 c_2 - a_2 b_2 c_0 - 2a_0 b_1 c_1 + a_0 b_2 c_2 + 2a_2 b_1 c_1} \right], \quad (4.7)$$

$$\bar{K}_1 = \bar{\beta}_1 = \bar{\beta}_2 = \bar{\beta}_3 = \bar{\beta}_4 = \bar{\beta}_5 = 0, \quad (4.8)$$

因此

$$\begin{aligned} \Pi = \exp & \left[\bar{K}_0 + \frac{1}{2} \bar{K} (U(\alpha)U(\beta) + \text{h.c.}) + \bar{\beta}_0 \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \bar{\beta} (\phi_1^{-1}U^{-1}(\alpha)\phi_{1'} + \text{h.c.}) + \frac{1}{2} \bar{\beta} (\phi_1^{-1}U(\beta)\phi_{1'} + \text{h.c.}) \right] \end{aligned} \quad (4.9)$$

这里 \bar{K}_0 和 $\bar{\beta}_0$ 是两个常数,与相结构无关,没必要求出. 图 2(d) 与(4.9)式相对应. 将 $\bar{\beta}(\phi_1^{-1}U^{-1}(\alpha)\phi_{1'} + \text{h.c.})$ 和 $\bar{\beta}(\phi_1^{-1}U(\beta)\phi_{1'} + \text{h.c.})$ 飘移到 $\lambda\lambda'$ 位置,即作变换 $\bar{\beta}(\phi_1^{-1}U^{-1}(\alpha)\phi_{1'} + \text{h.c.}) + \bar{\beta}(\phi_1^{-1}U(\beta)\phi_{1'} + \text{h.c.}) \rightarrow (\bar{\beta} + \bar{\beta})(\phi_1^{-1}U(\gamma')\phi_{1'} + \text{h.c.})$, 对 Higgs 场 $\phi_1, \dots, \phi_{(\lambda-1)}$ 和 $\phi_{1'}, \dots, \phi_{(\lambda-1)'}$ 求和,就完成了 x 方向的抽取变换(见 2(e)), 此时

$$K_1^{xy} = \bar{K}[K, \beta], \quad (4.10)$$

$$\beta_{1x} = \frac{1}{2} \ln \frac{b_0^2 + 2b_1^2 + b_2^2}{b_0^2 - 2b_1^2 + b_2^2}, \quad (4.11)$$

$$\beta_{1y} = (\lambda - 1)\beta + \bar{\beta}[K, \beta] + \bar{\beta}[K, \beta]. \quad (4.12)$$

推广到 $d = 4$ 的情形. 以 xy 平面和 x 方向为代表,用类似上节的方法,可得 λ 为任

意时的四维重整化群递推公式,

$$\begin{aligned} K_1^{xy} &= (4.10)\text{式}, \beta_{1x} = (4.11)\text{式}, \\ K_2^{xy} &= \bar{K}[K_1^{xy}, \beta_{1x}], \\ \beta_{2x} &= (\lambda - 1)\beta_{1x} + \bar{\beta}[K_1^{xy}, \beta_{1x}] + \bar{\beta}[K_1^{xy}, \beta_{1x}], \\ K_3^{xy} &= \lambda K_2^{xy}, \\ \beta_{3x} &= (\lambda - 1)\beta_{2x} + \bar{\beta}[\lambda K_1^{xy}, \beta_{2x}] + \bar{\beta}[\lambda K_1^{xy}, \beta_{2x}], \\ K_4^{xy} &= \lambda K_3^{xy}, \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$\beta_{4x} = (\lambda - 1)\beta_{3x} + \bar{\beta}[\lambda^2 K_1^{xy}, \beta_{3x}] + \bar{\beta}[\lambda^2 K_1^{xy}, \beta_{3x}], \quad (4.14)$$

这里 K_4^{xy} 和 β_{4x} 正是要求的 $K^{xy}(\lambda a)$ 和 $\beta_x(\lambda a)$.

不难验证, 当 $\lambda = 2$ 时, (4.13) 和 (4.14) 两式分别与 (3.26) 和 (3.27) 两式相等.

5 相图和讨论

由固定点的定义

$$K(\lambda a) = K(a), \beta(\lambda a) = \beta(a), \quad (5.1)$$

在 (4.13) 和 (4.14) 式中, 取 $\lambda = 1.01$, 可得 5 个固定点,

$$\begin{aligned} A: (K_c, 0) &= (0.890, 0), B: (\infty, \beta_c) = (\infty, 0.102), \\ C: (0, 0), D: (\infty, 0), E: (0.934, 0.278). \end{aligned} \quad (5.2)$$

图 3 是根据 (4.13) 和 (4.14) 式作出的系统相图. 图中的流线箭头表示随着点阵间隔的增加, 耦合常数的变动方向. 一般地认为系统应存在三个相——禁闭相、Higgs 相和自由电荷相, 但这里禁闭相和 Higgs 相是连通的. 我们是这样划分相的, 在 Higgs-禁闭相, 所有流线流向 C 点, 如 L_1 、 L_2 和 L_3 , 在自由电荷相, 所有流线流向 D 点, 如 L_4 . EA 和 EB 是两相分界线.

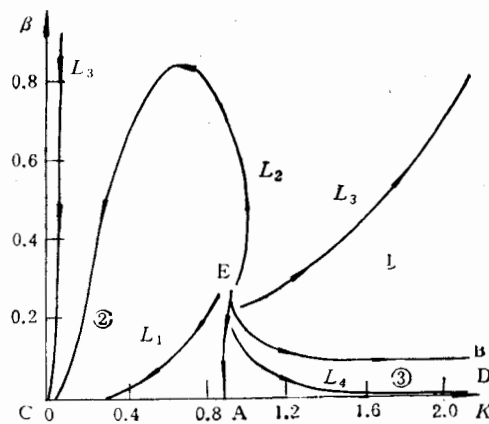


图 3

① Higgs phase ② confined phase ③ free charge phase

一个值得一提的特点是图 3 中各固定点的值正是 Z_2 Higgs 场-规范场耦合体系^[7]中

各相应点值的二倍。

感谢导师郑群国教授的指导。感谢吴济民研究员的有益建议。

参 考 文 献

- [1] K. G. Wilson, *Phys. Rev.*, **D10** (1974) 2455.
R. Balian, J. M. Drouffe, C. Itzkson, *Phys. Rev.*, **D10** (1974) 3376; **D11** (1975) 2089, 2104.
J. B. Kkoug, *Rev. Mod. Phys.*, **51** (1979) 659; **55** (1983) 775.
J. M. Drouffe, C. Itzykson, *Phys. Rev.*, **38** (1978) 133.
- [2] A. A. Migdal, *Soviet phys. JETP*, **42** (1976) 413; 743.
L. Kadanoff, *Rev. Mod. Phys.*, **49** (1977) 267; *Physics*, **2** (1965) 263.
- [3] G. Martinelli, G. parisi, *Nucl. phys.*, **B180** [FS2] (1981) 201.
S. Caracciolo, *Nucl. Phys.*, **B180** [FS2] (1981) 405.
- [4] M. Creutz, L. E. Roberts, *Nucl. Phys.*, **B215** [FS7] (1983) 447.
M. Nauenberg, D. Toussaint, *Nucl. Phys.*, **B190** [FS3] (1981) 217.
Khalim, Bitar, S. Gottlieb, C. Zachos, *Phys. Lett.*, **B121** (1983) 163.
Chung-I Tan, Zai-Xin Xu, *Phys. Rev.*, **D30** (1984) 455.
- [5] S. Caracciolo, P. Menotti, *Ann. of Phys.*, **122** (1979) 74.
- [6] T. Matsui, *Nucl. Phys.*, **B136** (1978) 277.
- [7] 卞建国, 高能物理与核物理, **1**(1989)29.

Phase Structure of Z_4 Lattice Gauge Theory Coupled to the Higgs Field

Wang Jiahui

(Beijing Agricultural University, Beijing 100094)

Received 24 January 1994

Abstract

The phase structure of Z_4 lattice gauge theory coupled to the Higgs field is studied by using real space renormalization group analysis. The phase diagram shows that the Higgs region is smoothly connected with the confined region.

Key words lattice gauge theory, Higgs field, renormalization group analysis, Z_4 group.