

# 质子自旋性质的研究

董 宇 兵

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

1994-08-17 收稿

## 摘要

考虑了正、反海夸克对和胶子混杂态对质子波函数的影响,质子的一些自旋相关性质:轴矢流耦合常数  $G_A/G_V$ , 结构函数  $g_1^n$  和  $g_1^p$  的计算得到了改进.

**关键词** 正反夸克对, 胶子混杂态, 轴矢流耦合常数.

## 1 引言

在非相对论夸克模型中, 质子或中子通常被认为是一个由三个 u、d 价夸克所构成的束缚态. 除了能谱的计算外, 质子和中子的磁矩比的理论值是  $-\frac{3}{2}$ , 这与实验值<sup>[1]</sup>  $-1.46$  符合得很好. 因此, 普遍认为非相对论夸克模型对核子的静态性质的解释是成功的.

然而非相对论夸克模型所给出的质子的其它自旋相关性质却与实验值有着明显的差别. 这主要反映在: 1) 该模型所给出的质子的轴矢流耦合常数为  $G_A/G_V = \frac{5}{3}$ , 这与实验值<sup>[1]</sup>  $G_A/G_V = 1.259 \pm 0.004 \sim \frac{5}{4}$  是不一致的. 同时, 理论求得的质子自旋相关的结构函数  $g_1^p$  也大于欧洲  $\mu$  子合作组 (EMC)<sup>[2]</sup> 所测得的  $g_1^p = 0.126 \pm 0.010 \pm 0.015$ . 近年来 S. N. Mukherjee<sup>[3]</sup> 等人对非相对论势模型的研究发现, 该模型不能同时得到与实验符合的  $G_A/G_V$ , 以及  $g_1^p$ . 即使考虑了各种组态的混杂效应, 如果保证  $G_A/G_V = \frac{5}{4}$ , 则有  $g_1^p \sim 0.235 - 0.1852 P_A$  ( $P_A$  是质子波函数中具有  $[20, 1^+]$  谐振子波函数的几率,  $P_A < 1/10^{[4]}$ ), 显然  $g_1^p$  的理论值与实验值仍有差别. 2) 质子自旋危机问题. 结合中子和超核的  $\beta$  衰变数据, 再利用测量到的质子极化结构函数  $g_1^p(x)$ , 可以推断出质子的自旋只有很少的一部份是由夸克携带着的<sup>[2]</sup>. 显然这一现象是夸克势模型所不能解释的.

如何解释质子的这些自旋相关性质是目前一个十分引人注意的课题. 对这个课题的研究, 可以使我们更多地得到夸克海和胶子的信息, 对了解夸克结构乃至更深入地认识 QCD 都是很有益处的.

在以往众多的理论研究工作中<sup>[5-10]</sup>, 海夸克对或胶子混杂态对质子波函数的影响是改进夸克模型的两个重要方面. 在 Lipkin 所提出的两个简单的模型中<sup>[9, 10]</sup>, 分别考虑了

质子波函数中正、反海夸克对<sup>[9]</sup>，或胶子混杂质<sup>[10]</sup>的贡献。同样，在 Zhenping Li 和 G. Karl<sup>[8]</sup>的工作中，也只考虑了胶子混杂质  $|3qg\rangle$  的作用。这些工作表明考虑了海夸克对或胶子混杂质的贡献，不但可以保留夸克模型中的成功之处，而且得到改进的轴矢流耦合常数  $G_A/G_V$  和结构函数  $g_F^p$ 。但是在对中子的自旋相关结构函数  $g_1^n$  的计算上，以及在对夸克所携带的质子总自旋的部份的解释上，都与实验有着明显的差别。象 Z. P. Li 等的工作<sup>[8]</sup>所求得的  $g_1^n \simeq -0.01$ ，这与最近 (SMC) 所给出的数据  $g_1^n = -0.08 \pm 0.04 \pm 0.04$ <sup>[11]</sup> 明显不符。同时在 Lipkin 或 Z. P. Li 的工作中，夸克仍携带着大约 70% ~ 75% 左右的质子自旋。显然，只考虑胶子混杂质或海夸克对对波函数的影响是不够的。

本文的目的是同时考虑正、反海夸克对和胶子混杂质对质子波函数的贡献，希望进一步改善对质子自旋性质的解释。在 Z. P. Li<sup>[8]</sup> 的工作基础上加上正、反海夸克对的影响，不会对轴流耦合常数，以及质子、中子磁矩比的计算产生影响，但会对  $g_1^n, g_F^p$ ，以及夸克所携带着的质子的自旋成份的计算产生一定的作用。

## 2 波 函数

包含海夸克对和胶子混杂质贡献的质子波函数可写为

$$\begin{aligned} |N\uparrow\rangle = & \sin\theta|N_0\uparrow\rangle + \cos\theta\cos\phi\cos\psi'|[N_0\epsilon]\uparrow\rangle + \cos\theta\cos\phi\sin\psi'|[N_0D]\uparrow\rangle \\ & + \cos\theta\sin\phi\cos\psi|[{}^2N_1G]\uparrow\rangle + \cos\theta\sin\phi\sin\psi|[{}^4N_1G]\uparrow\rangle \end{aligned} \quad (1)$$

其中， $\theta, \phi, \psi$  和  $\psi'$  是耦合角。方程(1)中第一项是非相对论势模型的结果，其具体形式为<sup>[12]</sup>

$$|N_0\rangle = |3q\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[\chi_\rho\Phi_\rho + \chi_\lambda\Phi_\lambda]\phi_{000}. \quad (2)$$

其中  $(\chi_\rho, \chi_\lambda)$  和  $(\Phi_\rho, \Phi_\lambda)$  代表着具有混合对称性  $\rho, \lambda$  的自旋和味道波函数<sup>[12]</sup>。 $\phi_{000}$  是具有量子数  $N=0, l=m_l=0$  的全对称谐振子空间波函数。(1)式中第二、三项包括了海夸克对的贡献，它们是质子波函数中  $q^4\bar{q}$  部份。假定  $q^4\bar{q}$  中除去海夸克对  $q\bar{q}$  以外的  $q^3$  波函数是与  $|N_0\rangle$  相同，如(2)式所示。这样，若不考虑  $q^3$  部份与海夸克对之间的相对运动，海夸克对的量子数  $J^{PC}$  只能取  $0^{++}$  和  $1^{++}$ ，才能保证整个  $q^4\bar{q}$  波函数能够具有质子的  $J^{PC}$  值。 $|[N_0\epsilon]\uparrow\rangle$  和  $|[N_0D]\uparrow\rangle$  分别代表海夸克对  $q\bar{q}$  为  $0^{++}|\epsilon\rangle$  和  $1^{++}|D\rangle$  态。 $|\epsilon\rangle$  或  $|D\rangle$  与  $|N_0\rangle$  耦合成  $J = J_s = \frac{1}{2}$  的状态。(1)式中最后两项代表胶子混杂质的贡献。为了保证整个体系  $|3qg\rangle$  为色单态，且三个价夸克的波函数反对称，可按文献[8]讨论的那样，胶子混杂质  $|3qg\rangle$  应具有以下结构：

$$|{}^2N_1G]\uparrow\rangle = \left\{ \frac{1}{2} [[\chi_\rho\Phi_\rho - \chi_\lambda\Phi_\lambda]\phi_\rho - [\chi_\rho\Phi_\lambda + \chi_\lambda\Phi_\rho]\phi_\lambda] |G\rangle \right\}_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}} \quad (3)$$

$$|{}^4N_1G]\uparrow\rangle = \left\{ +\frac{1}{2} [\Phi_\lambda\phi_\rho - \Phi_\rho\phi_\lambda] \chi_s |G\rangle \right\}_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}} \quad (4)$$

其中  $|G\rangle$  是胶子波函数。 $|{}^2N_1G\rangle$  和  $|{}^4N_1G\rangle$  分别代表三个夸克波函数的自旋是  $\frac{1}{2}$

或  $\frac{3}{2}$  的混杂态。这里  $|3q\rangle$  波函数  $|N_1\rangle$  与(2)式中  $|N_0\rangle$  不同, 它的空间部份有激发 ( $\phi_p$  和  $\phi_\lambda$ ), 我们选具有混合对称性的[70, 1<sup>-</sup>]谐振子波函数为  $|N_1\rangle$  的空间部份波函数。

### 3 计算结果和讨论

利用波函数(1), 可以得到质子和中子的磁矩比

$$\frac{\mu_p}{\mu_n} = -\frac{3}{2} \cdot \left[ \frac{\sin^2\theta + \frac{\cos^2\theta\sin^2\phi}{9}[-\cos^2\phi + 5\sin^2\phi + 8\sin\phi\cos\phi] + \cos^2\theta\cos^2\phi\left(\cos^2\phi' - \frac{1}{3}\sin^2\phi'\right)}{\sin^2\theta + \frac{4}{3}\cos^2\theta\sin^2\phi\sin\phi\cos\phi + \cos^2\theta\cos^2\phi\left(\cos^2\phi' - \frac{1}{3}\sin^2\phi'\right)} \right] \quad (5)$$

为了保证  $\mu_p/\mu_n$  与实验值  $-1.46 \sim -\frac{3}{2}$  符合, 需

$$\frac{1}{9}(-\cos^2\phi + 5\sin^2\phi + 8\sin\phi\cos\phi) = \frac{4}{3}\sin\phi\cos\phi. \quad (6)$$

(6)式的解为

$$\sin\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\cos^2\phi - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \text{ 或 } \sin\phi = \frac{1}{\sqrt{26}}\left(\cos\phi = -\frac{5}{\sqrt{26}}\right) \quad (7)$$

同时为了使得海夸克对和价夸克所携带的质子的自旋

$$\begin{aligned} \Sigma &= \sin^2\theta + \cos^2\theta\cos^2\phi\left[1 + \frac{4\sqrt{2}}{3}\cos\phi'\sin\phi' - \frac{2}{3}\sin^2\phi'\right] \\ &\quad + \frac{1}{3}\cos^2\theta\sin^2\phi(5\sin^2\phi - \cos^2\phi) \end{aligned} \quad (8)$$

最小, 对独立混合角  $\phi'$ , 应使  $\left(1 + \frac{4\sqrt{2}}{3}\cos\phi'\sin\phi' - \frac{2}{3}\sin^2\phi'\right)$  为最小。解得  $\phi'$  为

$$\phi' = \pi - \arcsin\sqrt{\frac{2}{3}} \quad (9)$$

最后, 质子和中子的自旋相关的积分结构函数  $g_i^p$  和  $g_i^n$  可写为

$$g_i^p = g_i^p(s) + g_i^p(v); \quad g_i^n = g_i^n(s) + g_i^n(v) \quad (10)$$

其中,  $g_i^p(s)$  ( $g_i^p(v)$ ) 分别代表海夸克对(价夸克)的贡献。其具体形式为:

$$\begin{aligned} g_i^p(v) &= \frac{5}{18}\left[\sin^2\theta + \cos^2\theta\cos^2\phi - \frac{4}{3}\cos^2\theta\cos^2\phi\sin^2\phi' + \frac{1}{5}\cos^2\theta\sin^2\phi\cos^2\phi \right. \\ &\quad \left. + \cos^2\theta\sin^2\phi\sin^2\phi + \frac{8}{15}\cos^2\theta\sin^2\phi\sin\phi\cos\phi\right] \end{aligned} \quad (11)$$

$$g_i^n(v) = \frac{1}{27}[-\cos^2\theta\sin^2\phi\cos^2\phi + 5\cos^2\theta\sin^2\phi\sin^2\phi - 4\cos^2\theta\sin^2\phi\cos\phi\sin\phi] \quad (12)$$

$$g_1^{p,n}(s) = \frac{5}{18} \cos^2 \theta \cos^2 \phi \left[ \frac{2\sqrt{2}}{3} \cos \phi' \sin \phi' + \frac{1}{3} \sin^2 \phi' \right] \quad (13)$$

利用熟知的 Bjorken 求和规则<sup>[13]</sup>

$$g_1^p - g_1^n = \int g_1^p(x) dx - \int g_1^n(x) dx = \frac{1}{6} \frac{G_A}{G_V} \quad (14)$$

可以求得轴矢流耦合常数。

已知混合角  $\phi$  和  $\phi'$  由(7)和(9)式分别定出,而且需保证轴矢流耦合常数  $\frac{G_A}{G_V} \sim 1.25 = \frac{5}{4}$ , 从而符合实验。以下我们用中子的自旋相关的结构函数  $g_1^n$  来表示质子和中子的一些自旋相关性质。表 1 中给出了对应于  $\sin^2 \phi = \frac{1}{2}$  或  $\frac{1}{26}$  两种情况下, 各自旋相关性质的表达式。进一步注意到约束条件  $0 \leq \cos^2 \theta \leq 1$  和  $0 \leq \cos^2 \phi \leq 1$ , 通过约化参数  $\theta$  和  $\phi$ , 可以得到本模型理论对质子和中子的自旋相关性质的最佳计算值。表 1 还列出了优化了的  $\theta, \phi$  以及求得的质子、中子的自旋相关性质。通过分析表 1 可发现, 即使  $\phi$  取两种不同的值, 利用  $g_1^n$  对其它各自旋相关量的表达式是相同的, 而且数值结果也一样。

表 1 核子的自旋相关性质的表示和参数的选取

$\phi$	$\sin^{-1}(1/\sqrt{2})$		$\sin^{-1}(1/\sqrt{26})$	
$\phi'$	$\pi - \sin^{-1}(\sqrt{2}/3)$		$\pi - \sin^{-1}(\sqrt{2}/3)$	
$\cos^2 \theta$	$\frac{3}{4} + 27g_1^n$	0.291	$\frac{39}{49} \left( \frac{1}{4} - \frac{387}{65} g_1^n \right)$	0.291
$\cos^2 \phi$	$-\frac{81}{5} g_1^n / \left( \frac{3}{4} + 27g_1^n \right)$	0.946	$-\frac{1323}{65} g_1^n / \left( \frac{1}{4} - \frac{387}{65} g_1^n \right)$	0.303
$g_1^p$	$\frac{5}{18} \left( \frac{3}{4} + \frac{18}{5} g_1^n \right)$	0.191	$\frac{5}{18} \left( \frac{3}{4} + \frac{18}{5} g_1^n \right)$	0.191
$g_1^n$		-0.017		-0.017
$s$	$\frac{3}{4} \left( 1 + \frac{48}{5} g_1^p \right)$	0.62	$\frac{3}{4} \left( 1 + \frac{48}{5} g_1^n \right)$	0.62
$G_A/G_V$		1.25		1.25

与以往的一些工作相比较, 可发现本模型的一些结果确有一些改进。如所求得的  $g_1^n \approx -0.017$ , 虽然仍和实验值 (SMC:  $-0.08 \pm 0.04 \pm 0.04$ <sup>[11]</sup>) 有较大的差别, 但与 Z. P. Li<sup>[8]</sup> 的结果 ( $\sim -0.01$ ) 相比, 是稍有改进的。同时, 本模型所给出的夸克所携带着的质子的自旋占总自旋的 62%, 这也要比 Z. P. Li 或 Lipkin 的结果 70% 或 75% 要有所改进。但与实验仍有差别。

在 Z. P. Li 工作中,  $|^2NG\rangle$  和  $|^4NG\rangle$  两种胶子混杂质的相对混合比例为 1:1, 即

$$|N\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+2\delta^2}} \{ |N_0\rangle - \delta(|^2N_1G\rangle + |^4N_1G\rangle) \}. \quad (15)$$

可见,(7)式中所给出的第一个解证实了 Z. P. Li 对波函数的指定。虽然(7)式中所给出的第二个解与第一个解相差较大,但通过表 1 的结果,不难发现对应于两种不同混合比例,所得到的质子和中子的自旋相关性质是相同的。这说明了目前这一简单计算不能判别两种胶子混杂质的混合比例,需要对核子的 Photoproduction 和 Electro-Production 做较深入地计算。

总之,考虑了正、反海夸克对和胶子混杂质的贡献,与仅仅只考虑胶子混杂质效应或海夸克的贡献相比,计算结果确有一些改进。这表明了这两种海效应都是重要的。当然由于目前的模型只不过是一个非常简单的模型,它的结果有一定的局限性,尚须进一步地改善。如按文献[14]所考虑的那样再加上  $\pi N, \rho N$  道的效应,以及加上奇异夸克对 ( $s\bar{s}$ ) 的贡献,预计结果将进一步地得到改善。

### 参 考 文 献

- [1] Particle Data Group, *Phys. Lett.*, **B204**(1988)1.
- [2] J. Ashman et al., *Phys. Lett.*, **B206**(1988)364; M. J. Alguard, et al., *Phys. Rev. Lett.*, **37**(1976)1261; **41**(1978) 70; G. Baum et al., *ibid.*, **51**(1983)1135.
- [3] S. N. Mukherjee, R. Nag, S. Sanyal et al., *Phys. Rept.*, **231**(1993)201, (and references therein).
- [4] S. Capstick, *Phys. Rev.*, **D46**(1992)1965.
- [5] G. Ramsey et al., *Phys. Rev.*, **D39**(1989)361; J. Qiu et al., *Phys. Rev.*, **D41**(1990)65.
- [6] G. Altarelli, G. G. Ross, *Phys. Lett.*, **B213**(1988)391; R. D. Carlitz, J. C. Collins, A. H. Mueller, *Phys. Lett.*, **B214**(1988) 229; K. Kobayakawa, T. Morii et al., *Phys. Rev.*, **D46**(1992)2854.
- [7] H. J. Lipkin, *Phys. Lett.*, **B214**(1988)229, 429; **B230**(1989)135; **B237**(1990) 130; **B256**(1991)284.
- [8] Z. P. Li, G. Karl, *Phys. Rev.*, **D49**(1994)2620.
- [9] R. L. Jaffe, H. J. Lipkin, *Phys. Lett.*, **B266**(1991)458.
- [10] H. J. Lipkin, *Phys. Lett.*, **B251**(1990)613.
- [11] Spin-Muon-Collaboration (SMC), *Phys. Lett.*, **B302**(1993)533.
- [12] F. E. Close, *Introduction to Quarks and Partons* (Academic, New York, 1979).
- [13] J. D. Bjorken, *Phys. Rev.*, **148**(1966), 1467; *Phys. Rev.*, **D1**(1970)1376.
- [14] J. Kepple, H. M. Hofmann, "The spin structure of the proton in a relativistic quark model", KHPPH-9407258; "Convolution model for the structure function of the nucleon", KH-TP3-ER-94-02.

### Study of Proton Spin-Dependent Structures

Dong Yubing

(Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039)

Received 17 August 1994

#### Abstract

The effects of quark-antiquark pairs of quark sea and hybrid states of gluon-quark are considered in the proton wave function. The spin-dependent structures of the proton, such as magnetic moment, axial-vector coupling constant  $G_A/G_V$ , and integrated structure functions  $g_1^p$  or  $g_1^n$  are calculated with some improvements using the wave function.

**Key words** sea quark pair, hybrid state, axial-vector coupling constant.