

在非相对论能量下介质中的 核子-核子碰撞截面*

葛凌霄 曾祥华

(中国科学院近代物理研究所 兰州 730000)

1994-09-09 收稿

摘 要

在非相对论能量下, 采用 Skyrme 有效相互作用, 计算了在核介质中的核子-核子 (N-N) 碰撞截面, 研究了它与能量及密度的依赖关系, 以及不同 Skyrme 参数对所计算截面的影响. 发现在低密度时, 介质中的核子-核子碰撞截面大于经 Pauli 修正后的自由核子-核子碰撞截面. 而当高密度时, 总会在高于某一能量以后, 介质中的 N-N 碰撞截面大于经 Pauli 修正后的自由 N-N 碰撞截面.

关键词 截面, 核子-核子相互作用, 介质效应.

1 引 言

不少人在相对论能量下对介质中 N-N 碰撞截面的理论计算进行了研究^[1-3], 对于较低能量下, 非相对论能区给出的结果很粗糙. 目前, 人们对核介质中 N-N 截面的兴趣来自于中能重离子碰撞的动力学过程的研究. 中高能重离子碰撞是提取介质中的 N-N 截面的很好工具. 尽管由于各种因素不清楚, 诸如核的状态方程 (EOS), 但通过实验对各种信号的系统测量, 人们对核子-核子截面 σ_{NN} 的认识是有希望的.

中高能重离子碰撞是受平均场、两体碰撞所支配的动力学过程. 它的显著特征是产生极端条件下的核, 其密度大于或小于正常核密度, 温度也会很高. 在这种极端条件下, 介质中的 N-N 碰撞截面将会明显依赖这种极端条件, 与众所周知的自由 N-N 碰撞截面大不相同. 仅仅对自由核子-核子截面做 Pauli 修正似乎还是不足的.

在非相对论能量下, Skyrme 有效相互作用已得到各个方面的应用, 产生了很多组参数, 已经知道, 在 H-F 近似下, Skyrme 相互作用可以看作为有效的 G 矩阵. 如果从 T 矩阵出发, 采用 Skyrme 势, 自然会得到 G 矩阵的结果^[4,5], 由此计算的光学势和平均自由程已证明了这一结论^[4,6]. 对于较低能量下 ($\sim 150\text{MeV/u}$) 可忽略 π 介子作用, π 吸收和产生截面都很小, N-N 碰撞即非弹性碰撞道贡献很小, 对介质效应的贡献主要来自于弹性道^[1].

* 国家自然科学基金资助和中国科学院 LWTZ-1298 部分基金资助.

本文的目的是,采用 Skyrme 有效相互作用,计算在非相对论能量下的核子-核子碰撞弹性截面。计算中,主要考虑了核介质对能量和相空间的影响。分别在 Pauli 修正和无 Pauli 修正两种条件下,给出了介质中 N-N 弹性散射的截面。对于在 Pauli 修正情况下,发现介质中的核子-核子截面 σ_{NN} 在低密度时,大于经 Pauli 修正后的自由核子-核子碰撞截面,而当高密度时,总会在高于某一能量以后,介质中的 N-N 碰撞截面大于经 Pauli 修正后的自由 N-N 碰撞截面。自由 σ_{NN}^f 表现出较高能量下饱和现象,在介质中消失。不同密度时,介质中的 σ_{NN} 在某一能量下会增加,不同参数的 Skyrme 力明显影响 σ_{NN} 的大小,影响 σ_{NN} 随能量和密度的变化。

2 模 型

我们知道,对于一个给定的碰撞,某一类型事件的反应截面是单位时间,单位散射这个类型的事件数目同相对于靶粒子入射粒子通量的比^[7],即

$$\sigma = \frac{\omega}{\varphi}, \quad (1)$$

φ 是相对于靶粒子的入射粒子相对通量,考虑具有不同粒子密度时的碰撞,

$$\varphi = \rho(v_L), \quad (2)$$

v_L 是入射粒子的速度。 ρ 为粒子密度,即单位体积入射粒子的平均数目。 ω 是单位时间跃迁至基态的跃迁几率,可以导出,

$$\omega = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_b \delta(E_b - E_a) |\langle b|T|a \rangle|^2, \quad (3)$$

求和 b 包括了我们想考虑的所有末态。这里,我们希望知道,在核介质中,一个具有能量 E_a 的核子(未区分同位旋)和状态 β (能量 E_β) 的核子碰撞发生弹性散射至 γ 和 δ 状态的几率,那么,由方程(1)、(2)和(3)导出核子-核子碰撞截面,

$$\sigma = \frac{2\pi}{\hbar \rho v_a} \sum_{i k l} \delta(E_a + E_\beta - E_\gamma - E_\delta) |\langle \alpha\beta|T|\gamma\delta \rangle|^2. \quad (4)$$

在非相对论能量下, Skyrme 相互作用已经广泛的应用并产生了很多组参数^[8],我们知道,在 H-F 近似下 Skyrme 相互作用可以看作为有效的 G 矩阵,如果从 T 矩阵出发,采用 Skyrme 势,会得到 G 矩阵的结果。在很多组参数中,扩展的 Skyrme 相互作用包括了密度和动量的依赖。它表示为

$$\begin{aligned} V(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = & \tau_3(1 + x_\sigma P_\sigma) \delta(\mathbf{r}) + \frac{1}{6} \tau_3 \rho^\sigma(\mathbf{R}) (1 + x_\sigma P_\sigma) \delta(\mathbf{r}) \\ & + \frac{1}{2} \tau_3(1 + x_1 P_\sigma) (\mathbf{K}'^2 \delta(\mathbf{r}) + \delta(\mathbf{r}) \mathbf{K}^2) \\ & + \frac{1}{2} \tau_3(1 + x_4 P_\sigma) (\mathbf{K}' \rho^\sigma(\mathbf{R}) \delta(\mathbf{r}) + \delta(\mathbf{r}) \rho^\sigma(\mathbf{R}) \mathbf{K}^2) \\ & + \tau_3(1 + x_2 P_\sigma) \mathbf{K}' \cdot \delta(\mathbf{r}) \mathbf{K} + \tau_3(1 + x_2 P_\sigma) \mathbf{K}' \cdot \rho^\sigma(\mathbf{R}) \delta(\mathbf{r}) \mathbf{K} \\ & + i\omega_0(\sigma_1 + \sigma_2) \cdot \mathbf{K}' \times \delta(\mathbf{r}) \mathbf{K}, \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $\mathbf{R} = \frac{1}{2}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)$, $\mathbf{r} = (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$. 相对动量算符:

$$\mathbf{K} = \frac{1}{2i}(\nabla_1 - \nabla_2), \quad (6)$$

作用于波函数右边,

$$\mathbf{K}' = -\frac{1}{2i}(\nabla_1 - \nabla_2), \quad (7)$$

作用于波函数左边. P_σ 为自旋交换算符, σ_i 为泡里自旋矩阵. 不同组的扩展 Skyrme 势参数见文献[6].

在核物质中, 单粒子波函数 Ψ_α 由平面波给出:

$$\Psi_\alpha = \Omega^{-1/2} \exp\{i\mathbf{k}_\alpha \cdot \mathbf{r}_\alpha\} \chi_{\sigma\alpha} \chi_{\tau\alpha}$$

其中 $\chi_{\sigma\alpha}$ 和 $\chi_{\tau\alpha}$ 分别为自旋和同位旋波函数, Ω 为体积, 先计算出 $\langle \alpha\beta | V_{\mathbf{k}\mathbf{y}} | \gamma\delta \rangle$, 代入方程(4)中, 可得到核子-核子碰撞截面为:

$$\sigma_{\text{NN}} = \frac{2mm^*}{\hbar^2 k_{\alpha\rho}} \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{i=1}^5 w_i I_i, \quad (8)$$

其中

$$w_1 = 3 \left[\left(t_0 + \frac{t_3 \rho^\sigma}{6} \right)^2 + \left(x_0 t_0 + \frac{t_3 \rho^\sigma x_3}{6} \right)^2 \right], \quad (9)$$

$$w_2 = \frac{3}{2} \left[\left(t_0 + \frac{t_3 \rho^\sigma}{6} \right) (t_1 + t_4 \rho^\sigma) + \left(t_0 x_0 + \frac{t_3 \rho^\sigma x_3}{6} \right) (t_1 x_1 + t_4 \rho^\sigma x_4) \right], \quad (10)$$

$$w_3 = \frac{3}{16} [(t_1 + t_4 \rho^\sigma)^2 + (t_1 x_1 + t_4 \rho^\sigma x_4)^2], \quad (11)$$

$$w_4 = \frac{5}{16} [(t_2 + t_5 \rho^\sigma)^2 + (t_2 x_2 + t_5 \rho^\sigma x_5)^2] + \frac{1}{2} (t_2 + t_5 \rho^\sigma) (t_2 x_2 + t_5 \rho^\sigma x_5), \quad (12)$$

$$w_5 = \frac{3}{4} w_0 \quad (13)$$

和

$$I_i = \int d\mathbf{k}_\beta d\mathbf{k}_\tau d\mathbf{k}_\delta f_i(\mathbf{k}_\alpha, \mathbf{k}_\beta, \mathbf{k}_\tau, \mathbf{k}_\delta) \delta(\mathbf{k}_\alpha + \mathbf{k}_\beta - \mathbf{k}_\tau - \mathbf{k}_\delta) \delta(k_\alpha^2 + k_\beta^2 - k_\tau^2 - k_\delta^2), \quad (14)$$

其中

$$f_1 = 1, \quad (15)$$

$$f_2 = \frac{1}{2} [(k_\alpha - k_\beta)^2 + (k_\tau - k_\delta)^2], \quad (16)$$

$$f_3 = \frac{1}{4} [(k_\alpha - k_\beta)^2 + (k_\tau - k_\delta)^2]^2, \quad (17)$$

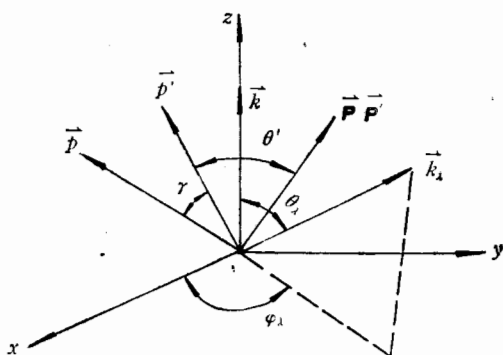


图 1 坐标变换关系

$$f_4 = [(\mathbf{k}_\alpha - \mathbf{k}_\beta) \cdot (\mathbf{k}_\gamma - \mathbf{k}_\delta)]^2, \quad (18)$$

$$f_5 = [(\mathbf{k}_\alpha - \mathbf{k}_\beta) \times (\mathbf{k}_\gamma - \mathbf{k}_\delta)]^2. \quad (19)$$

采用 J. J. Griffin 相同的坐标^[8], 如图 1 入射粒子在 z 方向。
定义

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= (\mathbf{k}_\alpha + \mathbf{k}_\beta), \quad \mathbf{p} = (\mathbf{k}_\alpha - \mathbf{k}_\beta) = (p, \mu, \varphi), \\ \mathbf{P}' &= (\mathbf{k}_\gamma + \mathbf{k}_\delta), \quad \mathbf{p}' = (\mathbf{k}_\gamma - \mathbf{k}_\delta) = (p', \mu', \varphi'). \end{aligned} \quad (20)$$

方程(14)可以简化为

$$I_i = \frac{\pi^2}{2} \int k_\beta^2 dk_\beta \int d\mu_\beta \int d\mu' f_i. \quad (21)$$

$$f'_1 = p, \quad (22)$$

$$f'_2 = p^3, \quad (23)$$

$$f'_3 = p^5, \quad (23)$$

$$f'_4 = \frac{1}{2} p^3 \left\{ \frac{3(k_\alpha^2 - k_\beta^2)^2}{p^2} - p^2 \right\} \mu'^2 + \left[p^2 - \frac{(k_\alpha^2 - k_\beta^2)^2}{p^2} \right], \quad (24)$$

$$f'_5 = f'_3 - f'_4. \quad (25)$$

在泡里不相容原理限制下, (21)式的积分限由下面确定,

$$0 \leq k_\beta \leq k_F \quad (\text{当 } k_\alpha < k_F \text{ 时}), \quad (26)$$

$$\sqrt{k_F^2 - k_\alpha^2} \leq k_\beta \leq k_F \quad (\text{当 } k_\alpha > k_F \text{ 时}), \quad (27)$$

$$\frac{2k_F^2 - k_\alpha^2 - k_\beta^2}{Pp} \leq \mu' \leq \frac{k_\alpha^2 + k_\beta^2 - 2k_F^2}{Pp}, \quad (28)$$

费米动量 k_F 和密度相关。

$$\rho = \left(\frac{2}{3\pi^2} \right) k_F^3. \quad (29)$$

3 计算结果和讨论

自由核子-核子碰撞截面可由经验公式表示^[9]。我们采用下面的能量相关的截面经验

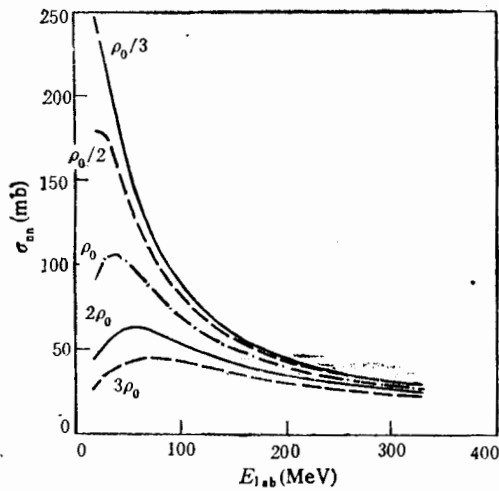


图 2 不同密度时,经泡里修正后自由核子-核子截面随能量的变化

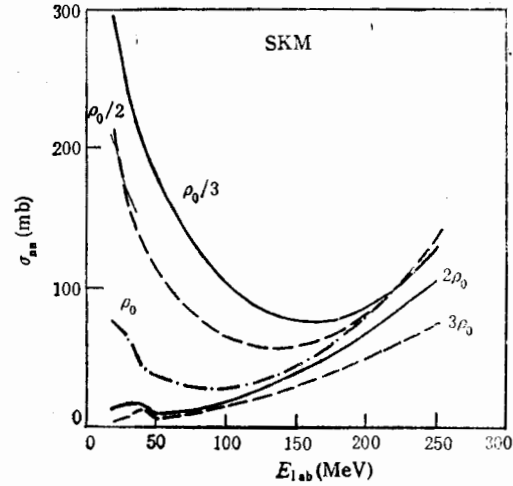


图 3 不同密度时,经泡里修正后,介质中核子-核子截面随能量的变化

公式。其中 β 是入射粒子的速度(以光速为单位)。

$$\sigma_{nn}^f \text{ (或) } \sigma_{pp}^f = \left(\frac{10.63}{\beta^2} - \frac{29.92}{\beta} + 42.9 \right) \text{ mb}$$

$$\sigma_{np}^f = \left(\frac{34.10}{\beta^2} - \frac{82.2}{\beta} + 82.2 \right) \text{ mb} \quad (30)$$

σ_{np}^f 和 σ_{nn}^f 分别为中子-质子和中子-中子碰撞截面。为同介质中截面比较,我们取 σ_{nn}^f 。可以用文献[9]给出的简单方法给自由核子-核子截面做 Pauli 修正。修正时,使用了与费米能量 E_F 密度相关的方程(29式)。图 2 是自由核子-核子碰撞截面做泡里修正后的能量和密度依赖关系。很明显, σ_{nn}^f 随密度增大而减小。当核子能量大于 100MeV/u 后, σ_{nn}^f 接近于饱和,饱和能量似乎和密度相关。

当考虑 Pauli 阻塞和中间态相互作用后,由方程(8)给出的 σ_{nn} 的能量和密度依赖表示在图 3 中。我们可以看到,当核物质密度大时,核子-核子碰撞截面减小,与图 2 中的自由 N-N 碰撞截面加 Pauli 修正后相一致,但不同之处是,当能量大时,介质中的 σ_{nn} 饱和性消失,而随着粒子能量增大, σ_{nn} 上升,上升时的能量和密度相关,密度愈大,截面上升时的能量就愈小。对于 $0.5\rho_0$ 发现 σ_{nn} 随能量上升的最低能量为 140MeV,而对于 $2-3\rho_0$ 时,这个能量只有 50MeV,这在于对中间态求和所致。

同仅仅自由截面进行 Pauli 修正相比较,发现在低密度时,介质中的核子-核子碰撞截面大于经 Pauli 修正后的自由核子-核子碰撞截面。而当高密度时,总会在交于某一能量以后,介质中的 N-N 碰撞截面大于经 Pauli 修正后的自由 N-N 碰撞截面。新近,人们用量子分子动力学(QMD)模型,去拟合中高能重离子碰撞中实验观测的复杂碎片发射,即中间质量碎片(IMF)的多重性和横向动量,在文献[10]中,QMD 较少预言了 IMF 多重性。QMD 模型包括了核子-核子 Skyrme 相互作用,但采用了自由 σ_{nn}^f 加 Pauli 阻塞。如果对 σ_{nn}^f 进行较强修正,把自由核子-核子碰撞截面增加 20—30% 就能

够产生足够的横向动量^[11]。目前,一些关于核子-核子的碰撞截面 σ_{nn} 的相对论计算在低阶近似下,得出了介质中截面小于自由核子-核子的碰撞截面 σ_{nn}^f 但 Maifielt 发现,如果把相应的高阶修正包括进去,介质中截面将大于自由核子-核子的碰撞截面 σ_{nn}^f ^[12]。卓益忠等人^[13]希望从中高能重离子碰撞数据提取核子-核子的碰撞截面 σ_{nn} 的大小,发现在某一能量(100MeV)后介质中 σ_{nn} 将大于自由的核子-核子的碰撞截面 σ_{nn}^f 。

我们计算了不同的 Skyrme 参数对介质中核子-核子的碰撞截面 σ_{nn} 的影响,采用了 SGOI, SGOII, SKA 和 SKM 四组参数,选择这四种参数是因为在研究中高能重离子碰撞产生的横动量时,都给出了和实验趋势一致的结果^[14]。在这四种参数下,介质中的核子-核子的碰撞截面 σ_{nn} 随能量和密度发展趋势是一样的。但我们可以发现不同参数明显影响着核子-核子的碰撞截面 σ_{nn} 的大小、上升和下降能量交叉点以及 σ_{nn} 上升或下降的斜率(见图 4)。SGOII 参数计算的截面大小明显高于其它几种相互作用参数 SGOI,

表 1 介质中的核子-核子截面随能量的变化 (SKM, $\rho_0 = 0.168 \text{fm}^{-3}$)

$\sigma_{nn}(\text{mb})$ / ρ	$10^{-1}\rho_0$	$\rho_0/3$	$\rho_0/2$	ρ_0	$2\rho_0$
20	1588.37	295.07	212.87	75.75	13.93
40	1457.62	203.77	131.89	43.37	17.66
60	1335.43	157.10	98.94	32.66	10.05
80	1220.73	125.45	78.30	28.41	13.34
100	1113.30	102.92	65.30	28.53	18.35
120	1013.06	87.55	58.35	32.34	24.96
140	919.98	78.52	56.79	39.54	33.14
160	834.05	75.40	60.30	49.98	42.85
180	755.26	77.95	68.67	63.59	54.08
200	683.61	86.04	81.80	80.30	66.83
220	619.08	99.57	99.62	100.10	81.10
240	561.69	118.49	122.08	122.95	96.87

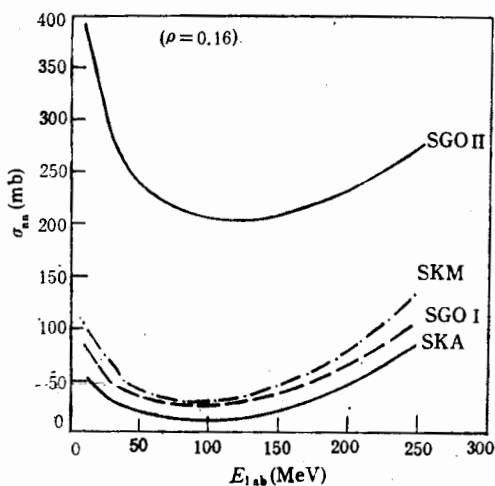


图 4 SKA, SKM, SGOI, SGOII 不同相互作用下,核子-核子截面随能量的变化

SKA 和 SKM, 对于 SKM 参数在 $\rho = 3\rho_0$ 和 $\rho = 1/3\rho_0$ 时, 在能量高时变化迅速. 这种差别不可能用不同相互作用给出不同的基态性质来解释. 其产生的不同原因还不清楚.

同时, 我们还计算了不考虑 Pauli 修正时的截面, 列在表 1 中, 便于应用.

4 总 结

本文在 Skyrme 有效相互作用下, 计算了介质中的核子-核子弹性碰撞截面和核子能量及介质密度的依赖, 发现:

(1) 在低密度时, 介质中的核子-核子碰撞截面大于经 Pauli 修正后的自由核子-核子碰撞截面. 而当高密度时, 总会在高于某一能量以后, 介质中的 N-N 碰撞截面大于经 Pauli 修正后的自由 N-N 碰撞截面.

(2) 自由核子-核子碰撞截面 σ_{nn}^f 表现出在较高能量下饱和现象, 在介质中, 这种现象消失. 不同密度时, 介质中, 在某一能量后, σ_{nn} 会增加.

(3) 不同 Skyrme 力参数明显影响 σ_{nn} 的大小和它随能量密度变化的趋势.

介质中的核子-核子碰撞截面 σ_{nn} 仍是一个不清楚的问题, 有待于实验的验证. 中高能重离子碰撞为提取介质中的核子-核子碰撞截面 σ_{nn} 创造了条件. Skyrme 相互作用在重离子碰撞中应用, 已经取得了较好的成功. 特别在中低能过渡区. 由于相互作用的模型依赖, 本文所给出的结果是模型相关的, 它为平均场和核子-核子碰撞截面 σ_{nn} 的自洽计算提供了资料.

参 考 文 献

- [1] Ter Haar, R. Malfliet, *Phys. Rev.*, **C39** (1989) 1402.
- [2] G. Bertsch, G. E. Brown, *Nucl. Phys.*, **A490** (1988) 745.
- [3] 卓益忠、李祝霞等, 高能物理与核物理, **18** 增刊(1994)60.
- [4] Zhuo Yizhong, Shen Qingbiao, Tian Ye, *Advanced in science of China, Physics*, **1** (1985) 231.
- [5] J. Negele, D. Vautherin, *Phys. Rev.*, **C5** (1972) 1472; D. Vautherin, D. M. Brink, *Phys. Rev.*, **C5** (1972) 626.
- [6] Ge Lingxiao, Zhuo Yizhong, W. Norenberg, *Nucl. Phys.*, **A480** (1986) 71.
- [7] C. J. Joachain, *Quantum Collision Theory*, North-Holland Publ. Comp., 1983.
- [8] M. T. Collins, J. J. Griffin, *Nucl. Phys.*, **A348** (1977) 166.
- [9] Ken Kikuchi, Mitsuji Kawai, *Nuclear matter and nuclear reactions*, North-Holland Publ. Comp., 1968.
- [10] M. B. Tsang, Onset and decline of multi-fragmentation in central collision, *Proceedings of the XXXII International winter Meeting on Nucl. Phys.* ed. I. Iori, Ricerca Scientifical ed Edecazione Permanental (1994) 512.
- [11] A. Gobbi, Energy Deposition in Au on Au collision, *Proceedings of the XXXII International winter Meeting on Nucl. Phys.* ed. I. Iori, Ricerca Scientifical ed Edecazione Permanental, (1994) 53.
- [12] R. Malfliet talk in IMP Lanzhou.
- [13] 卓益忠等, 高能物理与核物理, **19**(1995)156.
- [14] 张建明, 高能物理与核物理, **15**(1991)457,844.

In Medium Nucleon-Nucleon Cross Section at Nonrelativistic Energy Region

Ge Lingxiao Zeng Xianghua

(Institute of Modern Physics, The Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000)

Received 9 September 1994

Abstract

In this paper, the nucleon-nucleon elastic cross section $\sigma_{nn}(E, \rho)$ in medium has been calculated and discussed at nonrelativistic energy region by using Skyrme interaction. It is found that under Pauli correction σ_{nn} in medium is larger than free nucleon-nucleon cross section for lower densities, and σ_{nn} in medium above special energy is larger than free nucleon-nucleon cross section for higher densities.

Key words cross section, nucleon-nucleon interaction, medium effect.