

## 对电子中微子质量为虚数的质疑\*

庆承瑞<sup>1)</sup> 何祚庥<sup>1)</sup>

(中国科学院理论物理研究所 北京 100080)

梁东麒 冒亚军 陈师平 孙汉城

(中国原子能研究院 北京 102413)

1994-04-28收稿

### 摘 要

对原子能研究院的实验数据,用不同理论公式拟合后,指出负值的  $m_e^2$  有极大可能是因为理论公式不当而引起的。

**关键词** 中微子质量,  $\beta$ -衰变,  $\beta$  谱形。

近来,世界上几个有关实验组,包括中国原子能研究院 CIAE,陆续公布了从磁谱仪上得到的  $\nu_e$ -质量限。总结如下:

$$\begin{aligned} m_{\nu_e} &< 12.4\text{eV CIAE (1992)[1]} \\ &< 11.0\text{eV Zurich (1992)[2]} \\ &< 9.3\text{eV LANL (1991)[3]} \\ &< 13.0\text{eV INS (1991)[4]} \\ &< 18.0\text{eV Zurich (1986)[5]} \\ &< 7.2\text{eV Mainz (1993)[6]}. \end{aligned}$$

当然,还有几年前引起极大争议的 ITEP 的结果:

$$17\text{eV} < m_{\nu_e} < 40\text{eV (1987)[7]}.$$

但是,最引人注目的是:由拟合实验结果得到的  $m_e^2$  的中心值都是负值。特别是,由 LANL 组的实验给出的  $m_e^2$  中心值偏负超过近  $2\sigma$ , 这些结果在表 1 中全部列出。

但是,下面将看到,在对 CIAE 组的实验作了重新拟合后,我们发现:  $m_e^2$  的负中心值不能认为是仅包含有统计胀落的无偏向结果,而更像是用来描写  $\beta$  谱形的理论公式不准所致。

通常,用来和实验数据拟合的理论  $\beta$  谱公式可写为:

$$N_{th}(E) = AF(z, E) p E_t \sum_n W_n (E_0 - E - E_{in}) [(E_0 - E - E_{in})^2 - m_e^2]^{1/2} \quad (1)$$

式中  $A$  是一归一常数;  $F(z, E)$  是费米函数;  $z$  是子原子核的电荷数;  $p$ ,  $E$  和  $E_t$  分别

\* 自然科学基金资助。

1) 高等科技中心(CAST)。

是  $\beta$  粒子的动量, 动能及总能量;  $W_n$  和  $E_{fn}$  是末态的相对跃迁几率和能量。在式中我们将  $E_{f0}$  取作零。  $E_0$  则是端点能量。为简单起见, 式(1)中所有由实验引起的校正因子都没有给出。

式(1)中所有  $W_n$  和  $E_{fn}$  是在对放射源取一定模型后由理论计算出来的。而模型的选择则必须是尽可能接近实验中的真实源。在所有实验组[1—6]中共采用了两大类放射源。LANL [3] 和 MAINZ 组[6]用的是  $T_2$  (或 TH) 分子源, 因而其理论公式是基于对  $T_2$  (或 TH) 分子的计算而得的。其余实验组则是用了各种不同的, 含 T 的有机分子源。更具体地说, INS 组[4]用的是 T 标记的花生酸 (arachidic acid), 其部分的分子式是:  $C_{18}H_{31}T_6O_2CdO_2$ , 相应的理论公式取自对  $CH_3T$  的计算。Zurich 组[2]用的源是  $C_{18}H_{31}T_6SiCl_3$ , 最后用的理论谱是根据  $C_3H_7T$  的计算。CIAE 组的源是  $^3T$  标记的 PAD( $C_{14}H_{15}T_6O_2N_3$ )。因为  $^3T$  都处在 C-H 键上, 因此可以用  $CH_3T$ ,  $CH_3-CH_2T$  或  $CH_3-CHT-CH_3$  等去逼近。为拟合 CIAE 的实验, 我们采用了上述几种模型计算。为了比较, 我们同时还用了  $T_2$  分子计算, T 原子和 T 原子核, 以及已有的 Valine 2 的计算[8]。所有拟合结果都列在表 2 中。当然, 人们事先即可指出: 用原子核 T 或  $^3T$  原子去逼近 PAD 源是很坏的。与这一论断相应, 从表 2 最后两行可以看出: 裸原子核公式拟合的结果  $m_n^2$  值最负, 超过零点约  $3\sigma$ , 和最大的  $\chi^2$  值。(但按照标准方法, 都能给出最小的质量限!) 原子模型当然也不好。两者也都可以根据最大的  $\chi^2$  值和最负的中心值而被排除。其他的模型中, 有 7 个能级的  $CH_3T$  模型和有 20 个能级的  $C_3H_7T$  给出最小的

表1  $m_n^2$  和  $m_n$  上限

Reference	$m_n^2(eV^2)$	Error(eV) <sup>2</sup> stat. syst.	Upper limit for $m_n(95\%C.L.)$
CIAE-92 [1]	-31	$\pm 75 \quad \pm 48$	12.4eV
Zurich-92 [2]	-24	$\pm 48 \quad \pm 61$	11.0eV
LANL-91 [3]	-147	$\pm 68 \quad \pm 41$	9.3eV
INS-91 [4]	-65	$\pm 85 \quad \pm 65$	13.0eV
Zurich-86 [5]	-11	$\pm 63 \quad \pm 178$	18.0eV
Mainz-93 [6]	-39	$\pm 34 \quad \pm 15$	7.2eV
ITEP-87 [7]	919	$\pm 60 \quad \pm 150$	$17 < m_n < 40$

表2 用 CIAE 数据拟合的  $m_n^2$  和  $m_n$  限<sup>(1)</sup>

Model	No. of level	$m_n^2$ (eV) <sup>2</sup>	$m_n$ (eV)	$\chi^2$	$E_0-18500(eV)$
$CH_3T$	7	$-31 \pm 75$	12.4	1.141	78.3
$CH_2=CHT$	2	$-51 \pm 75$	12.0	1.145	79.7
$CH_3-CHT-CH_3$	2	$-43 \pm 75$	12.2	1.144	79.9
$CH_3-CHT-CH_3$	20	$-9 \pm 75$	12.9	1.134	79.4
VALINE II	2	$-141 \pm 75$	10.3	1.140	78.9
T-molecule	2	$-68 \pm 75$	11.7	1.148	79.9
T-molecule	12	$-177 \pm 75$	9.7	1.145	77.6
T-atom	2	$-191 \pm 75$	9.4	1.146	75.2
T-nuclei	1	$-237 \pm 75$	8.9	1.158	67.2

$\chi^2$  值和负得最小的  $m^2$  值。综合表 2 全部结果,可以看出,在理论模型的精度与  $m^2$  的负值之间存在着关联。这就向我们提示要认真考虑拟合所用理论公式的合理性与精度的问题。

从理论上讲,对多电子系统,表 2 中所列的各种模型中,始态和末态分子波函数是计算得最为精确的,但是当  $n$  大时,即较高的激发态,  $E_{fn}$ , 特别是  $W_n$  较难算准,甚至对简单的双电子系统的  $T_2$  和  $HeT^+$  也不例外。为说明这点,可以用求和规则去检验这些计算。为此,利用上述各模型最好的计算,利用所给能级,直接计算一阶和二阶的能量求和规则,同时又用基态的波函数求出上述求和规则,并比较两者的差别。当然,原则上还可以构造更高阶的求和规则。但我们将会看到,对  $\beta$  谱形来说,一阶和二阶的求和规则将直接进入谱形公式中,因此,这里只讨论这两个求和规则。在表 3, 表 4 和表 5 中,列出了已知最好的几个计算结果,即 7 能级的  $CH_3T \rightarrow CH_3He^+$  跃迁, 20 个能级的  $C_3H_7T \rightarrow C_3H_7He^+$  跃迁和 12 个能级的  $T_2(TH) \rightarrow THe^+(HHe^+)$  跃迁。然后,根据定义,一阶和二阶求和规则是:

$$\langle \psi_i | \Delta H | \psi_i \rangle = \sum_n W_n (\Delta E_{fn} + E_{f0} - E_{i0}) \quad (2)$$

和

$$\langle \psi_i | (\Delta H)^2 | \psi_i \rangle = \sum_n W_n (\Delta E_{fn} + E_{f0} - E_{i0})^2 \quad (3)$$

并有

$$\sum_n W_n = 1. \quad (4)$$

表 3 7 个能级的  $CH_3T$  的  $W_n$  和  $E_{fn}$  [19]

$W_n$	$E_{fn}(\text{eV})$	$W_n$	$E_{fn}(\text{eV})$
0.6056	0.00	0.017	57.50
0.084	22.50	0.075	72.50
0.141	32.50	0.044	91.33
0.033	47.50		

表 4 20 个能级的  $C_3H_7T$  的  $W_n$  和  $E_{fn}$  [19]

$W_n$	$E_{fn}(\text{eV})$	$W_n$	$E_{fn}(\text{eV})$
.571036	0.00	.045685	63.740
.117594	23.105	.012837	65.565
.073401	35.655	.007596	73.222
.012191	38.874	.053237	78.616
.008831	42.572	.005876	82.119
.020535	44.795	.002271	86.099
.007183	48.285	.001970	92.813
.012122	51.384	.003415	97.807
.008235	55.890	.011496	106.532
.015856	58.777	.001496	120.988

这里  $\Delta H$  是始态分子 RT 和末态分子 RHe<sup>+</sup> 的哈密顿算符之差;  $\psi_i$  是 RT 的基态波函数;  $\Delta E_{i_n}$  是相对 RHe<sup>+</sup> 基态的第  $n$  能级的能量. 因此它和式 (1) 以及表 3—5 中的  $E_{i_n}$  是相同的.  $E_{i_0}$  和  $E_{f_0}$  分别是 RT 和 RHe<sup>+</sup> 的基态结合能. 如果引进平均激发态  $\overline{\Delta E^*}$ :

$$\overline{\Delta E^*} = \sum_n W_n \Delta E_{i_n} \quad (5)$$

则利用公式(2—5)可以构造能量弥散函数  $\sigma^2$ :

$$\sigma^2 = \langle \psi_i | (\Delta H)^2 | \psi_i \rangle - (\langle \psi_i | \Delta H | \psi_i \rangle)^2 = \overline{\Delta E^{*2}} - (\overline{\Delta E^*})^2 \quad (6)$$

并有

$$\overline{\Delta E^{*2}} = \sum_n W_n (\Delta E_{i_n})^2 \quad (7)$$

利用表 3—5 所列能级, 直接计算  $\overline{\Delta E^*}$  和  $\sigma^2$ , 同时又用始态波函数  $\psi_i$  根据定义计算这两个量. 结果列在表 6, 表 7 和表 8 中.

需要指出的是: 在实际计算中  $\sum W_n$  并没有完全归一, 因而在  $\sigma^2$  中带入一小的改正因子. 在表 6—8 中计算  $\sigma^2$  时, 在需要时用了下述公式:

$$\begin{aligned} \sigma^2 = & \overline{\Delta E^{*2}} - (\overline{\Delta E^*})^2 + (E_{i_0} - E_{f_0})^2 \Delta W_n \sum_n W_n \\ & - 2(E_{i_0} - E_{f_0}) \overline{\Delta E^*} \Delta W_n \end{aligned}$$

而

$$\Delta W_n = 1 - \sum_n W_n$$

由表 6—8 中看到, 尽管所有计算中  $\sum W_n$  都接近 1, 但  $\overline{\Delta E^*}$  的精度也只是百分之 5 左右的精度. 如果这还是可以接受的话, 那末  $\sigma^2$  的精度, 一般只占求和规则 ~50% 左右, 则是不能接受的. 这说明, 即使对氢分子这样简单的多电子体系, 也很难实现真正高精度的计算. 事实上, 对 T<sub>2</sub> 和 THe<sup>+</sup> 分子系统最好的计算是由 W. Kolos 等人在文献 [16] 中给出, 而 12 个能级的公式主要是在这一基础上给出的. 但由此文中也可以直接看出, 基态的计算达到了高精度, 但激发态的精度远不如基态. 文献 [14] 中也表达了类似观点.

那末, 是不是如文献 [9] 中所宣称的那样, 只利用精度达到百分之几的一阶求和规则就可以了, 而不需考虑二阶求和规则了呢? 不幸的是, 对  $\beta$  谱来说, 并非如此. 因为包含末态效应的  $\beta$  谱正比于如下公式:

$$\sum_n W_n (E_0 - E - \Delta E_{i_n}) [(E_0 - E - \Delta E_{i_n})^2 - m^2]^{1/2},$$

因而在  $m_p = 0$  时, 很容易看出, 平均谱形直接与一阶和二阶的求和规则有关:

$$N(E) \propto ((E_0 - E)^2 - 2(E_0 - E) \overline{\Delta E^*} + \overline{\Delta E^{*2}})$$

遗憾的是, 正是这一点被大多数文献所忽视. 事实上, 早在 1982 年, 本文作者中的两位就

表 5 12个能级的  $T_1$  的  $W_n$  和  $E_{fn}$ <sup>[10]</sup>

$W_n$	$E_{fn}(\text{eV})$	$W_n$	$E_{fn}(\text{eV})$
.5822	0.00	.0089	41.75
.1675	27.29	.0143	46.03
.0787	33.89	.0166	51.71
.0081	37.96	.0789	65.28
.0001	38.82	.0297	75.45
.0092	39.38	.0061	88.07

表 6 7个能级的  $CH_3T$  模型中的  $\overline{\Delta E^*}$  和  $\sigma^2$ , 两种方法计算的结果

	Direct calcul.	Sum rule	Deviation
$\frac{W_n}{\Delta E^*(\text{eV})}$	1	1	very small
$\Delta E^*(\text{eV})$	18.51	18.98[11]	2.5%
$\sigma^2(\text{eV})^2$	744.07	1207.6[11]	$\approx 40\%$

表 7 20个能级的  $C_3H_3T$  模型中的  $\overline{\Delta E^*}$  和  $\sigma^2$ , 两种方法计算的结果

	Direct calcul.	Sum rule	Deviation
$\frac{W_n}{\Delta E^*(\text{eV})}$	.9929	1.00	.7%
$\Delta E^*(\text{eV})$	20.56	19.1 $\pm$ .4[3,9]	7.5%
$\sigma^2(\text{eV})^2$	795.69	1231.14[12]	$\approx 30\%$

表 8 12个能级的  $T_1$  模型中的  $\overline{\Delta E^*}$  和  $\sigma^2$ , 两种方法计算的结果

	Direct calcul.	Sum rule(HT)	Sum rule( $T_1$ )	Deviation
$\frac{W_n}{\Delta E^*(\text{eV})}$	0.9997	1.00	1.00	.3%
$\Delta E^*(\text{eV})$	17.67	18.62[11]	18.80[13]	5-6%
$\sigma^2(\text{eV})^2$	566.50	1109.5[11]	1045.9[13]	45-50%

给出了当  $m_\nu$  很小时, 包含一阶和二阶求和规则的  $\beta$  谱形, 而且稍后, 同一公式在 1984 年的文献[13]中又被复述。由于所有计算的公式中第二阶求和规则都不满足, 这就使我们不得不怀疑现在用来拟合实验, 并决定  $m_\nu^2$  值的理论公式的可靠性了。

为了重新分析  $\beta$  谱, 我们的原则是: 因为基态的计算最可靠, 所以只利用基态到基态的分枝比, 加上由基态波函数推导出来的一阶和二阶求和规则。相应的理论  $\beta$  谱形公式如下:

$$\begin{aligned}
 N(E) = & AF(z, E) pE, \{W_1(E_0 - E)[(E_0 - E)^2 - m_\nu^2]^{1/2} \theta(E_0 - E - m_\nu) \\
 & + (1 - W_1) \left[ (E_0 + \langle \Delta H \rangle_1 - E)^2 + \langle \Delta H^2 \rangle_1 - \langle \Delta H \rangle_1^2 \right. \\
 & \left. - \frac{m_\nu^2}{2} \right] \theta(E_0 + \langle \Delta H \rangle_1 - E - m_\nu) \} \quad (8)
 \end{aligned}$$

式中

$$\langle \Delta H \rangle_1 = \overline{\Delta E^*} / (1 - W_1),$$

$$\langle \Delta H^2 \rangle_1 = \overline{(\Delta E^*)^2} / (1 - W_1).$$

公式(8)即通常称之为带有求和规则的二能级公式。式中基态到基态的跃迁是严格处理的,而其他激发态则是用求和规则来平均。如果还有少数几个低激发态精度也足够高,就可以给出多能级的带有求和规则的谱形公式。有兴趣的读者可以在文献[13]中找到。

表9 用公式(8)和公式(1)分别拟合的  $m_\nu^2$  中心值及  $\chi^2$

Model	No. of levels	Formula(1) or(8)	$W_1$	$E_0-18500$ (eV)	$m_\nu^2$ (eV) <sup>2</sup>	$\chi^2$
CH <sub>3</sub> T	2	(8)	0.6056	79.7	-21	1.128
CH <sub>3</sub> T	7	(1)	0.6056	78.3	-31	1.141
CH <sub>3</sub> -CHT-CH <sub>3</sub>	20	(1)	0.5710	79.4	-9	1.134
CH <sub>3</sub> -CHT-CH <sub>3</sub>	2	(8)	0.5710	82.2	+4	1.091
T-molecule	2	(8)	0.5820	78.2	+1	1.098
T-molecule	12	(1)	0.5822	77.6	-177	1.145

利用公式(8),CIAE 的数据作了重新拟合。其结果在表9中给出。有两个显著特点值得提出: 1)对所有模型,带有求和规则的二能级公式(8)所给的  $m_\nu^2$  值偏向负的现象大大减小,相应的  $\chi^2$  也大为改善。特别对 C<sub>3</sub>H<sub>7</sub>T 模型,  $m_\nu^2$  为+4(eV)<sup>2</sup>,  $\chi^2$  为1.091, 即最小的。2)所有得到的  $m_\nu^2$  值在误差范围内和零相一致。当然,这并不意味着:中微子不可能有较小的质量,例如  $\leq 1$ eV 的质量。表9所列结果清楚地表明:拟合本身的品质,以及  $m_\nu^2$  的数值十分依赖于理论公式的精度。因而  $m_\nu^2$  为负数的问题至少是大大缓和了。还可以指出一个有趣的现象,即 C<sub>3</sub>H<sub>7</sub>T 和 T<sub>2</sub> 模型的结果十分相近。原因是,这两个模型中碰巧  $W_1$ ,  $\overline{\Delta E^*}$  和  $\sigma^2$  都很接近。至于 CH<sub>3</sub>T, 更精确的计算[9]似乎表明,其基态到基态的相对几率  $W_1$  应该更小:  $W_1 = 0.578$ 。如果是这样,那末更精密的计算将会使 CH<sub>3</sub>T 模型拟合的结果更接近 T<sub>2</sub> 和 C<sub>3</sub>H<sub>7</sub>T 的结果。用 CIAE 的数据,也会得到  $m_\nu^2$  很小的正值。而这似乎表明,<sup>3</sup>T 在各种分子中的共价键上的行为,如果只考虑一级和二级求和规则,都是很相近的。

作为结论,我们愿意指出:根据对 CIAE 数据的重新分析,似乎  $m_\nu^2$  为负值的问题主要与理论公式不精确有关,但这一结论应该用更多的实验分析来检验。

### 参 考 文 献

- [1] Sun Hancheng, Liang Dongqi, Chen Shiping et al., Chinese Journ. Nucl. Phys., 待发表。
- [2] E. Holzschuh, M. Fritschi, W. Kundig, *Phys. Lett.*, **B287**(1992)381.
- [3] R.G.H. Robertson, T.J. Bowles, G.J. Stephenson et al., *Phys. Rev. Lett.*, **67**(1991)957.
- [4] H. Kawakami, S. Kato, T. Ohshima et al., *Phys. Lett.*, **B256**(1991)105.
- [5] E.Holzschuh, M.Fritschi, W. Kundig et al., *Phys. Lett.*, **B137**(1986)485.
- [6] Ch. Weinheimer et al., *Phys. Lett.* **B300**(1993)210.
- [7] S.Boris, A. Golutvin, L.Laptin et al., *Phys. Rev. Lett.*, **58**(1987)2019.
- [8] I.G. Kaplan, G.V. Smelov, V.N. Smutny, *Phys. Lett.*, **B161**(1985)389.
- [9] S.Schafroth, *Doctoral Thesis*, Ab Initio Calculations on <sup>3</sup>T Substituted Molecules, p.69.
- [10] R.L. Martin, J.S. Cohen, *Phys. Lett.*, **A110**(1985)95.
- [11] I.G. Kaplan, G.V. Smelov, 'Nuclear  $\beta$  Decay and neutrinos' Proc. Intern. Symp., Osaka, Japan, June 1986. Editors: T. Kotani et al., World Scientific, p.354.
- [12] J.Arafune et al., *J. phys. Soc. Japan*, **55**(1986)3806.

- [13] Ching Chengrui, Ho Tsohsiu, *Phys. Reports*, **112**, No.1(1984)1. 还可参看 X.L. Zhao, C.R. Ching, *Commun. Theor. Phys.*, **7**(1987)195.
- [14] R.L. Martin, Presentation at 11th Intern. Workshop on Weak Interactions, Santa Fe, NM(1987).
- [15] C.R. Ching, T.H. Ho, *Commun. Theor. Phys.*, **1**(1981)11, C.R. Ching, T.H. Ho and X.L. Zhao, *ibid*, **1**(1982)267.
- [16] W.Kolos et al., *Phys. Rev.*, **A31**(1985)551, O. Fackler et al., *Phys. Rev. Lett.*, **55**(1985)1388.

## Possible Explanation of the Negative Values of $m_\nu^2$ , Obtained from the $\beta$ -Spectrum Shape Analyses

Qing Chengrui He Zuoxiu

(*Institute of Theoretical Physics, The Chinese Academy of Sciences Beijing 100080*)

Liang Dongqi, Mao Yajun, Chen Shiping, Sun Hancheng

(*China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413*)

Received 28 April 1994

### Abstract

By comparing the results obtained using the same experimental data of CIAE but different theoretical formula fits it is pointed out that the negative value of  $m_\nu^2$  is most likely stemmed from inaccuracy of the theoretical formula of the  $\beta$ -spectrum.

**Key words** neutrino mass,  $\beta$ -decay,  $\beta$ -spectrum.