

# 转动核对转移矩阵元与 Berry 相位\*

孟杰<sup>a</sup> 曾谨言<sup>a,b</sup> 赵恩广<sup>a</sup>

<sup>a</sup>(中国科学院理论物理研究所 北京 100080)

<sup>b</sup>(北京大学物理系 北京 100871)

1992年7月6日收到

## 摘 要

采用粒子数守恒方法,对推转壳模型( $j = 11/2$ )进行了精确计算,详细分析了转动原子核中对转移矩阵元随转动频率的变化. 与粒子数投影的 Hatree-Fock-Bogoliubov 方法导出的结论相反,“diaboloic 对转移”现象仅出现在高激发带,而晕带到晕带的对转移矩阵元则变化较为缓慢,并不出现振荡现象.

**关键词** 转动核,对转移反应, Berry 相位.

## 1 引 言

过去几年中,相邻偶偶核之间对转移矩阵元随转动频率的变化引起了人们的广泛注意<sup>[1-8]</sup>. 与磁场中导体的 DC-Josephson 效应相似,理论计算预言:对转移矩阵元随转动频率的增大会出现振荡现象(称为“diaboloic 对转移”). 文献[9]指出对转移矩阵元的振荡特性与回弯的振荡有密切关系. Nikam 和 Ring 指出<sup>[9]</sup>: diaboloic 对转移是 Berry 相位<sup>[10,11]</sup>在核物理中的表现. 上述结论是用 Hatree-Fock-Bogoliubov (HFB) 处理推转壳模型 (CSM) 给出的,即

$$\langle \lambda(N+2), \omega | P^+ | \lambda(N), \omega \rangle, \quad (1)$$

随转动频率  $\omega$  的增加(经过带交叉频率  $\omega_c$ ) 时会出现正负号改变. (1)式中  $\lambda$  为 Fermi 能量,  $P^+$  为对产生算符. 通常, CSM 哈密顿量为<sup>[12]</sup>:

$$H_{\text{CSM}} = H_{\text{sp}} + H_{\text{pair}} - \omega J_z, \quad (2)$$

$$H_{\text{sp}} = \sum_{\nu} \epsilon_{\nu} a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu}, \quad (3)$$

$$H_{\text{pair}} = -G P^+ P, \quad P^+ = \sum_{\nu > 0} a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu}^{\dagger}, \quad (4)$$

其中  $H_{\text{sp}}$  是单粒子哈密顿量,  $\epsilon_{\nu}$  为单粒子能量,  $H_{\text{pair}}$  为对相互作用,  $G$  为对相互作用平均强度,  $-\omega J_z$  为以转动频率  $\omega$  绕  $z$  轴推转的 Coriolis 相互作用. 在 HFB (平均场) 近似中, 两体对相互作用  $H_{\text{pair}}$  用粒子数不守恒的对势  $-\Delta(P^+ + P)/2$  ( $\Delta = G\langle P \rangle$ ) 为

\* 国家自然科学基金、国家教委博士点基金和中国科学院 LWTZ-1298 资助.

能隙参数)代替。为了弥补粒子数不守恒的缺陷,在哈密顿量中引进了附加项

$$-\lambda \hat{N} = -\lambda \sum_{\nu} a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu},$$

$\lambda$  由  $\langle \hat{N} \rangle = N$  (实际粒子数)确定。即

$$H'_{\text{CSM}} = H_{\text{e.p.}} - \lambda \hat{N} - \Delta(P^{+} + P)/2 - \omega J_{z}. \quad (5)$$

众所周知,CSM 中的角动量不是守恒量。而在 CSM 的 HFB 近似处理中,粒子数  $N$  和角动量  $I$  分别用连续参数  $\lambda$  和  $\omega$  来代替。推转 HFB 理论的优点是它可以直接应用 Berry 相位理论的普遍结果<sup>[4]</sup>。然而严格说来, $\lambda$  和  $\omega$  并不是可观察量<sup>[6]</sup>。实际的波函数仅定义在  $(N, I)$  空间的分立格点上。文献 [5,6] 讨论了量子路径上的 Berry 相位,并证明:不仅连续参数空间的路径上有 Berry 相位,而且在量子空间也有。当然,到目前为止,实验上尚未观察到此 Berry 相位。

一般说来,HFB 近似对大粒子数体系是合适的。但原子核的核子数 ( $\sim 10^2$ ),特别是价核子数 ( $\sim 10$ ) 是很有限的,所以 HFB 近似处理  $H'_{\text{CSM}}$  本征值问题的可靠性程度受到怀疑。由于 HFB 近似的诸多缺陷(粒子数不守恒,假态,堵塞效应等)<sup>[13]</sup>,对于 HFB 近似给出的结论,应当小心对待。一个著名的例子<sup>[14]</sup>是对崩溃<sup>[15]</sup>现象,它在进行粒子数投影后自动消失<sup>[16]</sup>。利用粒子数守恒(PNC)方法处理  $H_{\text{CSM}}$  也有同样的结论<sup>[17]</sup>。值得注意的是粒子数投影 HFB 并不等于 PNC。在 PNC 处理中粒子数自始至终都是严格守恒的。这表现在晕带次晕带相互作用强度  $V$  随粒子数的变化规律上<sup>[18]</sup>。按照 PNC 严格计算,在单  $j$  CSM 中, $V$  并不随 Fermi 面位置变化而周期振荡,与 HFB 和粒子数投影 HFB 方法得出的结论完全不同。在粒子数投影的 HFB 处理中<sup>[12,17]</sup>,对转移矩阵元和能隙参数(精确说来,应该是序参数<sup>[19]</sup>  $\bar{\Delta} = G(P^{+}P)$ )变化规律截然不同。 $\bar{\Delta}$  随转动频率  $\omega$  变化缓慢,而对转移矩阵元则有振荡现象。本文的目的在于利用 PNC 方法研究对转移矩阵元随转动频率的变化,检验对于晕带到晕带的对转移是否有振荡(“diabolic 对转移”)现象。

## 2 对转移矩阵元

与文献 [4,7,9] 类似,我们在单  $j$  CSM 中进行计算,用以研究对转移矩阵元随旋转频率的变化。单粒子能量为<sup>[4,7,9,12]</sup>:

$$\varepsilon_{|2i|} = \kappa \frac{3Q^2 - j(j+1)}{j(j+1)} + e_{\nu}, \quad (6)$$

其中  $\kappa \sim 2.5-3.0\text{MeV}$ 。关于 PNC 处理的细节,可参见文献 [17]。在多粒子组态(MPC)空间中把  $H_{\text{CSM}}$  严格对角化,可以得到本征能量和本征函数的精确解。对  $J=11/2$  壳, $N=2,4,6,8$  和 10 粒子系统,signature  $r=1$  的 MPC 空间的维数分别为 36,255,440,255 和 36。对相互作用强度合理地选为  $G=0.15\kappa$ 。计算表明:只要  $G$  在适当的范围内变化,下面给出的结论不变。图 1 和 2 中给出了  $N=2,4,6,8$  和 10 粒子体系的最低 9 个本征能量  $E_i/\kappa$  ( $i=0$  (晕带), 1 (次晕带), 2, ..., 8)。它们的晕带次晕带交叉频率分别是  $\omega_c/\kappa = 0.02, 0.08, 0.18, 0.33$  和 0.58。正如文献 [18] 指出,单  $j$  CSM 中,

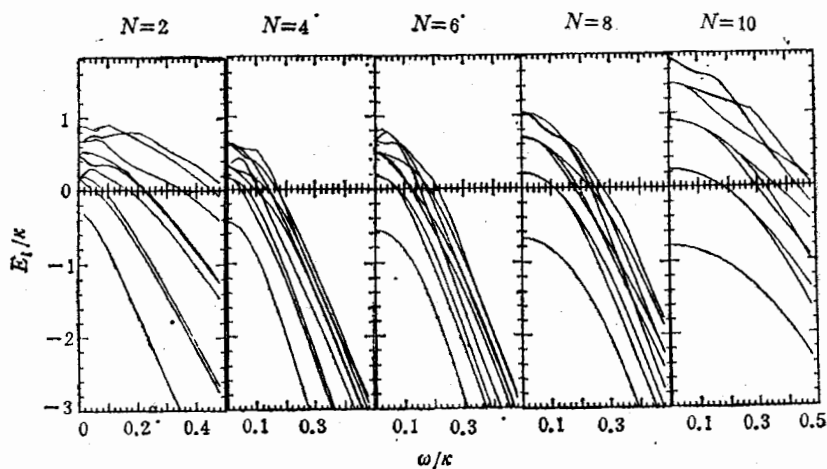


图 1 在单  $j$  模型中 ( $j = 11/2$ ),  $H_{CSM}$  最低 9 个本征能量 (signature = 1) 随  $\omega$  的变化。最低的 MPC 组态能量选为 0。

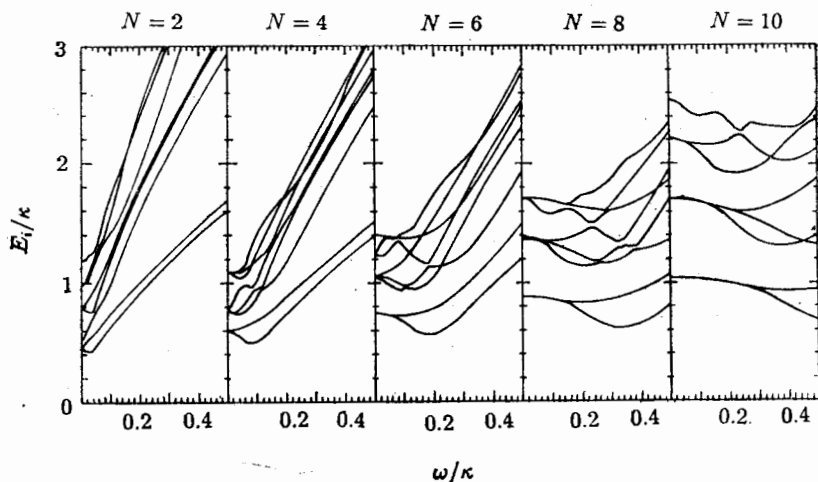


图 2

与图 1 相同, 但选晕带为参考。

晕带次晕带之间的相互作用

$$V = \frac{1}{2} \{E_{\text{yrare}} - E_{\text{yrast}}\}_{\omega=\omega_c} \quad (7)$$

总是很强。事实上, ( $N, \omega$ ) 空间中晕能量面  $E_0(N, \omega)$  和次晕能量面  $E_1(N, \omega)$  不仅不接触, 而且相距甚远。本文的主要目的是研究对转移矩阵元

$$P(\omega) = \langle N+2, \omega | P^+ | N, \omega \rangle \quad (8)$$

随  $\omega$  的变化, 其中  $|N, \omega\rangle$  是  $N$  粒子体系的  $H_{CSM}$  在  $\omega$  处的 PNC 波函数。在参数空间中每一 ( $N, \omega$ ) 点来看,  $H_{CSM}$  的本征函数的相位是任意的。但各点之间, 相对相位是有关的。在计算中, 规定在  $\omega = 0$  处 (8) 式为正, 然后利用了平行传播概念<sup>[20]</sup>, 即相邻  $\omega$  的

PNC 波函数  $|N, \omega\rangle$  和  $|N, \omega + \varepsilon\rangle$  满足:

$$\langle N, \omega | N, \omega + \varepsilon \rangle = 1 + \mathcal{O}(\varepsilon^2). \quad (9)$$

表 1 中给出了  $N = 4, 6$  和 8 粒子体系晕带的主要成份(权重大于 1%)。对偶  $N$  体系, 当  $\omega = 0$  时, 晕带为很多配对组态(seniority  $\nu = 0, K^\pi = 0^+$ )相干叠加。随着  $\omega$  增加, 对拆散组态 (seniority  $\nu = 2, 4, \dots$ ), 特别是  $K^\pi = 1^+, \nu = 2$  组态逐渐混入晕带, 从而导致沿  $x$  轴的角动量顺排。从表 1 可以看出, 虽然晕带涉及大量组态, 但主要成份(权重大于 1%, 且决定着对转移矩阵元的主要行为)的数目极为有限。对于高转动频率(高角动量), 由于对拆散组态的混入, 导致了相邻核晕带之间对转移矩阵元的减弱。图 3 中给出了晕带到晕带的对转移矩阵元(对  $\omega = 0$  时归一化为 1)

$$\langle N + 2, \omega | P^+ | N, \omega \rangle / \langle N + 2, \omega = 0 | P^+ | N, \omega = 0 \rangle. \quad (10)$$

与粒子数投影的 HFB 方法给出的结论相反<sup>[9]</sup>, 在第一个带交叉频率 ( $\omega = \omega_c$ ) 附近, 对转移矩阵元并不改变正负号。这可以从晕带的组态结构随  $\omega$  的变化来理解。事实上, 表 1 中给出了晕带结构随  $\omega$  缓慢变化的情况。在  $\omega = \omega_c$  附近, 晕带与次晕带并无尖锐性质交换的现象。相应地, 正如图 3 所示, 对转移矩阵元没有振荡现象。

尽管在单  $j$  模型中晕带次晕带相互作用很强, 但从图 2 可以看出: 高激发带之间有尖锐交叉, 亦即某些相邻的激发能量曲面在  $(N, \omega)$  空间中可能彼此接触, 从而引起

表 1  $N = 4, 6$  和 8 粒子体系晕带的主要成份(权重大于 1%)

表 1 (a)  $N = 4$ .

组态	K	能量 ( $\kappa$ )	几 率 振 幅					
			$\omega/\kappa =$	0.00	0.04	0.08	0.12	0.16
12	0	0.0000	0.9255	0.8559	0.6792	0.4850	0.3427	0.2523
13	0	0.6713	0.2630	0.3063	0.3853	0.4201	0.4069	0.3759
14	0	1.6783	0.1201	0.1198	0.1218	0.1286	0.1377	0.1465
23	0	1.0070	0.1905	0.1907	0.1978	0.2088	0.2126	0.2092
24	0	2.0140					0.1076	0.1216
1( $\bar{2}3$ )	1	0.3357		-.2901	-.4496	-.4599	-.4055	-.3460
3( $\bar{1}2$ )	1	0.8392			-.1959	-.2967	.3471	-.3605
4( $\bar{1}2$ )	1	1.8462					-.1303	-.1630
1( $\bar{3}4$ )	1	1.1748			-.1190	-.1896	-.2353	-.2587
2( $\bar{3}4$ )	1	1.5105				-.1050	-.1428	-.1710
2( $\bar{1}3$ )	2	0.5035			0.1617	0.2355	0.2542	0.2454
3(12)	2	0.8392					-.1325	-.1482
3( $\bar{2}4$ )	2	0.8392				-.1428	-.1624	-.1656
2(13)	3	0.5035				0.1042	0.1291	0.1338
2( $\bar{1}4$ )	3	1.0070				0.1059	0.1481	0.1715
2(14)	4	1.0070						0.1074
( $\bar{1}2\bar{3}4$ )	0	1.3427				-.1003	-.1458	-.1768
( $\bar{1}2\bar{3}4$ )	2	1.3427				0.1223	0.1845	0.2291
(12 $\bar{3}4$ )	3	1.3427						0.1059

(表中粒子组态的数字 1, 2, ..., 6 分别代表  $Q = 1/2, 3/2, \dots, 11/2$  的单粒子态 ( $j = 11/2$ ),  $\bar{1}, \bar{2}, \dots, \bar{6}$  表示相应的时间反演态。详细情况参见文献 [17]。

表 1 (b)  $N = 6$ .

组态	K	能量 ( $\kappa$ )	几 率 振 幅					
			$\omega/\kappa =$	0.00	0.04	0.08	0.12	0.16
123	0	0.0000	0.9611	0.9284	0.8363	0.7008	0.5457	0.3994
124	0	1.0070	0.1823	0.2071	0.2695	0.3389	0.3813	0.3794
125	0	2.3497						0.1012
134	0	1.6783	0.1164	0.1187	0.1286	0.1514	0.1848	0.2157
234	0	2.0140						0.1033
12( $\bar{3}$ 4)	1	0.5035		-.2190	-.3912	-.4842	-.4904	-.4326
14( $\bar{2}$ 3)	1	1.3427				-.1718	-.2553	-.3124
12( $\bar{4}$ 5)	1	1.6783				-.1022	-.1524	-.1881
13( $\bar{4}$ 5)	1	2.3497						-.1307
34( $\bar{1}$ 2)	1	1.8462					-.1038	-.1455
13( $\bar{2}$ 4)	2	0.8392				0.1701	0.2280	0.2474
12( $\bar{3}$ 5)	2	1.1748					-.1328	-.1442
24( $\bar{1}$ 3)	2	1.5105					0.1057	0.1580
23( $\bar{1}$ 4)	3	1.0070						-.1275
13( $\bar{2}$ 5)	3	1.5105						0.1188
1( $\bar{2}\bar{3}\bar{4}$ 5)	0	2.0140						-.1156
1( $\bar{2}\bar{3}\bar{4}$ 5)	2	2.0140						0.1431

表 1 (c)  $N = 8$ .

组态	K	能量 ( $\kappa$ )	几 率 振 幅					
			$\omega/\kappa =$	0.00	0.04	0.08	0.12	0.16
1234	0	0.0000	0.9797	0.9648	0.9212	0.8525	0.7642	0.6629
1235	0	1.3427	0.1336	0.1461	0.1811	0.2314	0.2864	0.3349
1245	0	2.3497					0.1077	0.1307
123( $\bar{4}$ 5)	1	0.6713		-.1569	-.2987	-.4125	-.4893	-.5249
125( $\bar{3}$ 4)	1	1.8462					-.1321	-.1925
124( $\bar{3}$ 5)	2	1.1748				0.1000	0.1579	0.2112
123( $\bar{4}$ 6)	2	1.5105						-.1063

diaboloic 对转移现象。在图 4 中给出了几个例子。它表明: 对于第四激发带 ( $E_i(N, \omega), i = 4$ ), 对转移矩阵元

$$\langle N+2, \omega | P^+ | N, \omega \rangle \quad (N = 2, 4, 6, 8) \quad (11)$$

几次改变正负号。当然, 在高激发带的对转移是难以观测的。

### 3 小 结

在多体量子体系中, 原子核的特殊地位在于核子数目的有限和核子之间的短程强相互作用<sup>[12]</sup>。把金属超导理论中的 BCS 方法和准粒子激发概念移植到核物理来, 虽然取得了重大成就, 然而由于原子核的粒子数很有限 ( $\sim 10-10^2$ ), 从 BCS 或 HFB 理论得到的某些重要结论(对崩溃, 单  $j$  模型中的回弯和对转移矩阵元的振荡特性等)均被证明是

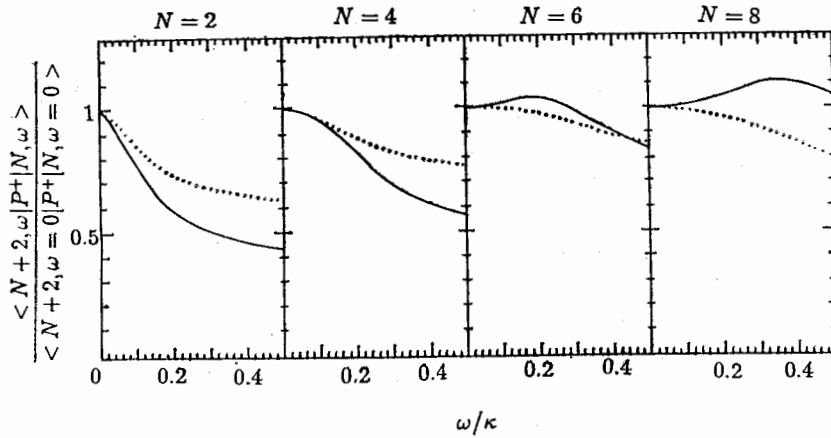


图3  $N = 2, 4, 6$  和  $8$  粒子体系晕带到晕带的对转移矩阵元(在  $\omega = 0$  时归一化为1)  
 实线:  $\langle N+2, \omega | P | N, \omega \rangle / \langle N+2, \omega = 0 | P | N, \omega = 0 \rangle$ . 虚线表示能隙参数  $\Delta \equiv G \langle P+P \rangle^{[19]}$  对初态与末态的平均  $[\Delta(N) + \Delta(N+2)]/2$

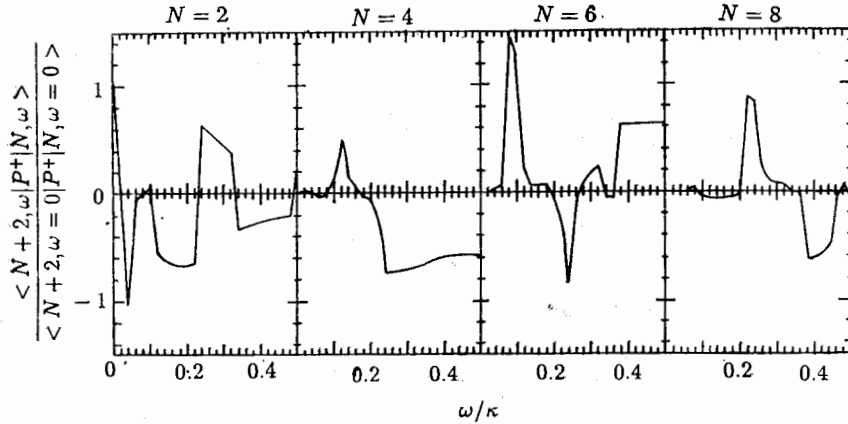


图4

同图3, 但这里为第四激发带到第四激发带的对转移矩阵元

不合适的。因此, 对于从 BCS 或 HFB 得出的关于原子核的各结论似应小心对待。当然, CSM 或者说单  $j$  CSM 毕竟过于简单。采用角动量投影技巧, 文献[6]中做了比单  $j$  CSM 更实际的计算。文献[8]中利用粒子转子模型研究了对转移矩阵元随角动量的变化。采用更实际的单粒子能级和角动量投影技巧, 下一步将用 PNC 方法计算原子核体系的 Berry 相位, 有关结果将另文发表。

### 参 考 文 献

- [1] R. S. Nikam, P. Ring and L.F. Canto, *Z. Phys.*, **A324** (1986) 241.
- [2] R.S. Nikam, P. Ring and L.F. Canto, *Phys. Lett.*, **185B** (1987) 269.
- [3] L.F. Canto, R. Donangelo, R.S. Nikam, P. Ring, *Phys. Lett.*, **192B** (1987) 4.
- [4] R.S. Nikam and P. Ring, *Phys. Rev. Lett.*, **58** (1987) 980.
- [5] R.S. Nikam, P. Ring, Y. Sun and E.R. Marshalek, *Phys. Lett.*, **235B** (1990) 225.

- [6] Y. Sun, P. Ring and R.S. Nikam, *Z. Phys.*, **A339** (1991)51.
- [7] N. Rowley, K.E. Pal and M.A. Nagarajan, *Phys. Lett.*, **201B** (1988)187.
- [8] M. Hasegawa, S. Tazaki and K. Muramatsu, *Phys. Lett.*, **226B** (1989) 1.
- [9] R. Bengtsson, I. Hamamoto and B.R. Mottelson, *Phys. Lett.*, **73B** (1978)259.
- [10] M.V. Berry. *Proc. Roc. Soc.*, **A392** (1984), 45.
- [11] Y. Aharonov and J. Anandan, *Phys. Rev. Lett.*, **58** (1987) 1593.
- [12] R. Bengtsson and J.D. Garrett, *Int. Rev. Nuc. Phys.*, **2** (1984) 193.
- [13] J.Y. Zeng, and T.S. Cheng, *Nucl. Phys.*, **A405** (1983)1.
- [14] L.F. Canto, P. Ring and J.O. Rasmussen, *Phys. Lett.*, **161B** (1985) 21.
- [15] e.g. A. Goodman, *Nucl. Phys.*, **A256** (1976)113.
- [16] U. Mutz and P. Ring, *J. Phys.*, **G10** L39(1984).
- [17] C.S. Wu and J.Y. Zeng, *Phys. Rev.*, **C40** (1989) 998; *ibid* **C41** (1990)1822.
- [18] C.S. Wu and J.Y. Zeng, *Phys. Rev. Lett.*, **66** (1991)1022; *Phys. Rev.*, **C44** (1991)2566.
- [19] P. Ring and P. Schuck, *The Nuclear Many-body Problem* (Springer-Verlag, Heidelberg, 1980).
- [20] B. Simon, *Phys. Rev. Lett.*, **51** (1983)2167.

## Berry Phase and Pair Transfer Matrix Element in Rotating Nuclei

Meng Jie<sup>a</sup> Zeng Jinyan<sup>a,b</sup> Zhao Enguang<sup>a</sup>

<sup>a</sup>(*Institute of Theoretical Physics, Chinese Academy of Science, Beijing 100080*)

<sup>b</sup>(*Department of Physics, Peking University, Beijing 100871*)

Received on July 6, 1992

### Abstract

The exact treatment for the cranked single-j shell model Hamiltonian using the particle-number conserving method and the systematic analysis for the pair transfer matrix element in rotating nuclei have been done. In contrast to the previous conclusion drawn from the usual Hatree-Fock-Bogoliubov(HFB) method or the number projected HFB treatment, for the pair transfer matrix element from the yrast band to yrast band, a smooth and slow variation with  $\omega$  is observed and no oscillation behavior occurs. But diabolic pair transfer is expected to occur in some higher excited bands.

**Key Words** Rotating nuclei, Pair transfer reaction, Berry phase.