

# 高能不等核碰撞和弛豫时间的相对论 动力论方程描述

白 鸽

李 家 荣

(华中师范大学物理系 武汉 430070) (华中师范大学粒子物理研究所 武汉 430070)

1992年7月15日收到

## 摘 要

本文用相对论动力论方程描述高能重离子碰撞时空演化,并用它分析在200A GeV的 $^{16}\text{O}$ 束流和 $^{32}\text{S}$ 束流下,于快度中心区的末态粒子快度分布,确定了不同系统的弛豫时间.

**关键词** 高能不等核碰撞,相对论动力论方程弛豫时间.

## 1 引 言

在重离子碰撞中,把巨大的动能转变为热能,会产生高温高密物质.研究这种热密物质的时空演化是当前高能物理的重要研究课题.对热密物质处于平衡态时的时空演化已有不少的研究工作,尤其是相对论理想流体力学模型受到人们的重视,但是这样生成的热密物质是否能处于热平衡态并无理论证明.近几年来人们倾向于从系统处于非平衡态开始研究<sup>[1]</sup>.我们曾用 Fokker-planck 方程描述了系统达到局域热平衡之前的弛豫过程,确定了不同系统的弛豫时间<sup>[2]</sup>.

注意到对系统达到局域热平衡之前弛豫过程的研究,更一般的方法是从动力论方程出发进行讨论.本文用相对论动力论方程描述高能重离子碰撞时空演化,并用它分析在200A GeV的 $^{16}\text{O}$ 束流和 $^{32}\text{S}$ 束流下,于中心快度区的末态粒子快度分布,以及确定了不同系统的弛豫时间.

## 2 高能不等核碰撞中的相对论动力论方程

高能不等核碰撞过程,采用文献[3]的碰撞图像. A-A'碰撞可以分两步来完成:

- (1) A中与A'等量的核子同A'核中的核子产生碰撞(即“A'-A'"碰撞过程).
- (2) “A'-A'"碰撞完成后,A中剩余核子将和“A'-A'"碰撞产生的次级粒子相碰.

\* 国家自然科学基金资助.

在快度中心区生成的高温、高密物质是强子物质( $\pi$ 介子)。我们尝试用相对论动力论方程来描述该强子物质系统的时空演化。相对论动力论方程的形式为<sup>[4]</sup>

$$p^\mu \partial_\mu f(x, p) + m F^\mu(x, p) \frac{\partial}{\partial p^\mu} f(x, p) = C(x, p), \quad (1)$$

其中  $f(x, p)$  为强子的分布函数,  $F^\mu$  为作用在强子上的四度力,  $m$  为  $\pi$  介子的质量。

考虑弛豫时间近似, 则碰撞项  $C(x, p)$  可表示为<sup>[4]</sup>

$$C(x, p) = -(f(x, p) - f_{\text{eq}}(x, p))/\tau', \quad (2)$$

则相对论动力论方程又可写为

$$p^\mu \partial_\mu f(x, p) + m F^\mu(x, p) \frac{\partial}{\partial p^\mu} f(x, p) = -(f(x, p) - f_{\text{eq}}(x, p))/\tau', \quad (3)$$

其中  $\tau'$  为强子气体的弛豫时间,  $f_{\text{eq}}(x, p)$  为强子气体处于局域热平衡态时的强子分布函数。  $f_{\text{eq}}(x, p)$  的形式为

$$f_{\text{eq}}(x, p) = 1/[\exp(\beta(x)p^\mu u_\mu(x)) - 1], \quad (4)$$

(4)式中的  $\beta(x) = T(x)^{-1}$ ,  $T(x)$  为强子气体到达局域平衡时的温度,  $u(x)$  为  $\pi$  介子的四速度。

从方程(3)可以看出, 方程的解依赖于(4)式中温度  $T(x)$  的选择。这里  $T(x)$  本是系统在局域平衡时的温度, 但由于弛豫时间近似讨论的是系统偏离局域平衡不远时的情况, 因而在此情况人们通常就简单地把  $T(x)$  说成是系统的温度<sup>[5]</sup>。

我们注意到高温、高密物质的膨胀基本上是沿纵方向, 即束流方向, 因此方程可采用  $1+1$  维的。在弛豫时间近似下, 一维含时动力论方程可由(1)式表示为

$$(m + \varepsilon) \frac{\partial f}{\partial t} + p \frac{\partial f}{\partial x} - m \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial p} = -(f - f_{\text{eq}})/\tau'. \quad (5)$$

这里认为单个强子受其它强子的作用可用平均场描述, (5)式中的  $V$  表示强子气体中强子在平均场中的势能, 作为尝试可以将此势能唯象取为汤川势, 其形式为

$$V = -V_0 \frac{\exp(x/x_N)}{x/x_N}, \quad (6)$$

(6)式中的  $V_0$  表示势阱的深度,  $x_N$  是势阱的宽度。

在碰撞唯象学中常用的运动学变量是光锥变量  $(y, \tau)$ , 从  $(t, x)$  和  $(\varepsilon, p)$  到  $(y, \tau)$  的变换分别为

$$\left. \begin{aligned} t &= \tau \cosh y \\ x &= \tau \sinh y \end{aligned} \right\}, \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} &= \cosh y \frac{\partial}{\partial \tau} - \frac{1}{\tau} \sinh y \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial x} &= -\sinh y \frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{1}{\tau} \cosh y \frac{\partial}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

和

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= m_\tau \cosh y \\ p &= m_\tau \sinh y \end{aligned} \right\}. \quad (9)$$

由于考虑一维运动,  $\pi$  介子横动量  $p_T$  为零, 则有

$$\left. \begin{aligned} m_T &= (p_T^2 + m_0^2)^{1/2} = m_0 \\ \frac{\partial}{\partial \varepsilon} &= -\frac{1}{m_0} \sinh y \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial p} &= \frac{1}{m_0} \cosh y \frac{\partial}{\partial y} \end{aligned} \right\}, \quad (10)$$

因此有

$$f_{e,q}(y, \tau) = 1 / \left[ \exp\left(\frac{m_0}{T}\right) - 1 \right], \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial x} &= \frac{V_0}{\tau \sinh y} \exp(\tau \sinh y / x_N) \left[ \frac{x_N}{\tau} \sinh y (\cosh^2 y - 1) - 1 \right] \\ &= A(y, \tau). \end{aligned} \quad (12)$$

将(6)式—(12)式代入(5)式, 则可得到用光锥变量  $(y, \tau)$  表示的相对论动力论方程为

$$\frac{\partial f(y, \tau)}{\partial \tau} = W_1 \frac{\partial f(y, \tau)}{\partial y} + W_2 (f(y, \tau) - f_{e,q}(y, \tau)). \quad (13)$$

此方程为  $\pi$  介子的分布函数  $f(y, \tau)$  随时间的演化方程。系数  $W_1$  和  $W_2$  分别为

$$W_1 = \left( \frac{\cosh y \cdot \sinh y}{\tau} + \frac{A(y, \tau) \cdot \cosh^2 y}{m_0} \right) / (1 + \cosh^2 y) \quad (14)$$

和

$$W_2 = -\frac{1}{m_0 \tau'} / (1 + \cosh^2 y). \quad (15)$$

方程(13)可借助于偏微分方程的有限差分方法求出其解。

考虑在 A-A' 碰撞的第一阶段,  $\pi$  介子的分布函数  $f_1(y, \tau)$  随时间的演化方程为

$$\frac{\partial f_1(y, \tau)}{\partial \tau} = W_1 \frac{\partial f_1(y, \tau)}{\partial y} + W_2 (f_1(y, \tau) - f_{e,q}(y, \tau)). \quad (16)$$

若把核-核碰撞归结为核子-核子碰撞, 求解方程(16)的初始条件可取为

$$f_{10}(y) = N \rho_{10}(y), \quad (17)$$

其中  $\rho_{10}(y)$  为相应入射能下的核子-核子碰撞给出的  $\pi$  介子分布函数<sup>[3]</sup>

$$\begin{aligned} \rho_{10}(y) &= \int \left[ n_c \frac{dW_c}{dy}(y) + n_p \frac{dW_p}{dy}(y - y_p) + n_T \frac{dW_T}{dy}(y - y_T) \right] \\ &\quad \cdot \frac{p(n_c) p(n_p) p(n_T)}{p(n)} \delta(n - n_c - n_p - n_T) dn_c dn_p dn_T, \end{aligned} \quad (18)$$

$N$  为参加碰撞的有效核子数<sup>[3]</sup>。

按照相对论, 在光锥图上粒子只能在光锥内运动, 光锥线的方程为  $x^\pm = 1$ , 求解方程(16)的边界条件可取为

$$\left. \begin{aligned} f_1(x, p) \Big|_{x^\pm=1} &= 0 \\ \frac{\partial f_1(x, p)}{\partial x} \Big|_{x^\pm=1} &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (19)$$

考虑在碰撞的第二阶段,  $\pi$  介子的分布函数  $f_2(y, \tau)$  随时间的演化方程为

$$\frac{\partial f_2(y, \tau)}{\partial \tau} = W_1 \frac{\partial f_2(y, \tau)}{\partial y} + W_2(f_2(y, \tau) - f_{e,q}(y, \tau)). \quad (20)$$

由于在此阶段是强子-核子碰撞, 所以求解方程(20)的初始条件可取为

$$f_{20}(y) = n' \rho_{20}(y), \quad (21)$$

其中  $n'$  为参加此阶段碰撞的有效核子数,  $\rho_{20}(y)$  为相应能量下强子-核子碰撞给出的  $\pi$  介子分布函数<sup>[3]</sup>

$$\rho_{20}(y) = \rho_0' \left( 1 - \frac{\bar{m}_\pi \cosh(y + y_k/2)}{\bar{m}_N \cosh(y_k/2)} \right)^3. \quad (22)$$

求解方程(20)的边界条件相应可取为

$$\left. \begin{aligned} f_2(x, p)|_{x'^{\pm 1}} &= 0, \\ \frac{\partial f_2(x, p)}{\partial x} \Big|_{x'^{\pm 1}} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

其中<sup>[3]</sup>

$$\left. \begin{aligned} x'^+ &= t' + x' = (t - t_1) + (x - x_1) \\ x'^- &= t' - x' = (t - t_1) - (x - x_1) \end{aligned} \right\}. \quad (24)$$

而

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= -(t_1 - d_i) \text{th} y_B^* \\ d_i &= \frac{2R_A}{\sinh y_B^*}, \quad t_1 = \tau_{10} \cosh y \end{aligned} \right\}, \quad (25)$$

$R_A$  为 A 核的半径,  $y_B^*$  为核在等速系中的快度,  $\tau_{10}$  为 A'-A' 碰撞中  $\pi$  介子热化趋于局域平衡所需时间。

若同时考虑 A-A' 包含的两个碰撞过程的贡献, 则在全部碰撞结束后, 系统末态粒子的快度分布函数  $F(y, \tau)$  为  $f_1(y, \tau)$  与  $f_2(y, \tau)$  的卷积, 即

$$F(y, \tau) = \int_{y_1}^{y_2} C f_1(\mathcal{Y}, \tau) f_2(y - \mathcal{Y}, \tau) d\mathcal{Y}, \quad (26)$$

其中 C 为归一化因子。

### 3 结果与讨论

采用数值计算方法, 从方程(16)、(20)和它们的定解条件出发, 利用(26)式, 我们原则上就可以求得在全部碰撞结束后, 高温、高密系统趋于局域平衡过程中的任意时刻的解。

下面图 1 和图 2 是我们计算的束流能量在 200A GeV 时,  $^{16}\text{O} + \text{Ag}/\text{Br}$  和  $^{32}\text{S} + \text{Ag}/\text{Br}$  的结果。从方程(3)可以看出, 方程的解依赖于两个参数, 即温度  $T$  和弛豫时间  $\tau'$ 。我们要求的是系统碎裂到观测粒子时的解, 注意到唯象工作中人们通常取热密强子物质的碎裂温度不大于 120MeV。在我们的工作中是把碎裂温度选择限制在这个数值下, 并把要求解的方程(16)、(20)和(26)的解与实验结果反复比较, 最后自洽地确定出  $T$  和  $\tau'$ 。

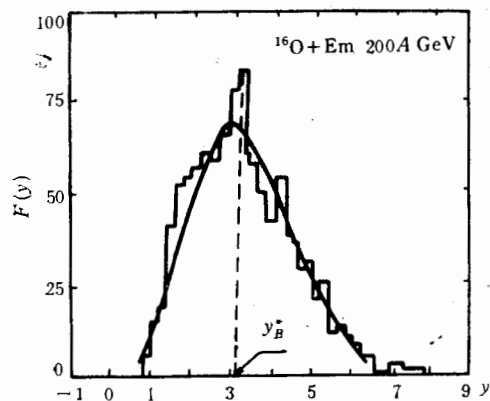


图 1

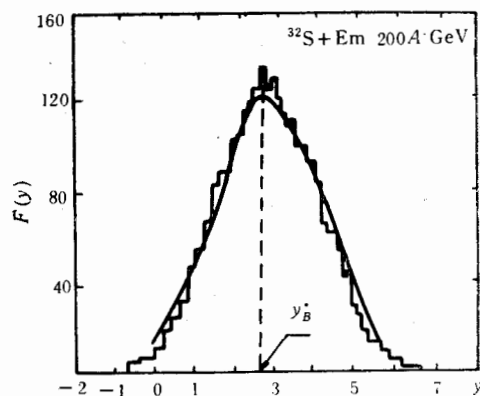


图 2

图 1 给出  $^{16}\text{O} + \text{Ag/Br}$  末态粒子的快度分布, 其中实线是我们计算的系统在温度  $T = 96\text{MeV}$ , 弛豫时间  $\tau' = 1.36\text{fm}$ , 在系统趋向平衡过程中, 于时刻  $\tau = 1.16\text{fm}$  时的结果。图 2 给出  $^{32}\text{S} + \text{Ag/Br}$  在  $T = 96\text{MeV}$ ,  $\tau' = 1.38\text{fm}$ ,  $\tau = 1.18\text{fm}$  的结果。显然, 对于  $^{16}\text{O} + \text{Ag/Br}$  和  $^{32}\text{S} + \text{Ag/Br}$  的计算结果表明, 重要参数弛豫时间  $\tau'$  与系统温度、入射束能、碰撞核子数有关, 在系统温度和入射束能一定时, 倾向于碰撞核的质量数越大, 弛豫过程越长。自然, 这还有待更多的实验数据来检验。

应该说明的是, 在以上讨论中, 我们没有分析末态观测粒子是如何从系统中自由化出来的。这也是当前各种模型计算中都尚未弄清楚的问题。

### 参 考 文 献

- [1] T. Matsui, *Nucl. Phys.*, **A461**(1987) 27C.
- [2] 白鸽、杨蔚、李家荣, 高能物理与核物理, **17**(1993)45.
- [3] P. F. Zhuang, Z. Q. Wang and L. S. Liu, *Z. Phys.*, **C32**(1986) 93; 沈国金等, 高能物理与核物理, **13**(1989)205.
- [4] S. R. de Groot, et al., *Relativistic Kinetic Theory*, North-Holland Publishing Compang, 1980.
- [5] S. Gavin, *Nucl. Phys.*, **A435**(1985) 826.

## High Energy Unequi-Nuclei Collision and Relaxation Time in a Relativistic Kinetic Equation

Bai Ge

*(Department of physics, Huazhong Normal University, Wuhan 430070)*

Li Jiarong

*(Institute of Particle Physics, Huazhong Normal University, Wuhan 430070)*

Received on July 15, 1992

### Abstract

In this paper, the time development of high energy heavy ion collision are described by the relativistic kinetic equation. The rapidity distribution of the final state particles under  $200A$  GeV  $^{16}\text{O}$  and  $^{32}\text{S}$  particles beams are analysed in the central rapidity region. The various system relaxation time are determined.

**Key Words** High energy unequal nucle collision, Relativistic kinetic Equation, Relaxation time.