

自洽的相对论微观光学位研究*

陈宝秋

(中国原子能科学研究院, 北京 102413)

摘 要

在 Dirac-Brueckner 计算中由于忽略负能态引起解的不唯一性可以根据 Hugenholtz-Van Hove 定理, 要求核物质在饱和密度处每个核子的分离能等于费米能来给出限制. 选取核子饱和结合能为 $E_{B/A} = -15.8$ MeV, 自洽计算得到核物质的饱和密度 $k_f = 1.41 \text{ fm}^{-1}$ 以及有效质量为 $m^*/m = 0.52$, 核的不可压缩系数 $K = 280$ MeV. 利用热力学第一定律可以得到自洽的有效质量(实的标量位)和每个核子的平均结合能随核密度的分布, 采用现实的核子-核子相互作用的 Bonn 位, 解 RBBG 方程得到核子在介质中的矢量位, 它与动量的依赖关系是很弱的. 用这种新的自洽的相对论微观光学位我们进一步讨论了核子-核散射的微分截面和自旋观测量.

一、引 言

众所周知核物质研究的中心问题是直接从两个自由核子的相互作用出发解多体问题. 在过去近 30 年中非相对论 BHF (Brueckner-Hartree-Fock) 计算结果都无法得到与经验值相符合的每个核子平均结合能和饱和密度, 采用不同的现实二体相互作用(如 Reid 位, Paris 位等)解 G 矩阵所得到的核物质的饱和密度和核子平均结合能都偏离经验值而落在所谓的 Coester 带附近^[1]. 近几年来一些作者^[2]提出了计算基态能的粒子-粒子与空穴-空穴(pp-hh)圈图求和方法及用多种现实核子位所做的相应计算, 已经得到了结合能和饱和密度同时接近经验值的结果, 使长期存在的 Coester 带问题大大缓解.

八十年代初相对论冲量近似^[3]和相对论唯象光学势解 Dirac 方程来研究质子-核的散射问题, 在解释自旋观测量上取得成功^[4].

相对论 Brueckner-Bethe-Goldstone(RBBG)方程^[6-15]可以认为是非相对论 Brueckner 理论在相对论下的推广. 用 Dirac-Brueckner 计算可以很好地给出饱和核物质性质的经验值. 核子的平均结合能是由约几百 MeV 的标量势和矢量势的抵消得到.

核子-核的光学位在核反应研究中占有特殊的地位, 微观计算就是要从核子的两体相互作用出发来计算核子在核介质中的自能. 用相对论 σ - ω 模型可以较好地描述 300 MeV

本文 1991 年 11 月 15 日收到.

* 国家自然科学基金资助.

以下核子-核散射的光学势,但高能时与唯象值有很大偏离.我们用 RBBG 方程研究了核子-核的相对论微观光学势^[17],假定核子的复的有效质量(标量位)是与动量无关的,而且通过入射能量为 200 MeV 的质子-⁴⁰Ca 散射数据来确定,由此进一步研究了质子对不同靶核: ¹⁶O, ⁴⁰Ca, ⁹⁰Zr, ²⁰⁸Pb 和能量范围从 160—800MeV 的相对论微观光学位.最近 Elsenhans 等人^[18]用有效介子交换的参数化方法来表示相对论的 G 矩阵,将相对论 G 矩阵分为单玻色子交换的自由核子势 V 和显含密度的关联项 ΔG .自由核子势(OBE)包括 $\sigma, \omega, \pi, \rho, \eta, \delta$ 介子交换,而关联项 ΔG 由参数化的有效介子交换给出,用这种有效的相互作用在 HF 近似下可以很好地描述核物质的饱和性质.我们采用这种包括核子关联的有效相互作用可以很好描述核子在核系统中的相对论微观光学位的能量和密度依赖关系^[18].

本文根据文献 [11,12] 提出一个与 Γ 结构无关的相对论 BHF 计算新的自洽近似方法即用经验的核子饱和结合能,由热力学第一定律得到自洽的有效质量随密度的变化关系,并把这种自洽的方法用于研究相对论微观光学位,得到没有参数的相对论微观光学位,并推广到散射问题的研究.

文章的安排如下:在第二节简要地给出相对论 Brueckner 方法,自洽要求在第三节给出,结果与讨论在第四节给出.

二、相对论 Brueckner 方法

在核介质中两体的关联可以通过有效相互作用(反应矩阵 Γ)来表示,它是 Bethe-Salpeter 方程在核介质中的解. Bethe-Salpeter 方程可以约化为三维的 RBBG 方程^[8]

$$\Gamma = V + VQ\bar{g}\Gamma, \quad (1)$$

其中 Γ 是两体关联的有效相互作用, V 是裸的核子-核子相互作用我们取 Bonn 位, Q 是泡利算符, \bar{g} 是核子的传播子它保证在核介质中弹性散射的么正性.

考虑梯形图的贡献那么自能 Σ 可以写成如下形式:

$$\Sigma(k) = -i \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} [\text{Tr}(G_D\Gamma) - (G_D\Gamma)_{ex}], \quad (2)$$

其中 Tr 是对 q 粒子态空间求迹,下标 ex 表示二个粒子的交换, G_D 是近似的传播子,它只允许在费米海内价核子间的相互作用,而不允许负能 Dirac 海内核子的相互作用.

对于核物质,考虑到对称性的要求,自能算符 Σ 的一般形式可表示为:

$$\Sigma(k) = \Sigma^s(k) - \gamma^0 \Sigma^0(k) + \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{k} \Sigma^v(k). \quad (3)$$

自能算符也可以写成如下等价形式:

$$\Sigma(k) = A(k) + \gamma^0 B(k). \quad (4)$$

一个核子在 Σ 的位场中运动满足如下的 Dirac 方程:

$$[\boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{k} + m^*]u(\mathbf{k}, \lambda) = \gamma^0 E^* u(\mathbf{k}, \lambda). \quad (5)$$

Dirac 旋量表示为:

$$u(\mathbf{k}, \lambda) = \sqrt{E^* + m^*} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{2\lambda\mathbf{k}}{E^* + m^*} \end{pmatrix} \chi_\lambda, \quad (6)$$

其中 χ_λ 是泡利旋量,

$$m^*(k) = m + A(k), \quad (7.1)$$

$$E^*(k) = \sqrt{k^2 + m^{*2}}, \quad (7.2)$$

$$A(k) = \frac{\Sigma'(k) - m\Sigma''(k)}{1 + \Sigma''(k)}, \quad (7.3)$$

$$B(k) = E(k) - E^*(k). \quad (7.4)$$

所以在核物质情况下自能算符在正能态的矩阵元就是单粒子的光学位

$$U(m^*, k) = \langle u | \Sigma | u \rangle \frac{1}{2E^*} = \frac{m^*}{E^*} A(k) + B(k). \quad (8)$$

我们只考虑正能态之间的耦合,有效相互作用的矩阵元是在核子-核子质心系中解 RBBG 方程得到,作核子-核子质心系到核物质坐标系的变换我们可以得到自能。

三、自洽要求

在解 RBBG 方程时略去了对负能态的耦合这导致有效相互作用矩阵的不唯一。Lee 等人^[11,12]根据 Hugenholtz-Van Hove (HV) 定理^[9]要求在饱和密度处每个核子的平均能量等于费米能量,他们提出了在相对论核物质计算中一个新的自洽近似方法,采用 HV 定理能有效地把自洽计算减小到只有一个自由参数。

在核物质的相对论 HF 计算中,每个核子的平均结合能 E_1 可表示为:

$$E_1 = \frac{3}{k_f^3} \int_0^{k_f} \left(\frac{mm^* + k^2}{E^*} + \frac{1}{2} U \right) k^2 dk - m. \quad (9)$$

我们假定有效质量 m^* 是实的,而且与动量无关,那么单粒子能量 e 是 m^* 和 k 的函数并可写成如下形式:

$$\begin{aligned} e(m^*, k) &= \frac{1}{2E^*} \bar{u}(\boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{k} + m)u + \frac{1}{2E^*} \bar{u}\Sigma u - m \\ &= \frac{mm^* + k^2}{E^*} + U(m^*, k) - m. \end{aligned} \quad (10)$$

用 HV 定理在饱和点要求 $e(m^*, k_f) = E_{B/A}$, 它给出了自洽计算的一个限制。我们取饱和点的结合能为经验值 (-15.8 MeV) 计算得到相应的密度为 $k_f = 1.41 \text{ fm}^{-1}$, 有效质量 $m^* = 0.52m$ 。为了解 RBBG 方程必须确定自能如何分为 A 和 B 部分,它们与 Γ 结构有关。为了避免这个问题在方程(8)中 U 与 A 和 B 的关系由方程(10)中 m^* 和 e 来代替,而单粒子能量 e 和有效质量 m^* 通过热力学第一定律的要求来自洽地确定。这个方法避免了 Γ 矩阵结构的不唯一性。在这种新方法中得到的 m^* 与 Γ 结构无关,并可以表示为^[12]:

$$\frac{dm^*}{dk_f} = \frac{e(m^*, k_f) - E_1 - \frac{k_f}{3} \frac{\partial E_1}{\partial k_f}}{\frac{k_f}{3} \frac{\partial E_1}{\partial m^*}}, \quad (11.1)$$

$$m^*(k_f) = \int_{k_0}^{k_f} \frac{e(m^*, k) - E_1 - \frac{k}{3} \frac{\partial E_1}{\partial k}}{\frac{k}{3} \frac{\partial E_1}{\partial m^*}} dk + m^*(k_0), \quad (11.2)$$

其中 k_0 是饱和点的费米动量。可以用方程(11)求得不同核密度处的有效质量 m^* ，再通过 RBBG 方程可以得到矢量位。

四、结果与讨论

我们在求解 RBBG 方程时有效质量 m^* 是作为输入参数，所以如何来确定在不同密度处的有效质量 m^* 是关键的一步。在文献 [17] 中我们是通过一种唯象的方法来确定有效质量的。本文我们根据文献 [12] 提出的一种新的自洽方法得到有效质量公式 (11)，由此计算了有效质量随不同密度分布情况。图 1 的实线在 $k_f = 0.9-1.6 \text{ fm}^{-1}$ 范

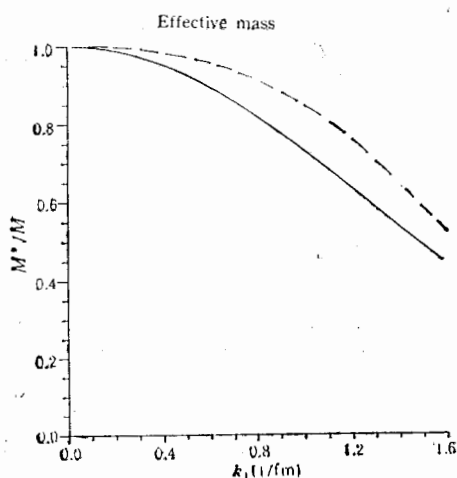


图 1 有效质量随费米动量分布

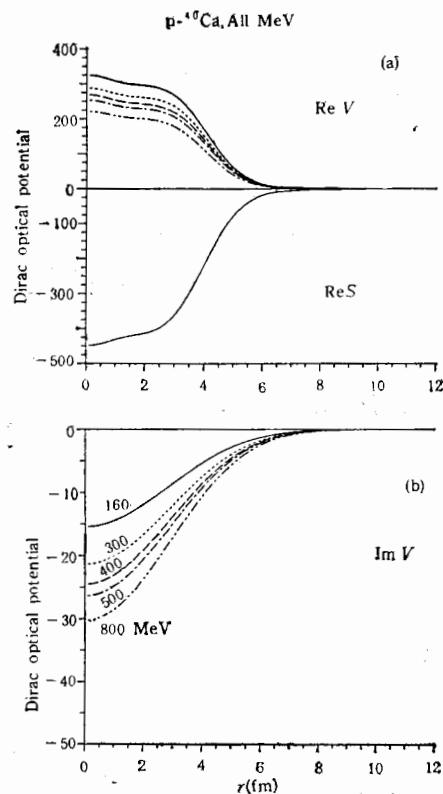


图 2 Dirac 光学位

(a) 标量位 S 和矢量位 V 的实部 (b) 矢量位的虚部

围是自洽方法计算的结果而虚线是用唯象方法计算得到的有效质量的实部。在自洽地求得有效质量 $m^*(k_f)$ 以后,为了用于散射计算,我们用最小二乘法来拟合解析函数

$$m^*(k_f) = N \left\{ \left[1 + \exp\left(\frac{k_f - k_0}{a}\right) \right] \left[1 + \exp\left(-\frac{k_f + k_0}{a}\right) \right] \right\}^{-1}, \quad (11.3)$$

其中 N 是归一化因子。自洽计算得到的 m^* 在 $k_f = 0.9 - 1.6 \text{ fm}^{-1}$ 范围内是线性关系,由于在低密度应用(11.1)公式计算时振荡很大而无法应用。对散射问题的研究,在低密度时我们用公式(11.3)来外推。

有限核光学位可以用零力程定域密度近似(LDA)下计算,在这种近似下 r 点的光学位等于相应的密度处的核物质的自能。

$$\tilde{u}_i(r) = \Sigma^i(\rho(r), E_k), \quad (12)$$

其中 Σ^i 分别为 $\text{Re}(A)$, $\text{Im}(A)$, $\text{Re}(B)$, $\text{Im}(B)$ 是自能的实部和虚部, E_k 是入射能量,而矢量密度与费米动量的关系为 $\rho = \frac{2}{3\pi^2} k_f^3$ 。改进的定域密度近似(ILDA)考虑了相互作用的有效力程效应,它是通过 \tilde{u}_i 对高斯形状因子的折叠得到:

$$u_i(r) = \frac{1}{(t_i \sqrt{\pi})^3} \int d^3 r' \tilde{u}_i(r') e^{-\frac{(r-r')^2}{t_i^2}}, \quad (13)$$

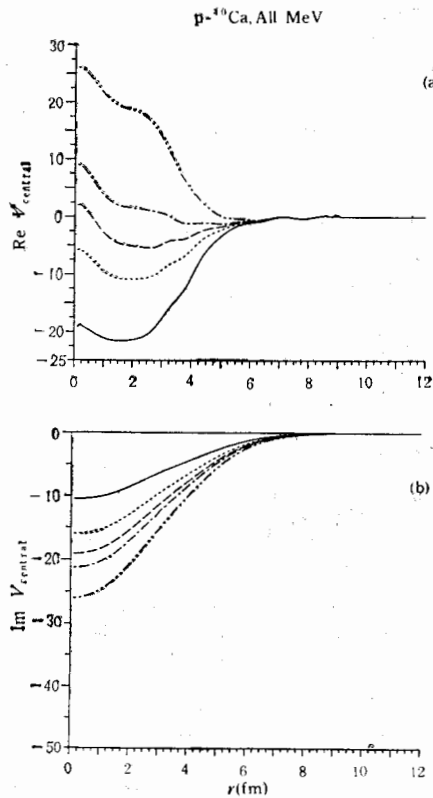


图 3 等价的中心位

(a) 中心位的实部 (b) 中心位的虚部

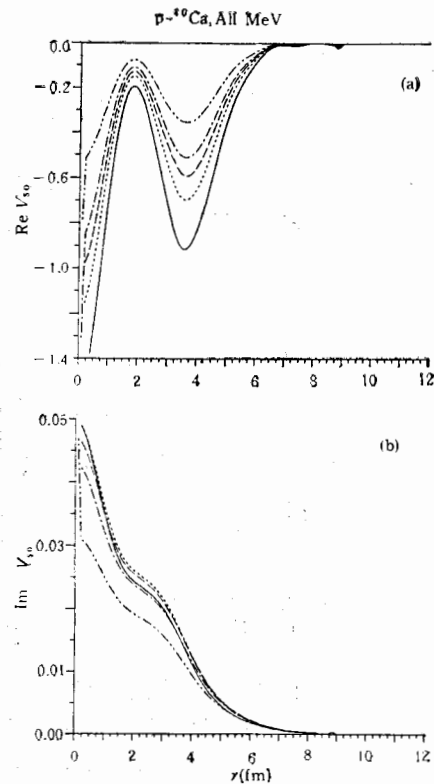


图 4 等价的自旋-轨道位

(a) 自旋-轨道位实部 (b) 自旋-轨道位虚部

其中唯象参数 r_1 表示有效相互作用的力程。我们完成了入射质子能量为 160, 181, 200, 300, 400, 497, 500, 800 MeV 的 $P + {}^{40}\text{Ca}$ 散射的光学位研究。入射能量为 160, 300, 400, 500, 800 MeV 的 Dirac 位在图 2 给出, 标量位(实的)的强度为 470 MeV 比文献[13]用唯象方法确定有效质量所得到的标量位强度约大 100 MeV, 而矢量位的实部强度随能量的增加而减小这与文献[13]及用 Walecka 模型^[20]计算得到的结果相一致, 但矢量位的虚部的深度约比唯象方法确定的浅大约 60 MeV 左右。等价的薛定谔中心位 (V_{central}) 和自旋-轨道位 (V_{so}) 分别在图 3 和 4 给出。等价中心位的实部深度在低能时 (300 MeV 以下) 随能量的增加而减小, 以后随能量的增加而增大, 当入射质子能量大于 300 MeV 时中心位由吸引变为排斥。等价中心位随能量变化情况与文献[13]给出的情况恰好相反。这是因为这二种不同方法给出的有效质量(即标量位)差别很大, 而通过 RBBG 方程得到的矢量位也很不同, 这些结果是由于标量位和矢量位在不同能量竞争的结果。

等价自旋-轨道位的实部随能量变化情况与 $\sigma + \omega$ 模型^[70]及唯象方法得的结果^[13]相一致。等价自旋-轨道位的虚部在 $E > 200$ MeV 后随能量增加而减少, 这与唯象势一致。

对于非对称核物质如 ${}^{208}\text{Pb}$, 我们计算了入射质子能量为 160, 290, 400, 500, 800 MeV $P + {}^{208}\text{Pb}$ 散射的 Dirac 光学位及等价的中心位和自旋-轨道位。Dirac 光学位随能量的变化与 ${}^{40}\text{Ca}$ 情况相似但其强度有所不同。

用这种新的自洽的方法得到的相对论微观光学位可以用于研究核子-核的散射问题。在图 5 中我们给出了能量为 200 MeV 的质子与 ${}^{40}\text{Ca}$ 散射的微分截面和自旋观测量。为了与用相对论唯象光学位^[21]及 MiYama^[22]计算结果进行比较, 这些曲线同时在图中给出。

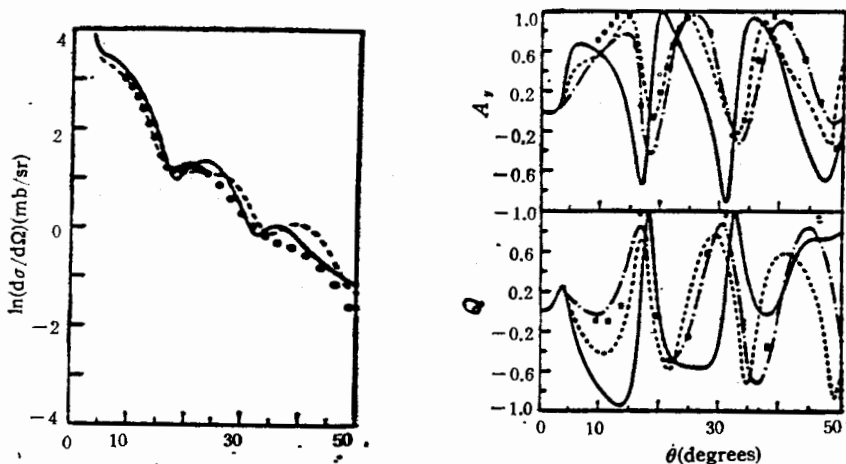


图 5 入射质子能量为 200 MeV 与 ${}^{40}\text{Ca}$ 散射的微分截面与自旋观测量
实线是本文计算结果, 虚线是 MiYama 计算结果, 点虚线是文献[21]结果

其中实线是我们用自洽方法得到的结果, 虚线是 MiYama 计算结果, 点虚线是相对论唯象光学位计算的结果。对于微分截面我们的结果比 MiYama 的结果好得多, 特别在角度大于 30° 。而我们计算自旋观测量与 MiYama 的结果都比唯象光学位计算的结果要差

一些。

讨论核子与非对称核的散射, 计算了 $E_p = 160 \text{ MeV } P + {}^{90}\text{Zr}$ 和 $E_p = 182 \text{ MeV } P + {}^{208}\text{Pb}$ 的微分截面并与 Walecka $\sigma + \omega$ 模型计算结果^[23]进行了比较, 我们结果明显地比用 Walecka 模型所得到的计算结果更符合实验数据, 特别在角度大于 30° 部分。

从以上讨论可以看到建立在 RBBG 方程基础上的自洽相对论微观光学位是无自由参数的, 自洽的微观光学位, 对研究中能核子-核散射和核-核碰撞提供理论基础。

参 考 文 献

- [1] F. Coester, S. Cohen, B. D. Day and C. M. Vincent, *Phys. Rev.*, **C1**(1970), 69.
- [2] H. Q. Song, S. D. Yang and T. T. S. Kuo, *Nucl. Phys.*, **A462**(1987), 491.
M. F. Jiang, T. T. S. Kuo, and H. Mütter, *Phys. Rev.*, **C38**(1988), 2408.
M. F. Jiang, R. Machleidt and T. T. S. Kuo, *Phys. Rev.*, **C41**(1990), 2346.
- [3] J. A. Mcneil, J. R. Shepard and S. J. Wallace, *Phys. Rev. Lett.*, **50**(1983), 1439.
J. R. Shepard, J. A. Mcneil and S. J. Wallace, *Phys. Rev. Lett.*, **50**(1983), 1443.
- [4] B. C. Clark, R. L. Mercer, D. G. Ravenhall and A. M. Saperstein, *Phys. Rev.*, **C7**(1973), 466.
- [5] H. Elsenhans, H. Muther and R. Machleidt, *Nucl. Phys.*, **A515**(1990), 715.
- [6] M. R. Anastasio, L. S. Celenza, W. S. Pong and C. M. Shakin, *Phys. Rep.*, **100**(1983), 328.
L. S. Celenza and C. M. Shakin, *Relativistic Nucl. Phys* (World Scientific Publishing Co pte Ltd. 1986).
- [7] R. Brockmann and R. Machleidt, *Phys. Lett.*, **149B**(1984), 283.
- [8] C. J. Horowitz and B. D. Serot, *Nucl. Phys.*, **A464**(1987), 613.
C. J. Horowitz and B. D. Serot, *Phys. Lett.*, **137B**(1984), 287.
- [9] B. ter Haar and R. Malfliet, *Phys. Rep.*, **149**(1987), 207.
- [10] C. Nuppenau, Y. J. Lee and A. D. Mackellar, *Nucl. Phys.*, **A504**(1989), 839.
- [11] Y. J. Lee, C. Nuppenau and A. D. Mackellar, *Nucl. Phys.*, **A504**(1989), 447.
- [12] Y. J. Lee, C. Nuppenau and A. D. Mackellar, *Phys. Lett.*, **233B**(1989), 263.
- [13] C. Nuppenau, A. D. Mackellar and Y. J. Lee, *Nucl. Phys.*, **A511**(1990), 525.
- [14] A. D. Mackellar and B. Q. Chen Invited talk at the International Workshop on Quark-Gluon Structure of Hadron and Nuclei, Shanghai 1990.
- [15] B. Q. Chen, A. D. Mackellar and C. Nuppenau Submitted to *Nucl. Phys.*
- [16] S. Hama, B. C. Clark, E. D. Cooper, H. S. Sherit and R. L. Mercer, *Phys. Rev.*, **C41**(1990), 2737.
- [17] 陈宝秋、马中玉, 高能物理与核物理, **16**(1992), 123.
- [18] Ma Zhong Yu and Chen Bao Qiu, *J. Phys., G: Nucl. and Part Phys.*, **18**(1992), 1543.
- [19] N. M. Hugenholtz and L. Van Hove, *Physica*, **24**(1958), 363.
- [20] Ma Zhong Yu, Zhu Ping, Gu Yingqi and Zhuo Yi Zhong, *Nucl. Phys.*, **A490**(1988), 619.
- [21] E. D. cooper et al., *Phys. Rev.*, **C36**(1987), 2170.
- [22] Y. Miyama, *Phys. Lett.*, **215B**(1989), 604.
- [23] Zhu Ping, Ma Zhonyu, Gu Yingqi and Zhuo Yizhong, *Chinese J. of Nucl. Phys.*, **11**(1989) 39.

Investigation of Self-Consistent Relativistic Microscopic Optical Potential

CHEN BAOQIU

(Institute of Atomic Energy, Beijing 102413)

ABSTRACT

In Dirac-Brueckner calculations for nuclear matter, the average binding energy per nucleon versus density curve is not uniquely defined if coupling to anti-particle is neglected. According to the Hugenholtz-Van Hove theorem, a constraint requires that the nucleon separation energy equals to the fermi energy at saturation density. Choosing saturation energy as empirical value $E_B/A = -15.8\text{MeV}$, the self-consistent calculation leads to the saturation density $k_F = 1.41\text{fm}^{-1}$ and effective mass $m^* = 0.52m$, incompressive coefficient $k = 280\text{MeV}$. Applying the first law of thermodynamics, self-consistent effective mass (real scalar potential) and the binding energy per nucleon as function of the nuclear density can be obtained. With the realistic nucleon-nucleon interaction (Bonn potential), the vector potential can be obtained from solving the RBBG equation, which weakly depends on the momentum. The cross section and spin observables of the nucleon-nucleus scattering are studied with this new self-consistent relativistic microscopic optical potential.