

北京谱仪主漂移室的径迹重建

毛泽普 王泰杰 王淑琴 李卫国 陈国明

(中国科学院高能物理研究所, 北京 100039)

摘 要

本文阐述了北京谱仪主漂移室的径迹寻找和径迹拟合程序的原理及使用情况。从五百万北京谱仪 J/ψ 事例以及相应的 J/ψ 衰变道的蒙特卡罗数据分析结果,证明了程序的可靠性。

一、引 言

北京谱仪(BES)是北京正负电子对撞机上的大型通用谱仪。它用于 2.8—5.6 GeV 能区的高能物理研究,如 J/ψ 、D、Ds 物理等。主要部件有中心漂移室、主漂移室、飞行时间计数器、簇射计数器、 μ 子鉴别器及磁铁线圈等。有关 BES 的结构和性能详见文献[1]。

主漂移室用于终态带电粒子径迹、动量的测量和粒子鉴别。如图 1 所示,它是一个内径 31 cm,外径 230 cm,有效长度 212 cm,包括十个同心丝层的圆桶。其中奇数丝层为斜丝层,偶数丝层为轴向丝层,分别用于带电粒子空间轨迹 z 坐标和 x 、 y 坐标测量。轴向丝平行于中心轴(z 轴),斜丝层相当于漂移室两端板在 $R-\phi$ 平面上相对旋转 $3^\circ-5^\circ$ 。1 至 10 层在 ϕ 方向分别划分成 48—108 个单元。每个单元在 R 方向排列 4 根灵敏丝。灵敏丝相对中心平面左右偏离 $350 \mu\text{m}$,用于解决径迹“左右分辨”。主漂移室工作气体为 $\text{Ar}/\text{CO}_2/\text{CH}_4$ (0.89:0.1:0.01)。在漂移区电子的漂移速度约 $50 \mu\text{m}/\text{ns}$ 。主漂移室安装在 0.4 T 的轴向磁场中,该磁场对漂移电子的偏转角约 17° 。有关主漂移室的设计和详细结构见文献[2]。

BES 在线系统通过电子学读出、触发和在线计算机系统将正负电子对撞产生的事例记录在磁带上。分析和处理这些数据;准确计算粒子的空间位置、动量;判别粒子种类等称为径迹重建。它是 BES 数据分析中的首要环节。

二、原 理

主漂移室径迹重建可分成径迹寻找和空间螺旋线拟合(以下简称径迹拟合)两部分。

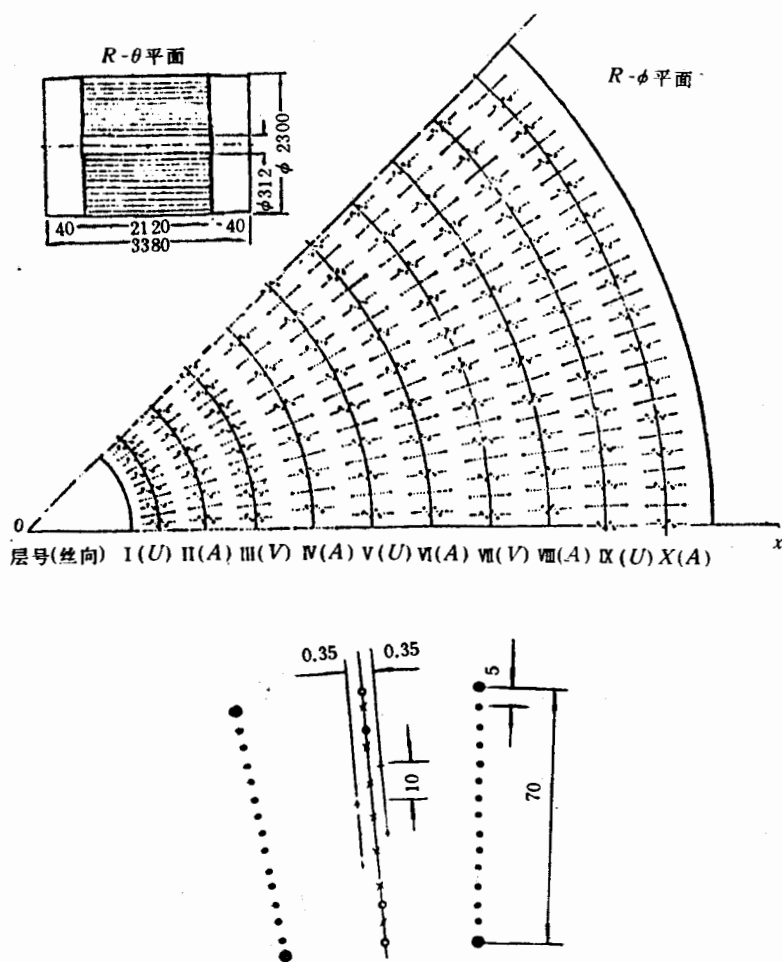


图1 主漂移室总体和单元结构示意图

(1) 径迹寻找

径迹寻找从轴向丝层开始。受轴向磁场作用，带电粒子空间运动轨迹在 $x-y$ 平面上的投影是一条弧线。假定粒子从坐标原点发出，对于任何一个好的触发单元，即单元中有相邻的三根丝或四根丝触发，可以计算该单元记录到的粒子运动轨迹在 $x-y$ 平面上投影的参数(见图 2(a))如下：

$$R = \frac{1}{2} \left[\rho^2 + \left(\frac{d\rho}{d\phi} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}; \quad (1)$$

$$\phi_0 = \phi - \sin^{-1}(\rho/2R), \quad (2)$$

式中 R 为径迹曲率半径， $d\rho = \rho_3 - \rho_1$ ， $d\phi = \phi_3 - \phi_1$ ， ρ ， ϕ 分别为径迹元到原点的平均距离和平均方位角。 ρ_i 和 ϕ_i 分别表示第 i 根丝测量到的径迹上相应点到原点的距离和方位角。 ρ_i ， ϕ_i 由下式计算(见图 2(b))：

$$\rho_i = \rho_{wi} + S_{Di} \cdot \tan \theta_L; \quad (3)$$

$$\phi_i = \phi_{cell} + (S_{Di} + S_w) / \rho_i, \quad (4)$$

式中 ρ_{wi} , ϕ_{cell} 分别是第 i 根丝到原点的距离和单元的平均方位角, $S_{Di} = V_D \cdot T \cdot \cos\theta_L$, V_D 和 T 分别是电子漂移速度和测量到的漂移时间, θ_L 是洛伦兹角, S_w 是灵敏丝偏离中心的距离 ($350 \mu\text{m}$)。假定粒子穿过的另一单元平均半径为 ρ_i , 从(2)式可得:

$$\phi_i - \phi = \sin^{-1}(\rho_i/2R) - \sin^{-1}(\rho/2R),$$

当 $\rho/2R$ 很小时得:

$$\phi_i - \phi = (\rho_i - \rho)/2R, \quad (5)$$

式中 R, ρ, ϕ 可由(1),(3),(4)式得到, 由(5)式可得 ϕ_i 。在 ρ_i 丝层上和 ϕ_i 的一定范围内(两倍单元宽度)寻找实际触发单元。利用这个原理分别对五层轴向丝层寻找, 得到径迹所有的候选单元。

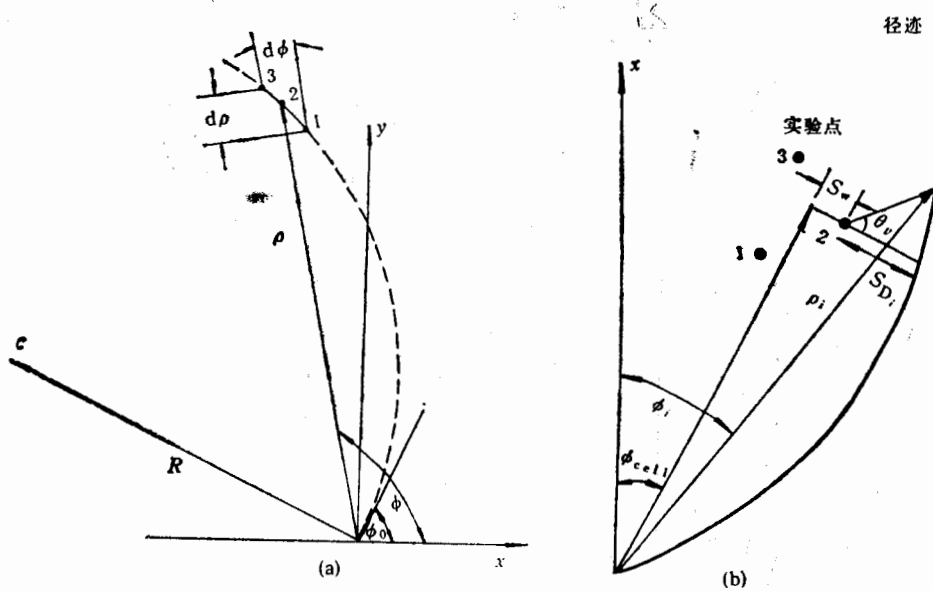


图 2 径迹元参量计算示意图

径迹元参数计算除(3),(4)式外,另一重要参量是径迹的“左右判别”。当一条径迹从一根丝的左边或右边对称的位置穿过时,从电子学读出系统得到的 TDC 计数是一样的。这就是所谓径迹“左右模糊”问题。如图 3 可见,径迹穿过一个单元的位置有十六种可能。对于最简单的情况,如只穿过单元的左边或右边,定义:

$$\Delta S = [(t_1 + t_3)/2 - t_2] \cdot v_D = \pm 2\delta, \quad (6)$$

式中 δ 为丝的左右偏离值 ($350 \mu\text{m}$)。从上式可见, ΔS 的大小与径迹穿过单元的左右无关,但它的符号与左右有关。利用 ΔS 的符号就可作径迹“左右判别”。另一些情况是很难判断的,如径迹穿过单元中间时,所以在实际程序中采用更普通的办法,并选用两种可能性^[3]。一条穿过主漂移室全部丝层的径迹最大候选单元有 10 个,穿过单元的位置有两种可能性,分别对这些单元就两种可能性计算径迹参量,作各种组合,最后找到径迹的最佳位置和参数。一条好径迹最低必须有两个触发单元。

径迹的下一步检查是通过圆拟合。拟合原理是假定带电粒子运动轨迹在 $x-y$ 平面上

的投影是个圆弧。采用 Ascoli 拟合法^[3],在一定范围内(4mm)逐根丝进行。假定有 N 个测量点, χ^2 定义为:

$$\chi^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (d_i - R)^2,$$

式中 $d_i = [(x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2]^{\frac{1}{2}}$, R, x_c 和 y_c 是径迹圆半径和圆心坐标, x_i, y_i 是第 i 点的坐标。假定 $d_i + R \approx 2R$ 有:

$$(d_i - R)^2 \approx \left[\frac{(d_i - R)(d_i + R)}{2R} \right]^2 = \left(\frac{d_i^2 - R^2}{2R} \right)^2,$$

最后得:

$$\chi^2 \propto \sum_{i=1}^N [(x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2 - R^2].$$

拟合反复进行,一般不超过5次就能接近最佳参数值,即满足 χ^2 最小,触发丝数最多的一组 x_c, y_c 和 R 值。 χ^2 上限在程序中定义为:

$$\chi^2 = (N - 3) \cdot WIMAX, \quad (7)$$

式中 N 为测量点数, 3 是自由度数, 即 x, y 和 R , $WIMAX$ 是每点的平均残差, 理想值应小于 $1 \times 10^{-6} \text{m}^2$, 但实际值要稍大些, 目前采用 $2.8 \times 10^{-6} \text{m}^2$ 。如果某次拟合残差太大, 可能是由于包含了错误的触发丝, 那么将缩小范围重新拟合。

径迹 z 坐标的计算在斜丝层寻迹中完成。斜丝层寻迹和轴丝层寻迹原理基本相同。径迹各点的 x, y 坐标已经在轴丝层寻迹中得到, 相应的 z 坐标是通过斜丝层和轴丝层的几何关系, 由下式计算^[4]:

$$z = \pm \rho (\phi_z - \phi_p) \cdot \frac{1}{\varepsilon}, \quad (8)$$

式中 ρ 为测量点到 z 轴的距离, ϕ_z, ϕ_p 分别是斜丝层和轴丝层测量到的该点的方位角, ε 是该斜丝在 ϕ 方向的倾角, 正负号表示 ε 的方向。由各点的 z 坐标可计算径迹与 $x-y$ 平面的夹角 λ :

$$\lambda = \arctg \left(\frac{z - z_0}{\rho} \right). \quad (9)$$

由于斜丝层相当于轴丝层两端板在 $R-\phi$ 平面上相对转动一定角度, 径迹在 $x-y$ 平面上投影所跨越的单元数增多, 所以寻迹范围选取 5 个单元宽度。由此

使候选单元数比轴丝寻迹时大大增加, 给径迹优化、圆拟合带来很大工作量。为了用尽可能少的计算机机时准确找到最佳的径迹参数, 程序在优化方面采取了一些特殊措施, 较好地解决了这个问题^[4]。

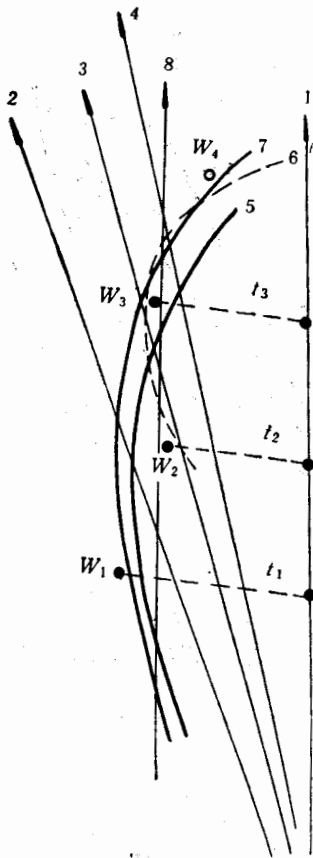


图3 径迹穿过单元位置示意图
(只表示从中心平面右侧穿过的8种情况, 左右共16种)

综合轴丝层和斜丝层寻迹的结果, 径迹的基本参数, 如 R, x_c, y_c 和动量等已经得到。这些参数和与原始数据相关的地址、漂移时间等将保存起来作为径迹拟合的初值。也可作为径迹初始参数供调试程序使用。

(2) 径迹拟合

带电粒子在磁场中的运动服从以下方程:

$$M\ddot{\mathbf{x}} = \frac{Q}{c} \dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{B}(\mathbf{x}), \quad (10)$$

式中 M 为粒子质量, Q 是以电子电荷 e 为单位的电荷, $\dot{\mathbf{v}}, \mathbf{B}$ 分别是粒子在 \mathbf{x} 点的速度和磁场。上式的积分表达式如下:

$$x = x_0 + \int_0^s \cos(\phi) \cdot \cos \lambda \cdot ds; \quad (11)$$

$$y = y_0 + \int_0^s \sin(\phi) \cdot \cos \lambda \cdot ds; \quad (12)$$

$$z = z_0 + \int_0^s \sin \lambda \cdot ds, \quad (13)$$

其中 $\phi = \phi_0 + \alpha \cdot q \int_0^s B_\phi / |p| \cdot ds, \lambda = \lambda_0 + \alpha \cdot q \int_0^s B_z / |p| \cdot ds,$

$$B_\phi = (B_x \cos \phi + B_y \sin \phi) \cdot \tan \lambda - B_z, B_x = B_y \cos \phi + B_z \sin \phi,$$

x_0, y_0, z_0 为粒子起点坐标。如果 x, y, z 以 m 为单位, q 以电子电荷 e 为单位, 则 $\alpha = 0.03$ 。在均匀轴向磁场 ($B_x = B_y = 0, B_z = \text{const.}$) 情况下, 选择一个与径迹相关的坐标系 $\mathbf{n}, \mathbf{h}, \mathbf{b}$ (见图 4), 令:

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{l} \times \mathbf{h}}{|\mathbf{l} \times \mathbf{h}|}, \mathbf{b} = \mathbf{h} \times \mathbf{n},$$

\mathbf{h} 为磁场方向, \mathbf{l} 为该点径迹方向, \mathbf{b}, \mathbf{n} 是垂直于 \mathbf{h} 的平面内两个相互垂直的单位向量。径迹在这个参考系中用 $\phi, k = \frac{1}{p \cos \lambda}, S = \tan \lambda, \xi, \eta$ 五个参量描写, 其中 ξ, η 分别是 \mathbf{n}, \mathbf{b}

方向的坐标, λ 是径迹与 $\mathbf{n}-\mathbf{b}$ 平面的夹角。如图 4 所示, 选粒子轨迹上 \vec{P} 点到 \vec{P}' 点一小段, 长度为 ΔS , 假定在 ΔS 范围内磁场是均匀的, 粒子动量大小不变, 那么该段轨迹在 $\mathbf{n}-\mathbf{b}$ 平面上投影的张角 θ 和投影曲线的曲率半径 ρ 表示为:

$$\theta = \cos \lambda \cdot \Delta S / \rho, \rho = \frac{1}{0.003 H k},$$

其中磁场强度 H 以 T 为单位, k 以 $(\text{GeV}/c)^{-1}$ 为单位。粒子从 \vec{P} 点经过 ΔS 后的位置 \vec{P}' 和方向 \vec{l}' 由下式计算:

$$\vec{P}' = \vec{P} + \rho [\sin(\theta) \mathbf{b} \pm (1 - \cos \theta) \mathbf{n} + \theta \text{tg} \lambda \mathbf{h}]; \quad (14)$$

$$\vec{l}' = \cos \lambda [\cos(\theta) \mathbf{b} \pm \sin(\theta) \mathbf{n} + \text{tg} \lambda \mathbf{h}], \quad (15)$$

式中正负号表示粒子电荷符号。利用等式对空间各点逐步计算, 可得到一条理论的空间螺旋线, 步长 (ΔS) 由主漂移室的丝层距离决定。

径迹拟合采用最小二乘法。 χ^2 定义为:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2} [d_i^m - d_i(\alpha)]^2, \quad (16)$$

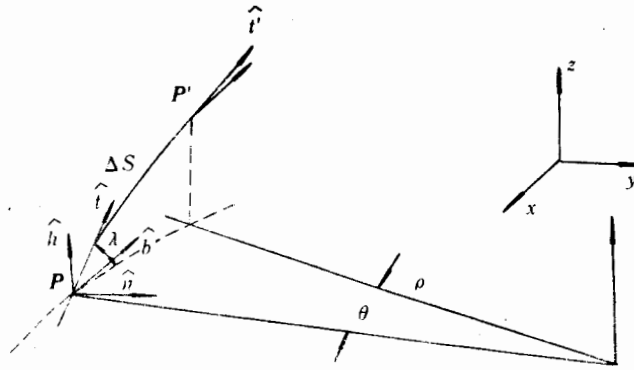


图4 径迹坐标示意图

式中 σ_i , d_i^m 分别是第 i 点测量误差和测量到的最小漂移距离 (以下简称测量漂移距离), $d_i(\alpha)$ 是理论径迹上第 i 点的最小漂移距离 (以下简称理论距离), α 表示径迹的五个参数。令 $\delta\chi^2 = 0$, 和

$$\alpha = \alpha^0 + \Delta\alpha, \quad (17)$$

将 $d_i(\alpha)$ 在 α^0 附近展开, 即 $d_i(\alpha) \approx d_i(\alpha^0) + \frac{\partial d_i}{\partial \alpha_\mu}(\alpha^0) \cdot \Delta\alpha_\mu$, 整理后 (16) 式化简为^[6]:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2} [d_i^m - d_i(\alpha^0)]^2 + \sum_{\nu=1}^5 Y_\nu \cdot \Delta\alpha_\nu, \quad (18)$$

$$\Delta\alpha_\mu = -[G^{-1}]_{\mu\nu} Y_\nu, \quad (19)$$

式中

$$Y_\nu = \sum_{i=1}^N \frac{(d_i(\alpha^0) - d_i^m)}{\sigma_i^2} \cdot \frac{\partial d_i}{\partial \alpha_\mu} \Big|_{\alpha=\alpha^0}, \quad G_{\mu\nu} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2} \cdot \frac{\partial d_i}{\partial \alpha_\mu} \frac{\partial d_i}{\partial \alpha_\nu} \Big|_{\alpha=\alpha^0}$$

从 (17), (18) 和 (19) 式可得到 α 和 χ^2 , 其误差矩阵为:

$$\langle \delta\alpha_\mu \delta\alpha_\nu \rangle = [G^{-1}]_{\mu\nu}. \quad (20)$$

拟合中主要计算的参数是测量距离 d_i^m , 理论距离 $d_i(\alpha)$ 及其导数 $\frac{\partial d_i(\alpha)}{\partial \alpha_\mu}$. 设 \bar{P}_i (见图 5)

是理论径迹上一点, 并在 ΔS 范围内径迹方向变化不大, 即忽略选择不同 \bar{P}_i 点对径迹切向 \hat{t}_i 的影响, 那么该段径迹到丝上的理论距离由下式得到:

$$d_i(\alpha) = \bar{\mu}_i \cdot \hat{t}_i, \quad (21)$$

式中 $\bar{\mu}_i = \bar{W}_i - \bar{P}_i$, $\hat{t}_i = \frac{\hat{\omega} \times \hat{t}_i}{|\hat{\omega} \times \hat{t}_i|}$, \bar{W}_i 是丝上一点, $\hat{\omega}$, \hat{t}_i 分别是丝方向和径迹方向。

测量漂移距离是由主漂移室测量到的原始漂移时间经过计算, 再经过各种细致的修正得到的。主要的修正有时间零点, 粒子飞行时间, 丝重力下垂, 信号在丝上的传播时间和洛仑兹偏转角等。原始测量漂移距离 (见图 6) 由下式计算:

$$d^m = W_D T_D = W_D Q + Q F \sin A, \quad (22)$$

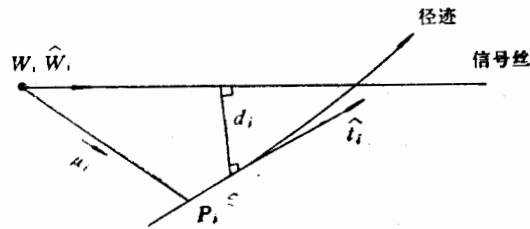


图 5 理论径迹最小距离计算图

式中 W_D 是丝上一点, T_D 是径迹到丝的最近点, A 为径迹在 $R-\phi$ 平面上的投影与电子漂移路径的夹角, Q 是丝附近高场区边界上一点. 主漂移室单元内的漂移空间大致可分成近丝区, 漂移区和远丝区, 其中漂移区电子漂移速度 v_D 基本恒定, 近丝区和远丝区都为高电场区(非均匀电场区), 电子漂移速度分别用 v_{near} 和 v_{far} 表示, 最后(22)式改写成:

$$d^m = T_{near} \cdot v_{near} + [(T_{far} - T_{near}) \cdot v_D + (T - T_{far}) \cdot v_{far}] \cdot \sin A, \quad (23)$$

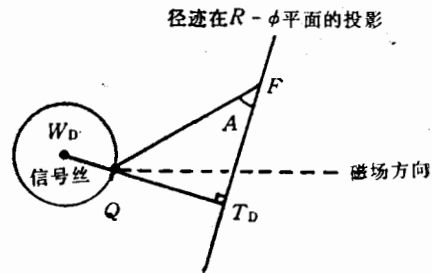


图 6 最小测量漂移距离计算图

式中 T_{near} 和 T_{far} 分别是电子在近丝区和远丝区的漂移时间, T 是测量到的漂移时间.

径迹拟合从主漂移室第一根触发丝开始, 由内向外用分段螺旋线法逐根丝向外伸展. 拟合初值由寻迹提供, 即以寻迹得到的第一点的 x_0, y_0, z_0, k_0 和 $\lg \lambda_0$ 作为 α^0 , 计算每根触发丝对应点的测量距离、理论距离及其导数 $\frac{\partial d_i(\alpha)}{\partial \alpha_\mu}$. 最后将 $d_i^m, d_i(\alpha)$ 和 $\frac{\partial d_i(\alpha)}{\partial \alpha_\mu}$ 代入

(18)和(19)式得到 χ^2 值, 从(19)和(17)式得到一组新的 α 值. 将新 α 值作为 α^0 重复以上过程. 如此迭代下去, 直到 χ^2 或者前后两次迭代的 χ^2 差值 ($\Delta \chi^2$) 小于一定值. 最后得到一组最佳 α 值, 并由(20)式计算其误差矩阵. 如果迭代超过一定次数, χ^2 或 $\Delta \chi^2$ 仍然不能小于给定值, 该径迹则判为坏径迹.

径迹拟合的最后一步是将径迹内推到束流线最近点, 检查是否是束流对撞产生的粒子. 内推原理与螺旋线外推相似, 不同点是按 z 的反方向延伸, 同时还对径迹受多次库仑散射偏离理论螺旋线作修正, 修正量加入误差矩阵中.

三、结 果

该程序从 1990 年投入运行以来, 一直承担 BES 数据的径迹重建任务, 运行结果表明程序是可靠的, 各项指标基本达到预期结果.

径迹重建所需的计算机时间是衡量程序工作效率的主要指标. 径迹重建应力争快速而准确地找到最佳径迹参数. 目前平均重建一条径迹对蒙特卡罗事例 (简称 MC 数据)

约用 0.6 秒,对实验数据(简称 EXP 数据)约用 0.7 秒(以 VAX 6330 为工作机器)。图 7 显示了重建两条 MC 数据 ($J/\psi \rightarrow e^+e^-$) 所需的计算机时间分布。

径迹重建效率是程序可靠性的标志,但因它与几何位置、数据质量以及粒子动量等因素有关,因而很难全面估计。用 MC 数据检查,如 $J/\psi \rightarrow e^+e^-$ 、 $\mu^+\mu^-$ 以及单径迹低动量事例,重建效率好于 98%。对 EXP 数据中的 $J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-$ 事例,用扫描和重建得到的径迹数计算,重建效率好于 95%。

空间分辨 σ_x 是主漂移室的主要指标之一,它不仅是位置分辨的标志,而且直接影响动量分辨。单丝空间分辨可以从(6)式计算,即从(6)式得到一个单元的双峰分布,其中每个峰的分辨 σ_c 代表单元中三根丝的总分辨,从而得单丝空间分辨为: $\sigma_x = \left(\frac{2}{3}\sigma_c^2\right)^{\frac{1}{2}}$ 。影响空间分辨的主要因素有电离电子在漂移过程中的扩散;电子学读出系统的误差以及电离位置的统计涨落,所以不同单元宽度的丝的空间分辨是不同的。从“双峰分布”中得到的不同丝层的单丝空间分辨约 $200\mu\text{m}$,基本达到设计指标 ($180 \leq \sigma_x \leq 250\mu\text{m}$)。图 8 显示了一个典型的实验数据的“双峰分布”。

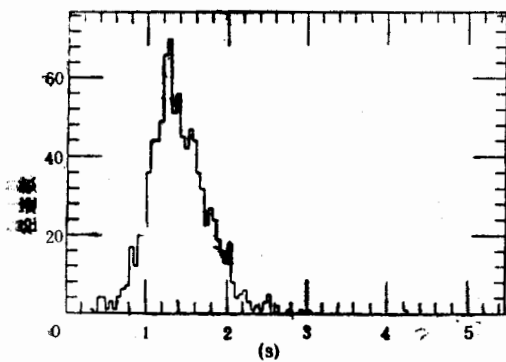


图 7 重建两条 MC 数据 ($J/\psi \rightarrow e^+e^-$) 的计算机时间分布

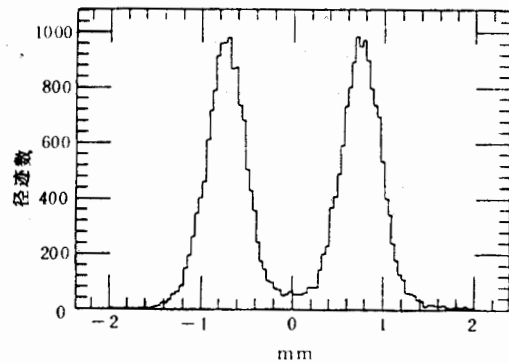


图 8 第七丝层单元双峰分布

σ_x 也可用径迹拟合中的残差表示: $\Delta D = D_m - D_{fit}$, 其中 D_m 表示经过校正后的测量距离, D_{fit} 表示理论距离,它是硬件和软件各种误差的综合。图 9 是分析实验数据得到的一个典型残差分布。从残差分布得到的空间分辨与“双峰分布”得到的结果基本一致。

动量分辨是主漂移室的主要指标。理论上影响动量分辨的因素有空间分辨 (σ_x) 和多次库仑散射,另外探测器的其它部件质量也有重要影响,如磁场值精度和不均匀性、丝触发效率、寻迹效率和数据校正以及测量中的各种干扰等。图 10 显示了由实验数据 ($J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-$) 得到的一个典型的动量分布,目前主漂移室动量分辨达到 $2.1\% \sqrt{1+p^2}$ (p 的单位为 GeV/c),和硬件状况及离线刻度有关。

主漂移室径迹重建程序从调试到运行,汇集了很多人的辛勤劳动,为此对 BES 离线组的同志在程序调试中给予的帮助表示感谢,对高能所计算中心的同志在程序调试和运行中给予的大力支援表示感谢。我们还特别感谢马基茂教授,许榕生博士在工作中给予

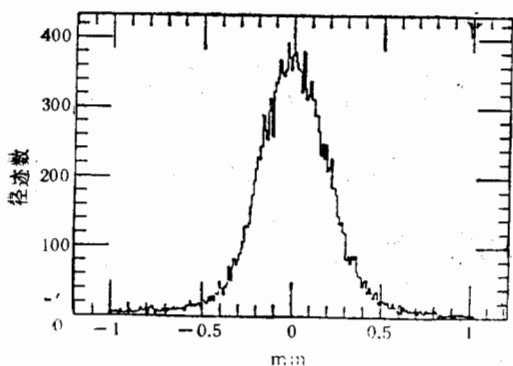


图9 第五丝层中第四根丝径迹拟合的残差分布
的大力支持 and 帮助。

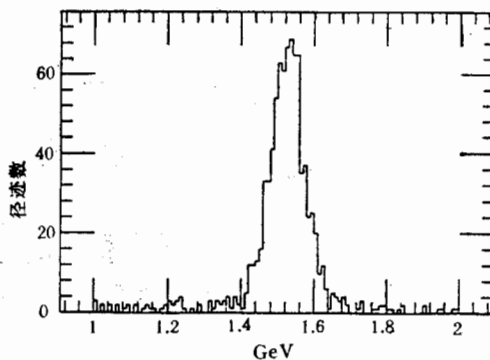


图10 由实验数据得到的双 μ 事例动量分布

参 考 文 献

- [1] 北京正负电子对撞机北京谱仪研制报告 1989.3.
- [2] Ma Jimao et al., *High Energy Physics and Nuclear Physics (USA)* 14 (1990) 325; 马基茂等, 北京谱仪主漂移室(两册)1989.
- [3] Joseph Perl, *Drift Chamber Track Finding for MARK III*, private letter.
- [4] A. Seiden, *Proceedings of the Workshop on colliding beam physics at Beijing* June 1984.
- [5] Mao Zepu et al., *BES notes* 03 (1989), 01 (1990).
- [6] A. D. Johnson, G. H. Trilling TG-301 LBL; 陈国明等, *科大研究生学报*, 7(1990), 44.

Track Reconstruction of the BES Main Drift Chamber

MAO ZEPU, WANG TAIJIE, WANG SHUQIN, LI WEIGUO, CHEN GUOMING

(Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039)

ABSTRACT

A detailed description of the software package of the charged particle track finding and fitting in the main drift chamber of BES(Beijing Spectrometer) is given. Some main characteristics of the package from the data taken at J/ψ energy; and the corresponding Monte Carlo simulation results are presented.