

## $\eta_c$ -核束缚态\*

姜焕清<sup>1)</sup> 张伟丰

(中国科学院高能物理所, 北京 100039)

### 摘 要

通过求解克莱因-高登方程, 重新计算了重味夸克素在原子核上的束缚态. 发现,  $\eta_c(2980)$  可以被束缚在核内.

### 一、引 言

自从  $J/\psi$  粒子发现以来, 人们对于这种重夸克系统的研究一直有很浓的兴趣. 首先, 对于这种重夸克系统, 可以使用非相对论的办法. 其次, 因为是大动量转移的过程, 对于  $(c\bar{c})$  的产生过程的处理, 可以应用微扰 QCD. 此外,  $(c\bar{c})$  有七个束缚态已在实验上观察到. 研究这种系统可以检验 QCD 的预言<sup>[1]</sup>.

$\eta_c$  是  $(c\bar{c})$  的最低的束缚态, 自旋为零, 质量为 2980 MeV. 按照 QCD, 它与核子的作用只能通过多胶子交换. 类似于 QED, 这种多胶子交换的相互作用是一种吸引的范德瓦尔斯力. 但它又不同于 QED, 由于不存在零质量的多胶子态, 当  $\eta_c$  与核子相距较远时, 它们之间的相互作用不再简单地反比于它们之间的距离, 即存在着屏蔽效应.

另一方面, 由于  $(c\bar{c})$  与核子之间没有相同的夸克可以交换, 所以, 它们之间的夸克交换势是可以忽略的. 在小距离, 由于不存在泡利禁戒, 这种有效的  $\eta_c$ -核子相互作用不会有一个短距离排斥心. 由于胶子的自旋为 1,  $(c\bar{c})$  与核子的相互作用具有类向量的性质. 最近, Brodsky 等<sup>[2]</sup> 建议了一种非相对论的汤川型的  $(c\bar{c})$  与核子的相互作用势. 他们把向量介子的交换对于高能强子-核子朝前散射振幅的贡献与低能多胶子交换势的向量部分联系起来, 给出了  $\eta_c$ -N 有效相互作用的参数. 假定同样的汤川型的  $\eta_c$ -核相互作用势, 考虑原子核的形状因子的影响, 给出了不同的  $\eta_c$ -原子核的相互作用参数. 基于这样的相互作用, 利用变分法, Brodsky 等人研究了  $\eta_c$ -核形成束缚态的可能性. 发现  $\eta_c$ - $^3\text{He}$  的结合能为 19MeV, 而  $\eta_c$ - $^4\text{He}$  的结合能可达 140MeV. 由于在实验上寻找  $(c\bar{c})$  在原子核上的束缚态对于检验 QCD 的预言具有十分重要的意义, 寻找  $\eta_c$ - $^3\text{He}$  束缚态的实验研究正在进行<sup>[3]</sup>.

然而, 在 Brodsky 等人的计算中, 至少有两点是值得进一步研究的. 第一, 由于他们把  $\eta_c$ -核的相互作用用取为  $V(r) = -ae^{-\mu r}/r$  的形式, 在  $r$  很小时, 相互作用与  $r$  成反比. 在  $r$

\* 国家自然科学基金资助.

1) 中国科学院理论物理所客座研究人员.

本文 1993 年 3 月 4 日收到.

$=0$  时, 相互作用趋于负无穷大. 对于 $^{40}\text{Ar}$ 核, 得到 $\eta_c$ - $^{40}\text{Ar}$ 的结合能可达 $1-2\text{GeV}^{[4]}$ . 这样大的结合能显然是值得怀疑的. 已知在 QED 的计算中, 基本的库仑相互作用反比于 $r$ , 但是, 由于原子核有限大小的电荷分布, 带电粒子与原子核的库仑相互作用在小 $r$ 处已不再反比于 $r$ , 而取有限的数值. 由这样的有限大小的库仑作用得到的库仑束缚态不同于用无限深的库仑作用得到的结果. 由于 $\eta_c$ 的质量很大, 一旦存在 $\eta_c$ -核的束缚态, 它们的结合能将对于小 $r$ 处的相互作用势的形状非常灵敏. 因此, 有必要把 $\eta_c$ -核的作用考虑得更仔细一些. 第二, 变分法求 $\eta_c$ -核的束缚态, 在目前的情况下也需要进一步检验. 本文将讨论这两个问题. 类似于库仑相互作用, 利用 Brodsky 等给出的 $\eta_c$ -核子作用势与原子核的密度分布卷积的办法求出 $\eta_c$ -核的相互作用势. 再利用这个光学势求解克莱因-高登方程, 计算 $\eta_c$ -核的束缚态. 在第二节, 简单地概括计算公式, 第三节给出数值计算结果以及对这些结果的讨论.

## 二、 $\eta_c$ -核的相互作用势

按照文献[2], 取 $\eta_c$ -核子的等效相互作用势为:

$$V_{\eta_c-N}(r) = -\alpha \frac{e^{-\mu r}}{r}, \quad (1)$$

其中,  $\alpha$  为强度参数. 在考虑了部分屏蔽效应以后, 文献[2]给出 $\alpha=0.4$ ,  $\mu=0.6\text{ GeV}$ . 没有屏蔽的情况下,  $\alpha=0.6$ . 众所周知, 在研究带电粒子与原子核的库仑相互作用时, 人们是将点电荷之间的库仑相互作用与原子核的电荷密度分布作卷积. 类似地, 对于 $\eta_c$ -核的相互作用, 我们也把 $V_{\eta_c-N}(r)$ 与原子核的密度分布作卷积, 即

$$V_{\eta_c-A}(r) = \int d^3r' \rho(r') V_{\eta_c-N}(r-r'), \quad (2)$$

其中,  $\rho(r)$  是原子核的密度分布函数, 规一化到原子核中的核子数. 利用(1)式, 容易得到:

$$V_{\eta_c-A}(r) = -4\pi\alpha \left[ \frac{e^{-\mu r}}{r} \int_0^r r'^2 dr' \rho(r') I_0(\mu r') \right. \\ \left. + I_0(\mu r) \int_r^\infty r' dr' \rho(r') e^{-\mu r'} \right]. \quad (3)$$

这里,  $I_0(x)$  是虚宗量  $ix$  的零阶贝塞尔函数. 很容易证明, 当  $\mu \rightarrow 0$  时, (3) 式给出常用的带电粒子与原子核的库仑作用的形式.

文献[2]给出了不同原子核的相互作用参数为:

$$\mu^{-2} = \langle R_A^2 \rangle / 6, \\ \alpha = 3A\beta^2 \mu^2 / 2\pi, \quad (4)$$

$\langle R_A^2 \rangle^{1/2}$  是原子核的均方根半径,  $\beta = 1.85\text{ GeV}^{-1}$  是与味道无关的 *Pomeron-quark* 耦合常数<sup>[5]</sup>,  $A$  为核中的核子数.

很清楚, 利用(1)式的形式和(4)式的参数对不同的原子核得到的 $\eta_c$ -核相互作用势与(3)式给出的作用势在小 $r$ 处有明显的差别. 作为例子, 在图1中, 给出了 $\eta_c$ - $^3\text{He}$ ,  $\eta_c$ - $^4\text{He}$ ,  $\eta_c$ - $^{12}\text{C}$  以及 $\eta_c$ - $^{40}\text{Ca}$  的相互作用势. 原子核的密度形状及参数取自电子散射的实验结果<sup>[6]</sup>

并假定中子的分布与质子的分布相同. 对于密度分布参数考虑了核子的有限大小的修正<sup>[7]</sup>.

图 1 中, 虚线表示利用文献[2]的公式及参数得到的作用势, 实线是本文计算的结果. 可以看出, 在  $r$  较大时, 本文得到的相互作用势与文献[2]得到的结果对于轻核比较接近, 而在小  $r$  处, 两种结果差别很大.

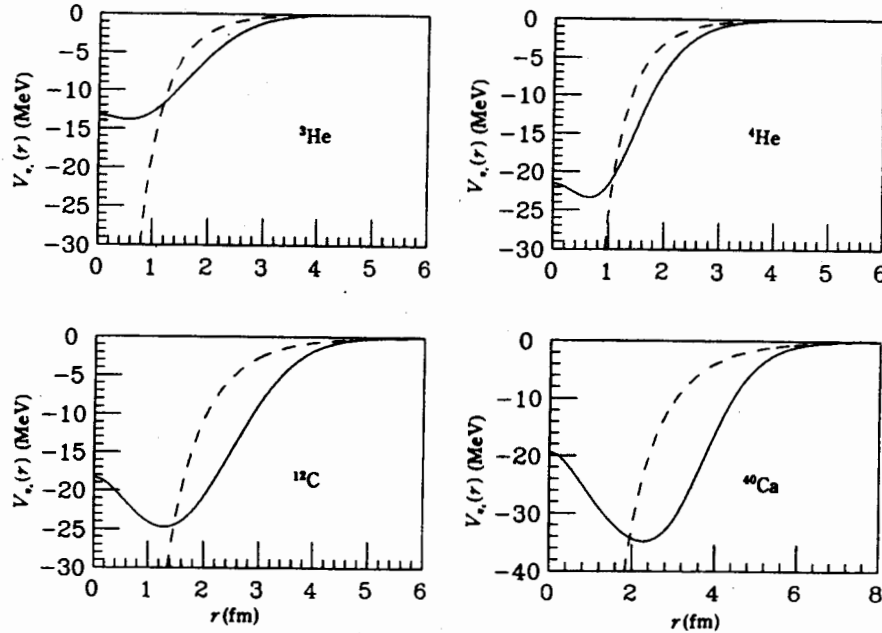


图 1  $\eta_c$ -核相互作用势

由于  $\eta_c$ -核子相互作用的短程性,  $\eta_c$ -核相互作用势的力程主要是由原子核的大小来决定的. 这些作用势都在离原点不远的地方有一个极小; 作用势的深度, 对于所计算的几个原子核, 在 15 MeV 到 35 MeV 之间变化. 显然, 对于所研究的几个原子核,  $\eta_c$ -核的束缚能将小于 35 MeV. 如果不考虑屏蔽效应, 即在  $\eta_c$ -N 相互作用(1)式中取  $\alpha=0.6$ ,  $\mu=0.6$  GeV,  $\eta_c$ -核作用势的强度将增大 50%,  $\eta_c$ -核的束缚会更紧一些.

利用上述  $\eta_c$ -核的相互作用势, 求解克莱因-高登方程, 来讨论  $\eta_c$ -核形成束缚态的可能性.

### 三、数值结果和讨论

我们将对  ${}^3\text{He}$ ,  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^{12}\text{C}$  和  ${}^{40}\text{Ca}$  四个原子核做数值计算. 求解克莱因-高登方程, 利用了 E. Oset 等人发展的方法<sup>[8]</sup>, 它具有很高的精确度. 表 1 中, 给出了利用第二节给出的  $\eta_c$ -核相互作用势对于这四个核得到的计算结果. 为了与文献[2]作比较, 表中也列出了文献[2]对  ${}^3\text{He}$  和  ${}^4\text{He}$  的计算结果. 在计算中, 使用了两组  $\eta_c$ -核子相互作用势的参数. 一种对应于不考虑屏蔽效应时的参数, 另一种是部分考虑了屏蔽效应的参数<sup>[2]</sup>. 在这两种情况下, 对于所研究的四个原子核, 都找到了  $\eta_c$ -核的束缚. 而且, 随着原子核的加重, 出现了更

多的束缚态,它们分别对应于不同的主量子数和轨道角动量的量子数.在不考虑屏蔽效应的情况下,量子数为  $1s$  的  $\eta_c$ - $^3\text{He}$  系统的束缚能为  $5.7\text{ MeV}$ . 引入了部分屏蔽以后,其结合能变为  $3.8\text{ MeV}$ ,这与文献[2]的结果比较接近.而在不考虑屏蔽效应的情况下,我们的计算得到的  $1s$  态的结合能比文献[2]给出的结果小  $13.7\text{ MeV}$ .

表1  $\eta_c$ -核束缚态的结合能

原子核	$n$	$l$	$E_{nl}(\text{MeV})$	
			I ( $\alpha=0.4, \mu=0.6$ )	II ( $\alpha=0.6, \mu=0.6$ )
$^3\text{He}$	1	0	-3.844(-3.0)	-5.741(-19.0)
$^4\text{He}$	1	0	-9.171(-51.0)	-14.283(-143.0)
$^{12}\text{C}$	1	0	-17.214	-29.216
	1	1	-9.267	-20.011
	1	2	-	-9.190
	2	0	-	-6.351
$^{40}\text{Ca}$	1	0	-29.366	-44.667
	1	1	-25.826	-40.921
	1	2	-20.680	-37.015
	1	3	-	-30.168
	2	0	-15.612	-28.482
	2	1	-10.370	-22.677
	2	2	-4.820	-15.988
	3	0	-2.954	-12.516
	3	1	-	-6.468
3	2	-	-1.255	

$n, l$  分别为束缚态的主量子数和轨道角动量量子数. I 和 II 分别相应于有屏蔽效应和无屏蔽效应两种情况. 括号内的结果取自文献[2].

对于  $^4\text{He}$ , 本文的计算结果与文献[2]相差甚远. 我们的确发现了  $n=1, l=0$  的  $\eta_c$ -核的束缚态, 在考虑了部分屏蔽的情况下, 结合能为  $9.17\text{ MeV}$ , 与文献[2]给出的  $51\text{ MeV}$  相差很远.

对于更重的原子核, 找到了更多的  $\eta_c$  束缚态. 我们的计算结果与文献[2]的差别主要来自  $\eta_c$ -核相互作用的形式. 正如前面所述, 由于原子核的有限大小,  $\eta_c$ -核的相互作用势在原点变成有限的大小.  $\eta_c$ -的质量又相当大,  $\eta_c$ -核束缚态的性质与  $\eta_c$ -核相互作用在小距离处的行为有密切关系. 有限的吸引相互作用势限制了  $\eta_c$  在核内的结合能.

从以上的计算可以得到结论:  $\eta_c$  可以被原子核束缚, 在实验上寻找  $\eta_c$ -核的束缚态将是对 QCD 预言的一个检验. 我们给出的对应于不同量子数的  $\eta_c$ -核束缚态的结合能, 对于将进行的  $\eta_c$ -核束缚态的寻找, 提供了有用的信息.

作者之一(姜焕清)感谢与西德的许夫纳教授, Knoll 博士, 西班牙的 Oset 教授的有

益的讨论.

### 参 考 文 献

- [1] W. Kwong, J. Rosner, C. Quigg, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, **37**(1987), 325.
- [2] S. Brodsky, I. Schmidt, G. F. de Téramond, *Phys. Rev. Letters*, **64**(1990), 1011.
- [3] K. Maruyama, Tokyo University Preprint.
- [4] K. K. Seth, *Few-Body System, Suppl.*, **6**(1992), 26.
- [5] A. Donnachie, P. V. Landshoff, *Nucl. Phys.*, **B244**(1984), 322.
- [6] C. W. de Jager, C. de Vries, H. de Vries, *At. Data Nucl. Data Tables*, **14**(1974), 480.
- [7] L. L. Salcedo, E. Oset, M. J. Vicente, C. García-Recio, *Nucl. Phys.*, **A484**(1988), 557.
- [8] E. Oset, L. L. Salcedo, *Jour. Comp. Phys.*, **57**(1985), 155.

## $\eta_c$ -Nuclear Bound States

JIANG HUANQING ZHANG WEIFENG

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing 100039*)

### ABSTRACT

The heavy-quarkonium nuclear bound states are recalculated by solving the Klein-Gordon equations. We find that the  $\eta_c(2980)$  can be bound in the nucleus. But the binding energies are in general quite different from that found by Brodsky et al. .