

# 在(2+1)维手征 Gross-Neveu 模型中有限温度的顶角修正和退耦合相变\*

沈 坤 裘忠平

(华中师范大学粒子物理研究所, 武汉 430070)

## 摘 要

本文根据含复合场的 Ward-Takahashi 恒等式所得到的费米子质量谱, 利用虚时温度场论计算了准确到  $1/N$  阶的费米子和  $\sigma$  介子的顶角修正, 并讨论了顶角函数随温度的变化关系和退耦合相变. 结果表明: 退耦合相变的临界温度随着零温下  $\pi$  介子和费米子质量的增大而升高, 由热涨落对顶角修正所引起的费米子质量的改变不能忽略.

## 一、引 言

在高温、高密情况下, QCD 理论的真空性质将有很大的改变, 并会导致退禁闭相变和手征相变<sup>[1]</sup>. 这些性质已由格点规范理论的 Monte Carlo 模拟所证实. 在低能情况下, QCD 理论的手征相变和束缚态问题未能完全解决, 通常人们借助模型方法来讨论手征相变和束缚态的质量谱. 由格点 QCD 理论的强耦合展开可知, 四费米子相互作用可以看成是夸克之间的有效相互作用<sup>[2]</sup>. 鉴于在(2+1)维情况下四费米子相互作用是可重整的<sup>[3]</sup>, 而且手征四费米子模型可以得到许多由手征对称性所导致的低能性质, 本文在以前工作的基础上<sup>[4]</sup>讨论有限温度对(2+1)维手征 Gross-Neveu 模型的顶角修正和退耦相变.

在手征 Gross-Neveu 模型中, 当费米子有流质量时, 手征对称性发生破缺(下面称之为明显破缺). 此外, 费米子之间的吸引相互作用会使费米子对发生真空凝聚, 它也使手征对称性发生破缺(以下称之为动力学破缺). 虽然在有明显破缺的情况下, 手征对称性是不能恢复的, 但是热效应会激发费米子对, 使费米子对凝聚逐渐溶解, 而导致动力学破缺逐步得到恢复. 除此之外, 热效应也会影响四费米子耦合(等价于介子和费米子耦合). 在平均场近似和  $1/N$  领头阶的情况下, 热效应对耦合的影响未能考虑在内. 由于费米子和介子的耦合在动力学破缺中起着决定性的作用, 本文利用虚时温度场论来讨论费米子和介子的耦合在有限温度下的修正以及退耦相变.

在第二节中, 根据有限温度下的手征 Ward-Takahashi 恒等式, 利用费米子的流质量次可看成复合外源的性质, 给出了相应的手征 Ward-Takahashi 恒等式和有限温度下的质量谱. 在第三节中, 根据  $1/N$  展开下的 Feynman 规则, 计算了准确到  $1/N$  阶费米子和

\* 国家自然科学基金资助.

本文 1992 年 5 月 12 日收到.

$\sigma$  介子的顶角修正, 确定了退耦合的临界温度, 并讨论了  $\sigma$ 、 $\pi$  介子和  $N$  对退耦温度的影响. 最后, 在第四节中做了简短的小结.

## 二、有限温度情况

考虑(2+1)维手征明显破缺的 Gross-Neveu 模型, 其拉氏量为<sup>[5]</sup>

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 - m_0 \bar{\psi}\psi, \quad (2.1)$$

其中  $m_0$  是费米子的流质量,  $\mathcal{L}_0$  为

$$\mathcal{L}_0 = i\bar{\psi}\not{\partial}\psi + \frac{g^2}{2N} [(\bar{\psi}\psi)^2 + (\bar{\psi}i\gamma_5\psi)^2] \quad (2.2)$$

为了描述动力学破缺, 引入复合场的外源. 这样, 在有限温度情况下配分函数为

$$\begin{aligned} Z_\beta[\bar{\eta}, \eta; K, K_5] &\equiv e^{-W_\beta[\bar{\eta}, \eta, K, K_5]} \\ &= \int D\bar{\psi}D\psi \exp\left(-\int_0^\beta d\tau \int d^2x [\mathcal{L}_0 + \bar{\eta}\psi + \bar{\psi}\eta + (K - m_0)\bar{\psi}\psi + K_5\bar{\psi}i\gamma_5\psi]\right) \\ &\equiv e^{-W'_\beta[\bar{\eta}, \eta, K - m_0, K_5]} \end{aligned} \quad (2.3)$$

其中费米场是定义在  $R^2 \times [0, \beta]$  上的反周期函数,  $W'_\beta$  表示有限温度下手征对称的连通生成泛函. 由(2.3)式可知, 在拉氏量中明显破缺项可以看成外源项来处理. 这样, 有明显破缺的生成泛函和对称的生成泛函之间有如下关系

$$W_\beta[\bar{\eta}, \eta; K, K_5] = W'_\beta[\bar{\eta}, \eta; K - m_0, K_5]. \quad (2.4)$$

上式中已略去了一个不影响物理结果的常数项.

利用有限温度下对称的生成泛函所满足的手征 Ward-Takahashi 恒等式<sup>[6]</sup>

$$\int_0^\beta d\tau \int d^2x [\bar{\eta}(x) \frac{i}{2} \frac{\delta W'_\beta[J]}{\delta \bar{\eta}(x)} + \frac{\delta W'_\beta[J]}{\delta \eta(x)} \frac{i}{2} \eta(x)] = 0, \quad (2.5a)$$

$$\begin{aligned} \int_0^\beta d\tau \int d^2x [\bar{\eta}(x) \frac{i}{2} \gamma_5 \frac{\delta W'_\beta[J]}{\delta \bar{\eta}(x)} - \frac{\delta W'_\beta[J]}{\delta \eta(x)} \frac{i}{2} \gamma_5 \eta(x) \\ + \frac{\delta W'_\beta[J]}{\delta K_5(x)} K(x) - \frac{\delta W'_\beta[J]}{\delta K(x)} K_5(x)] = 0. \end{aligned} \quad (2.5b)$$

容易得到 
$$\int_0^\beta d\tau \int d^2x [\bar{\eta}(x) \frac{i}{2} \frac{\delta W_\beta[J]}{\delta \bar{\eta}(x)} + \frac{\delta W_\beta[J]}{\delta \eta(x)} \frac{i}{2} \eta(x)] = 0, \quad (2.6a)$$

$$\begin{aligned} \int_0^\beta d\tau \int d^2x [\bar{\eta}(x) \frac{i}{2} \gamma_5 \frac{\delta W_\beta[J]}{\delta \bar{\eta}(x)} - \frac{\delta W_\beta[J]}{\delta \eta(x)} \frac{i}{2} \gamma_5 \eta(x) + \frac{\delta W_\beta[J]}{\delta K_5(x)} (K(x) - m_0) \\ - \frac{\delta W_\beta[J]}{\delta K(x)} K_5(x)] = 0 \end{aligned} \quad (2.6b)$$

上式是有明显破缺的生成泛函所满足的手征 Ward-Takahashi 恒等式. 为了便于讨论质量谱, 将 Ward-Takahashi 恒等式改写为有效作用量的形式

$$\int_0^\beta d\tau \int d^2x [\bar{\psi}_\beta(x) \frac{\delta \Gamma_\beta}{\delta \bar{\psi}_\beta(x)} + \frac{\delta \Gamma_\beta}{\delta \psi_\beta(x)} \psi_\beta(x)] = 0 \quad (2.7a)$$

$$\int_0^\beta d\tau \int d^2x [\bar{\psi}_\beta(x) \frac{i}{2} \gamma_5 \frac{\delta \Gamma_\beta}{\delta \bar{\psi}_\beta(x)} - \frac{\delta \Gamma_\beta}{\delta \psi_\beta(x)} \frac{i}{2} \gamma_5 \psi_\beta(x) + m_0 (\bar{\psi}_\beta(x) i \gamma_5 \psi_\beta(x) + G_5^p(x))$$

$$+ \frac{\delta \Gamma_\beta}{\delta G_\beta(x)} G_5^\beta(x) - \frac{\delta \Gamma_\beta}{\delta G_5^\beta(s)} G_\beta(x) = 0. \quad (2.7b)$$

其中  $G_\beta$  和  $G_5^\beta$  的定义为  $\frac{\delta W_\beta[J]}{\delta K(x)} = \bar{\psi}_\beta(x) \psi_\beta(x) + G_\beta(x),$  (2.8a)

$$\frac{\delta W_\beta[J]}{\delta K_5(x)} = \bar{\psi}_\beta(x) i \gamma_5 \psi_\beta(x) + G_5^\beta(x). \quad (2.8b)$$

将(2.7)式对经典场或复合场求导,然后令外源为零,就可以给出在有限温度下正规顶角之间所满足的 Ward-Takahashi 恒等式.

当破缺方向的选取使得  $\langle \bar{\psi} i \gamma_5 \psi \rangle_\beta = 0, \langle \bar{\psi} \psi \rangle_\beta \neq 0,$  时,根据顶角函数之间的 Ward-Takahashi 恒等式,由  $p^2=0$  可以得到费米子和束缚态  $\sigma, \pi$  的质量谱<sup>[6]</sup>

$$m_f = m_0 + \Gamma_{\bar{\psi}_\beta, \bar{\psi}_\beta, \sigma_\beta}^{(3)}(p, -p; 0)|_{p^2=0} \cdot \langle \sigma \rangle_\beta, \quad (2.9a)$$

$$m_\pi^2 = -m_0 \frac{\langle \bar{\psi} \psi \rangle_\beta}{\langle \sigma \rangle_\beta^2}, \quad (2.9b)$$

$$m_\sigma^2 = m_\pi^2 + \Gamma_{\sigma_\beta, \pi_\beta, \sigma_\beta}^{(3)}(p, -p; 0)|_{p^2=0} \langle \sigma \rangle_\beta, \quad (2.9c)$$

其中  $p = (i\omega, p_1, p_2),$  介子  $\sigma, \pi$  是由复合物  $\bar{\psi}(x) \psi(x)$  和  $\bar{\psi}(x) i \gamma_5 \psi(x)$  所形成的. 介子场的定义为

$$\sigma(x) = \frac{\langle \sigma \rangle_0}{\langle \bar{\psi} \psi \rangle_0} \bar{\psi}(x) \psi(x), \quad (2.10a)$$

$$\pi(x) = \frac{\langle \sigma \rangle_0}{\langle \bar{\psi} \psi \rangle_0} \bar{\psi}(x) i \gamma_5 \psi(x), \quad (2.10b)$$

这里  $\langle A \rangle_0$  表示在零温下算符  $A$  的真空期望值. 在  $1/N$  展开下,四费米子相互作用是可重整的. 为了得到物理上的质量谱,需要引入费米场和复合场的波函数重整化常数  $Z_\psi, Z_{\bar{\psi}\psi}$  ( $=Z^{1/2}$ ), 耦合重整化常数  $Z_{g^2}$  和质量重整化常数  $Z_{m_0}$ .

$$\psi_{\text{ren}}(x) = Z_\psi^{1/2} \psi(x), \quad (2.11a)$$

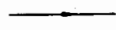
$$(\bar{\psi}(x) \psi(x))_{\text{ren}} = Z_{\bar{\psi}\psi} \bar{\psi}(x) \psi(x), \quad (2.11b)$$

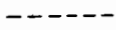
$$(\bar{\psi}(x) i \gamma_5 \psi(x))_{\text{ren}} = Z_{\bar{\psi}\psi} \bar{\psi}(x) i \gamma_5 \psi(x), \quad (2.11c)$$


$$g_{\text{ren}}^2 = Z_{g^2} g^2, \quad (2.11d)$$

$$m_0^{\text{ren}} = Z_{m_0} m_0. \quad (2.11e)$$

文献[7]给出了零温下  $1/N$  展开的 Feynman 规则:

  $G(p) = \frac{i}{p - M_f} \delta_{ij}, \quad (2.12a)$

  $D_o(p) = \frac{2\pi}{iN} \frac{1}{2(M_f - M) + \frac{-p^2 + 4M_f^2}{\sqrt{-p^2}} \tan^{-1} \sqrt{-p^2}/2M_f}, \quad (2.12b)$

  $D_\pi(p) = \frac{2\pi}{iN} \frac{1}{2(M_f - M) + \sqrt{-p^2} \tan^{-1} \sqrt{-p^2}/2M_f}, \quad (2.12c)$

  $\gamma_5 \delta_{ij}, \quad (2.12d)$

  $-i \delta_{ij}. \quad (2.12e)$

其中  $M_t$  和  $M$  分别满足

$$M_t = \frac{1}{2} [M + \sqrt{M^2 + m^2}], \quad (2.13a)$$

$$\frac{1}{g^2} = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{-p^2 + M^2}, \quad (2.13b)$$

$m$  是描述明显破缺的破缺参数,它与流质量  $m_0$  的关系为

$$m^2 = 4\pi m_0 Z_{m_0} / g^2 Z^* g^2. \quad (2.14)$$

我们假定明显破缺很小,  $m/M \ll 1$ . 由于费米子和  $\sigma$  介子的质量都是  $M$  量级,因而可以忽略  $m$  对费米子和  $\sigma$  介子质量的修正. 然而,对于  $\pi$  介子,情况有所不同. 在低能情况下,由(2.13a)和(2.12c)式可得

$$D_\pi(p) \approx \frac{4\pi M}{N} \frac{i}{p^2 - m^2}. \quad (2.15)$$

上式表明:  $\pi$  介子质量近似为  $m$ . 当  $p^2 \rightarrow 0$  时  $D_\pi^{-1}(p^2) \rightarrow \frac{N}{4\pi M} m_\pi^2$ . 应用  $\pi$  介子质量公式(2.9b),可以给出

$$m_\pi^2 = -\Gamma_\pi^{(2)\text{ren}}(0) \frac{4\pi M}{N} = m^2, \quad (2.16)$$

其中应用了在文献[7]中  $\sigma, \pi$  场的定义

$$\sigma(x) = \frac{-g^2}{N} \bar{\psi}(x)\psi(x), \quad (2.17a)$$

$$\pi(x) = -\frac{g^2}{N} \bar{\psi}(x)i\gamma_5\psi(x). \quad (2.17b)$$

和  $M \approx \langle \sigma \rangle_{\text{ren}}$ . (2.16)式表明:由 Ward-Takahashi 恒等式所得到的质量谱和大  $N$  展开的结果相同.

### 三、有限温度的顶角修正和退耦相变

根据量子场论与虚时温度场论的关系<sup>[8]</sup>,容易得到有限温度的 Feynman 规则. 准确到  $1/N$  阶,费米子和  $\sigma$  介子耦合的顶角修正可由图1表示:

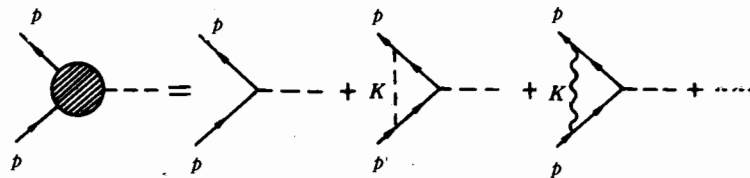


图1 费米子场与  $\sigma$  介子的顶角修正

应用 Feynman 规则,可以写出顶角函数为

$$i\Gamma_{\psi_\beta, \bar{\psi}_\beta; \sigma_\beta}^{(3)}(p, -p; 0) |_{p^2=0} = -i + i\Lambda_\sigma(p, -p; 0) |_{p^2=0} + i\Lambda_\pi(p, -p; 0) |_{p^2=0}. \quad (3.1)$$

\* 文献[7]重整化常数的定义与本文的不同,它们之间的关系为:  $Z_1 = Z_\psi, Z_2 = Z_\psi^{1/2} Z_\psi^{1/2}, Z_3 = Z_g^2, Z_4 = Z_{m_0}^{-1}$

其中

$$\begin{aligned}
 i\Lambda_0(p, -p; 0)|_{p^2=0} &= \frac{i}{\beta} \sum_n \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2} (-i) \frac{i}{\gamma_0(\omega - \omega_n) - \mathcal{Y} \cdot (\mathbf{p} - \mathbf{k}) - M} \\
 &\cdot (-i) \frac{i}{\gamma_0(\omega - \omega_n) - \mathcal{Y} \cdot (\mathbf{p} - \mathbf{k}) - M} \\
 &\cdot (-i) \frac{2\pi}{iN} \frac{\sqrt{-\omega_n^2 + k^2}}{(-\omega_n^2 + k^2 + 4M^2) \tan^{-1} \sqrt{-\omega_n^2 + k^2} / 2M}, \quad (3.2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 i\Lambda_\pi(p, -p; 0)|_{p^2=0} &= \frac{i}{\beta} \sum_n \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2} \gamma_5 \\
 &\cdot \frac{i}{\gamma_0(\omega - \omega_n) - \mathcal{Y} \cdot (\mathbf{p} - \mathbf{k}) - M} (-i) \\
 &\cdot \frac{i}{\gamma_0(\omega - \omega_n) - \mathcal{Y} \cdot (\mathbf{p} - \mathbf{k}) - M} \gamma_5 \frac{2\pi}{iN} \\
 &\cdot \frac{1}{\frac{m^2}{2M} + \sqrt{-\omega_n^2 + k^2} \tan^{-1} \sqrt{-\omega_n^2 + k^2} / 2M}, \quad (3.3)
 \end{aligned}$$

上式中  $\omega_n = i \frac{2n}{\beta} \pi (n=0, \pm 1, \dots)$ ,  $\omega = i \frac{2m+1}{\beta} \pi$ .

利用公式

$$\begin{aligned}
 \frac{i}{\beta} \sum_n f(\omega_n = i \frac{2n\pi}{\beta}) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx f(x) + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty+\epsilon}^{\infty+\epsilon} dx \frac{f(x)}{e^{\beta x} - 1} \\
 &+ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty-\epsilon}^{\infty-\epsilon} dx \frac{f(x)}{e^{-\beta x} - 1}. \quad (3.4)
 \end{aligned}$$

在非相对论近似( $p^2/2M^2 \ll 1$ )下,  $\Lambda_0^\beta$ 、 $\Lambda_\pi^\beta$  分别为

$$\begin{aligned}
 i\Lambda_0^\beta(p, -p; 0)|_{p^2=0} &= i\Lambda_0^0(p, -p; 0)|_{p^2=0} - \frac{2\pi}{N^2} \int \frac{d^2K}{(2\pi)^2} \left\{ \frac{8}{e^{\beta E_m} + 1} \right. \\
 &\cdot \left. \frac{1}{E_m} \frac{2\ln 3 - 1}{3^2 M \ln^2 3} - \frac{\beta e^{\beta E_m}}{(e^{\beta E_m} + 1)^2} \frac{2M}{E_m^2} \frac{1}{3\ln 3} - \frac{1}{e^{\beta E_m} + 1} \frac{1}{E_m^3} \frac{2M}{3\ln 3} \right\} \\
 &= i\Lambda_0^0 - i \frac{2}{N} \left[ \frac{4}{9\beta M \ln^2 3} (2\ln 3 - 1) \ln(1 + e^{-\beta M}) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{3\ln 3} \frac{1}{e^{\beta M} + 1} \right], \quad (3.5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 i\Lambda_\pi^\beta(p, -p; 0)|_{p^2=0} &= i\Lambda_\pi^0 + i \frac{2\pi}{N} \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2} \left[ \frac{1}{e^{\beta E_m} + 1} \frac{1}{E_m} \frac{1}{M} \frac{8}{3\ln^2 3} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{e^{\beta E_m} - 1} \frac{1}{E_m} \frac{2}{M} + \frac{2M}{\ln 3} \left( \frac{\beta e^{\beta E_m}}{(e^{\beta E_m} + 1)^2} \frac{1}{E_m^2} + \frac{1}{e^{\beta E_m} + 1} \frac{1}{E_m^3} \right) \right] \\
 &= i\Lambda_\pi^0 + i \frac{2}{N} \left[ \frac{1}{\beta M} \frac{4}{3\ln^2 3} \ln(1 + e^{-\beta m}) - \frac{1}{\beta M} \text{Ln}(1 - e^{-\beta m}) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{\ln 3} \frac{1}{e^{\beta M} + 1} \right]. \quad (3.6)
 \end{aligned}$$

其中  $E_m^2 = k^2 + M^2$ ,  $E_\pi^2 = k^2 + m_\pi^2$ ,  $\Lambda_\pi^0$ 、 $\Lambda_0^0$  是零温时的顶角修正, 并利用了关系式

$$\frac{i}{\tan^{-1}i/2} = \frac{2}{\ln 3}, \quad (3.7a)$$

$$\frac{ia}{\tan^{-1}ia/2M} \Big|_{a \rightarrow 0} = 2M, \quad (3.7b)$$

$$\frac{i2M}{\tan^{-1}i} = 0. \quad (3.7c)$$

根据费米子和介子的统计性质,在(3.5)(3.6)式中含有 Fermi-Dirac 分布函数的项对应于费米子的热涨落,而含有 Bose-Einstein 分布函数的项对应于介子的热涨落.因此,费米子和介子的热涨落都对顶角修正有贡献.这是我们不同于文献[9]之处.

应用(3.5)、(3.6)式容易得到  $1/N$  阶的费米子和  $\sigma$  介子的有效耦合为

$$g_{\text{eff}}(\beta) = g_{\text{eff}}(0) + \frac{2}{N} \left[ -\frac{1}{\beta M} \ln(1 - e^{-\beta m_\pi}) + \frac{1}{e^{\beta M} + 1} \frac{4}{3 \ln 3} + \frac{8}{\beta M 9 \ln^2 3} (2 - \ln 3) \ln(1 + e^{-\beta M}) \right]. \quad (3.8)$$

其中  $g_{\text{eff}}(0)$  是零温下准确到  $1/N$  阶的顶角函数.

精确到  $1/N$  阶的顶角函数为

$$\begin{aligned} i\Gamma_{\psi, \bar{\psi}, \sigma}^{(3)}(p, -p; 0) \Big|_{p^2=0} = & -i - i \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{i}{-\bar{k} + \not{p} - M}(-i) \frac{i}{-\bar{k} + \not{p} - M}(-i) \\ & \cdot \frac{2\pi}{iN} \frac{\sqrt{-k^2}}{(-k^2 + 4M^2) \tan^{-1} \sqrt{-k^2}/2M} \\ & + \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \gamma_5 \frac{i}{-\bar{k} + \not{p} - M}(-i) \frac{i}{-\bar{k} + \not{p} - M} \gamma_5 \frac{2\pi}{iN} \\ & \cdot \frac{1}{\frac{m^2}{2M} + \sqrt{-k^2} \tan^{-1} \sqrt{-k^2}/2M}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

在非相对论近似下,容易计算出有效耦合

$$g_{\text{eff}}(0) = -1 + \frac{0.18}{N}, \quad (3.10)$$

上式表明:在零温下,  $1/N$  阶对顶角耦合常数的修正很小.

由(3.8)式可知,有限温度的顶角修正来自两部分的贡献:一部分是零温下的顶角修正,这是真空的量子涨落对顶角所产生的影响;另一部分是热涨落对顶角的修正,它是经典热效应对顶角的影响.由真空的量子涨落所导致的紫外发散只存在于零温下的顶角修正,这一般可通过零温下的重整化来消除.值得指出的是当  $m_\pi=0$  时,在(3.8)式中热涨落会产生红外发散.对此,现在尚无很好的解决办法.本文利用手征对称性有小的明显破缺从而使  $\pi$  介子获得了质量;这样,就可以克服红外发散.

由(3.8)、(3.10)式,可得

$$g_{\text{eff}}(\beta) = -1 + \frac{0.18}{N} + \frac{2}{N} \left[ -\frac{1}{\beta M} \ln(1 - e^{-\beta m_\pi}) + \frac{1}{e^{\beta M} + 1} \frac{4}{3 \ln 3} + \frac{1}{\beta M} \frac{8(4 - \ln 3)}{9 \ln^2 3} \ln(1 + e^{-\beta M}) \right]. \quad (3.11)$$

其中  $M$  是温度的函数,由(2.13b)式,它可以确定为<sup>[10,6]</sup>

$$M - M_0 + \frac{2}{\beta} \ln(1 + e^{-\beta M}) = 0. \quad (3.12)$$

式中  $M_0$  表示零温下动力学破缺后费米子的质量,它与费米子对凝聚有关.通常认为  $M$  随温度的变化是由于热激发使费米子对凝聚逐渐溶解所造成的.图 2、3 给出了有效耦合  $g_{\text{eff}}(\beta)$  在不同  $M_0$  和  $m_\pi$  时随温度的变化关系.

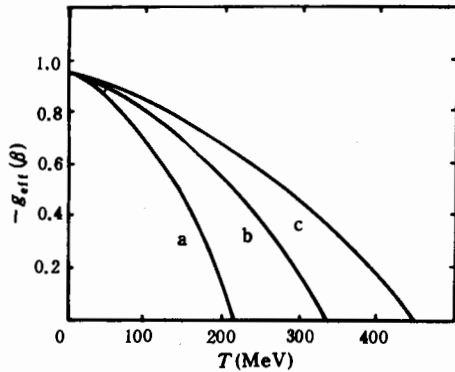


图 2 有效耦合  $g_{\text{eff}}(\beta)$  在不同费米质量下随温度的变化关系

其中  $m_\pi = 10\text{MeV}, N = 4, a: M_0 = 450\text{MeV},$   
 $b: M_0 = 75\text{MeV}, c: M_0 = 1050\text{MeV}$

由图 2、3 和(3.11)式可知:当温度升高时,  $-g_{\text{eff}}(\beta)$  逐渐减小,费米子之间的吸引相互作用逐渐减弱.当温度超过某一临界温度  $T_d(g_{\text{eff}}(\beta_d) = 0)$  时,费米子之间的吸引相互作用被热涨落所屏蔽,并呈现排斥力从而费米子对凝聚不能发生.由费米子对凝聚所导致的动力学破缺得到恢复.

由(3.11)和(3.12)式可以确定发生退耦相变的临界温度.图 4、5 给出了退耦温度  $T_d$  随  $M_0$  和  $m_\pi$  的变化关系.从图 4、5 可以看出,退耦温度随着  $M_0$  和  $m_\pi$  的增大而升高.

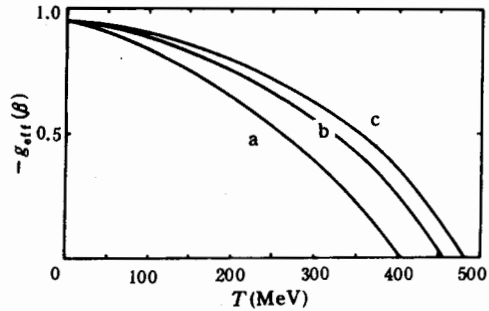


图 3 有效耦合  $g_{\text{eff}}(\beta)$  在不同  $\pi$  介子质量下随温度的变化关系

其中  $M_0 = 1000\text{MeV}, N = 4, a: m_\pi = 10\text{MeV},$   
 $b: m_\pi = 30\text{MeV} c: m_\pi = 50\text{MeV}.$

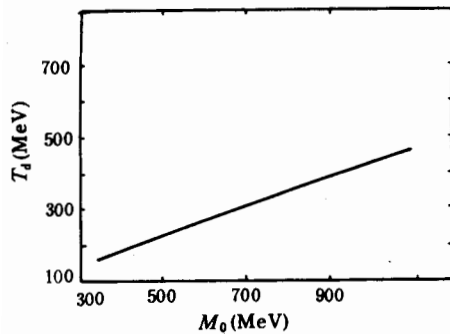


图 4 退耦温度  $T_d$  随费米质量  $M_0$  的变化  
 其中  $m_\pi = 5\text{MeV}, N = 5$

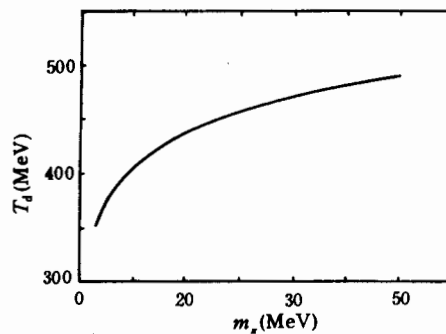


图 5 退耦温度  $T_d$  随  $\pi$  介子质量的变化关系

其中  $M_0 = 1000\text{MeV}, N = 4$

从(3.11)式可知,当  $N$  增大时,  $T_d$  将会升高,退耦温度随  $N$  的变化关系见图 6.

由(2.9a)式可知,  $1/N$  领头阶的费米子质量  $M_i$  和  $1/N$  阶的费米子质量  $M'_i$  分别为

$$M_f - m_0^{\text{ren}} = -\frac{g_{\text{ren}}^2}{N} \langle \bar{\psi}\psi \rangle_\beta. \quad (3.13)$$

$$M'_f - m_0^{\text{ren}} = g_{\text{eff}}(\beta) \frac{g_{\text{ren}}^2}{N} \langle \bar{\psi}\psi \rangle_\beta. \quad (3.14)$$

图7给出了  $M_f - m_0^{\text{ren}}$  和  $M'_f - m_0^{\text{ren}}$  随温度的变化曲线. 它表明: (i) 当  $T < T_d$  时,  $M_f$  远大于  $m_\pi$ . 这说明在计算顶角修正时, 将小破缺项忽略是合理的近似. (ii) 温度对顶角的修正而引起的费米子质量的改变很大, 不能忽略.

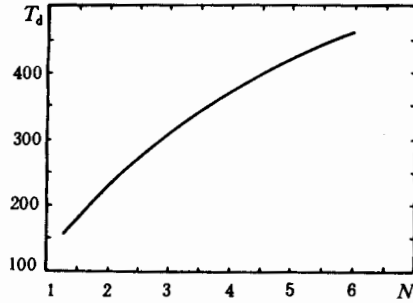


图6 退耦温度  $T_d$  随  $N$  的变化关系

其中  $M_0 = 1000 \text{ MeV}$ ,  $m_\pi = 5 \text{ MeV}$

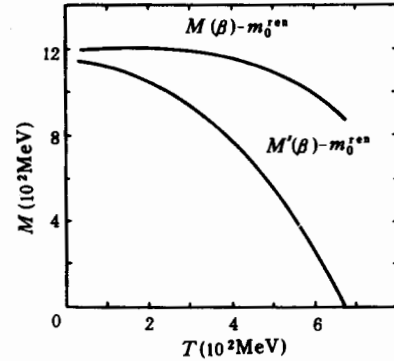


图7 在领头阶和  $1/N$  阶费米子质量随温度的变化关系

其中  $m_\pi = 5 \text{ MeV}$ ,  $M_0 = 600 \text{ MeV}$ ,  $N = 4$

应该指出: 这里所讨论的动力学破缺的恢复与一般在平均场近似下或  $1/N$  领头阶所讨论的动力学破缺的恢复有着不同的物理机制. 后者是考虑热涨落激发了凝聚着的费米子对, 使费米子对凝聚逐渐溶解. 通过计算有限温度下费米子对凝聚  $\langle \bar{\psi}\psi \rangle_\beta$  以及对费米子质量的影响来确定相变温度. 本文讨论了热效应对费米子之间相互作用的影响, 其中也包含了费米子对凝聚的热激发效应(这表现在  $M$  是温度的函数). 正是基于对产生动力学破缺的动力学考察, 我们得出在高于退耦温度  $T_d$  时, 动力学破缺得到了恢复.

虽然在计算顶角修正时, 采用了一些近似, 但所得结论在定性上是成立的.

#### 四、小 结

本文利用含复合场的手征 Ward-Takahashi 恒等式所得到的质量谱, 计算了在有限温度下费米子与  $\sigma$  介子的耦合在  $1/N$  阶的顶角修正, 讨论了发生退耦相变的临界温度随费米子质量和  $\pi$  介子质量的变化关系以及  $1/N$  阶对费米子质量的修正. 结果表明: 随着费米子质量和  $\pi$  介子质量的增大, 退耦相变的临界温度逐渐升高; 在有限温度下,  $1/N$  阶的顶角修正对费米子质量的影响很大.



### 参 考 文 献

- [ 1 ] E. V. Shuryak, *Phys. Rep.* , **115**(1984), 151.
- [ 2 ] D. Ebert and H. Reihardt, *Nucl. Phys.* , **B271**(1986), 188;  
A. Dhar, R. Shanker and S. R. Wadia, *Phys. Rev.* , **D31**(1986), 3256.
- [ 3 ] K. Shizuya, *Phys. Rev.* , **D21**(1980), 2327;  
B. Rosenstein, B. J. Warr and S. H. Park, *Phys. Rev. Lett.* , **62**(1989), 1433.
- [ 4 ] 沈 坤、裘忠平, 高能物理与核物理, **16**(1992), 29;  
Shen Kun and Qiu Zhongping, *Journal of Physics. G.* , **18**(1992), 745
- [ 5 ] D. J. Gross and A. Neveu, *Phys. Rev.* , **D10**(1974), 3235.
- [ 6 ] 沈 坤、裘忠平, 高能物理与核物理, **17**(1993), 208.
- [ 7 ] B. Rosenstein, B. J. Warr and S. H. Park, *Phys. Lett.* **B219**(1989), 469;  
B. Rosenstein and B. J. Warr, *Phys. Lett.* , **B218**(1989), 465.
- [ 8 ] C. W. Bernard, *Phys. Rev.* , **D9**(1974), 3312; L. Dolan and R. Jackiw, *Phys. Rev.* , **D9**(1974), 3320.
- [ 9 ] 郑国桐、苏汝铿, 高能物理与核物理, **15**(1991), 689.
- [ 10 ] B. Rosenstein, B. J. Warr and S. H. Park, *Phys. Rev.* , **D39**(1989), 3088.

## Vertex Correction at Finite Temperature and Decoupling Transition in (2+1) Dimensional Chiral Gross-Neveu Model

SHEN KUN QIU ZHONGPING

(Institute of Particle Physics, Hua-Zhong Normal University, Wuhan 430070)

### ABSTRACT

With the aid of imaginary time temperature field theory and fermion mass spectrum derived from Ward-Takahashi identities with composite fields, the vertex correction among fermions and  $\sigma$  meson is calculated beyond the leading order in  $1/N$  expansion, and the change of vertex function with temperature and decoupling transition are discussed in (2+1) dimensional chiral Gross-Neveu model. It turns out that the critical temperature of decoupling transition arises with increasing fermion mass and  $\pi$  meson mass at zero temperature; the vertex correction resulting from thermal fluctuation will affect the fermion dynamical mass and cannot be ignored at finite temperature.