

热核对称三分裂形状与位势

戴光曦

(中国科学院近代物理研究所, 兰州 730000)

摘 要

本文提出用球余加类三叶线回转体的几何形状来描述热核从球到对称三分裂断点的形变过程, 其中仅用了一个形变参数。基于液滴模型, 计算该形状锐边下的相对库仑势和表面势, 从而给出三分裂核裂变集体势, 鞍点形状与位垒高度, 断点的裂片总动能等。同时还计算出在形变过程中每一裂片质心的变化和新生裂片的形变能。并考虑到表面能系数对温度的依赖性, 将会降低热核三裂位垒高度, 增加过垒几率。最后将本计算结果与以往类似计算进行了比较。

一、前 言

自裂变或低激发态裂变中的对称三分裂或三裂片质量大致相等的事件是很稀有的。早年我国核物理先驱钱三强与何泽慧教授曾观测到这类事件^[1]。W. J. Swiatecki^[2]指出在核的可裂变参数 $x > 0.44$ 时, 三分裂(下简称三裂)在能量上是可能的; 而在 $x \geq 0.611$ 后, 三裂会比二裂释放更多的能量。但是近年来测出 ^{252}Cf 的三裂与二裂的几率比 P_{32} 很小, 其上限才有 8×10^{-8} 量级^[3]。这反映出三裂位垒比二裂的高得多。

但实验表明, 高激发态裂变核有较高的 P_{32} 值。如用 230—380 MeV 的 ^{40}Ar 轰击 ^{197}Au 、 ^{208}Pb 、 ^{232}Tn 和 ^{238}U 等靶, 测到 P_{32} 随复核的激发能和 Z^2/A 值呈指数上升, 最高时可达 3%^[4]。

对三裂位势的计算, 第一步是作锐边界下液滴势的计算。H. Diehl 等人^[5]提出了三裂的两种形状模式: 扁椭球形变和带有两个脖子的长椭球形变。他们算出的长椭球形变比扁的位垒低得多, 重核时为二裂位垒的 3 倍。在此我们涉及的是瞬发三裂, 所以长椭球形变在断点时, 中间裂片将获得很小动能, 因而解释不了三裂时两裂片夹角约为 120° 的实验结果^[4]。

本工作提出一种更为简洁实用的对称三裂形状, 它与 H. Diehl 等人提出的扁椭球形变相类似。在液滴模型框架下, 对锐边情况算出库仑势与表面势。这就给出了三裂裂片总动能和新生裂片的形变能, 以及各种核在鞍点处的位垒与形变形状。同时将计算的各种物理量与级联两次二裂构成一个三裂的情况作了比较, 以考查所提形状的合理性。最后算了 ^{238}U 的裂变势并和文献[5]相应的三裂扁椭球势作了比较。

的确,本文计算的三裂势垒偏高,而高激发态的热核实验中出现的 P_{32} 值并不太小。这一方面是高激发态时集体运动动能较高,另一方面是热核表面张力系数随核温度增高而降低造成的。本文引入表面能系数的温度依赖因子,从而使热核的三裂位垒大为降低,鞍点形变减小。

二、核三分裂的几何描述

通过与裂变实验数据的比较^[6]和对四次剖面方程曲线回转体的变分计算^[7],证明具有锐边的卡西尼亚(Cassinian)卵形体^[8]是二裂形状的良好近似。在此启发下,本文提出三裂形状剖面类似卵形线的类三叶线;在极坐标下,矢径 ρ 满足

$$\rho^n = \delta \cos 3\theta + \sqrt{1 - \delta^2 \sin^2 3\theta}, \quad (1)$$

式中形变参数 δ 从零变到 1 时,使(1)式从圆变到类三叶线(断点)。式中 n 是径向减缩因子,本文计算了 $n = 2$ 和 3 的情况,并以 2 为主。

为了使(1)式的曲线形成一个三维体积,将曲线的中心区看成一个球余,曲线伸出的三个突起看成是三叶线的三个分支各自绕本身对称轴转动而形成的回转体(见图 1)。在 $\delta = 1$ 断点时,球余消失而剩下三个回转对称的裂片。

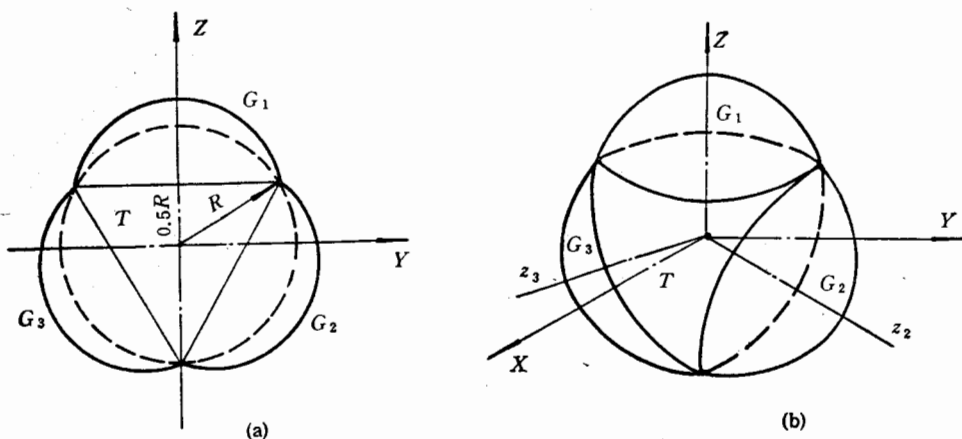


图 1 本文提出的对称三分裂形状

(a) 在 $x-y$ 平面投影图, (b) 立体透视图. T 为球余, G_i 为类三叶线单支回转体

从图 1 可见,半径为 $\rho_0 = (1 - \delta)^{1/n}$ 的球去掉高度为 0.590 的三个球冠而成球余。在球余的三个圆形切口上分别将三叶线一支的回转体装上,就构成我们的三裂形变形状,简称 SRRL 形状。

SRRL 的体积 V 和表面积 S 可用下式表达:

$$V(\delta, n) = \frac{17}{24} \pi (1 - \delta)^{3/n} + 3\pi \int_0^{\theta_0} \rho^3 \sin^2 \theta_1 \left[\frac{3\delta \sin 3\theta \cos \theta}{n \sqrt{1 - \delta^2 \sin^2 3\theta}} + \sin \theta \right] d\theta, \quad (2)$$

$$S(\delta, n) = n(1 - \delta)^{2/n} + 6\pi \int_0^{\theta_0} \rho^2 \sin \theta \sqrt{\frac{1 + \delta^2 \sin^2 3\theta \left(1 - \frac{9}{n^2} - 1\right)}{1 - \delta^2 \sin^2 3\theta}} d\theta, \quad (3)$$

式中 $\theta_0 = \pi/3$, 但在 $\delta = 1$ 时为 $\pi/6$. 从(2)式可以得出体积守恒因子 $f_v(\delta, n)$, 它为:

$$f_v(\delta, n) = [V_0/V(\delta, n)]^{1/3}, \quad (4)$$

式中 $V_0 = \frac{4}{3}\pi a_0^3$. 对于质量数为 A 的核, 其半径 a_0 等于 $1.2249 A^{1/3}$ fm, 则上述矢径 ρ 的单位为 a_0 , 它等于 $f_v(\delta, n)a_0$.

在(2)与(3)式中第一项是球余的贡献, 第二项是三个叶线回转体的贡献. 不难看出, 在 δ 从 0 变到 1 时, 球余逐渐缩小到零, 同时叶线体逐渐变大, 到断点成为三个体积各为总体积三分之一的新生裂片.

计算图 1 中呈 120° 对称的三块中的一块的质心, 给出了该质心距原点的距离 Z_c 随 δ 的变化:

$$Z_c(\delta, n) = \left(\frac{z_i + z_g}{V_0/3}\right) f_v^4(\delta, n), \quad (5)$$

式中 z_i 与 $1/3$ 球余相关, z_g 与叶线体有关:

$$z_g = \pi \int_0^{\theta_0} \rho^4 \sin^2 \theta \cos \theta \left(\frac{3}{n} \frac{\delta \cos \theta \sin 3\theta}{\sqrt{1 - \delta^2 \sin^2 3\theta}} + \sin \theta \right) d\theta, \quad (6)$$

$$z_i = \int_0^{0.590} [(\pi - 2\varphi)(\rho_0^2 - z^2) + 2z \sqrt{3\rho_0^2 - 12z^2}] z dz, \quad (7)$$

式中

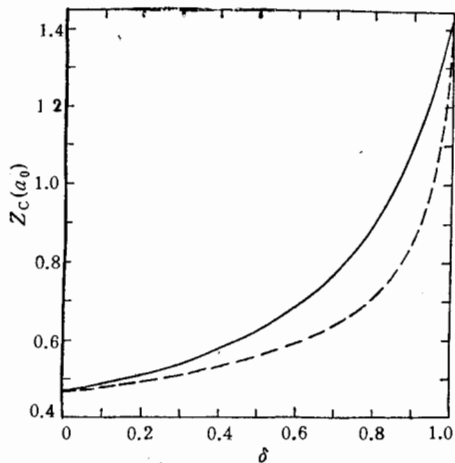


图 2 三裂中的一支体积的 $Z_c(\delta, n)$ 随形变参数 δ 变化的函数曲线;

— $n = 2$; --- $n = 3$

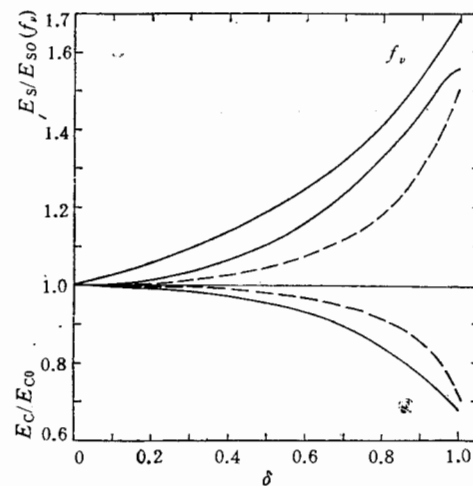


图 3 在本文 SRRL 形状下计算出的相对库仑势 E_c/E_{c0} (下面两条曲线)和相对表面势 E_s/E_{s0} (上面两条)以及 $n = 2$ 时的体积守恒因子 $f_v(\delta, n = 2)$ (最上一条曲线).

— $n = 2$; --- $n = 3$

$$\varphi = \arcsin [\sqrt{(\rho_0^2 - 4z^2)/(\rho_0^2 - z^2)}], \quad (8)$$

$Z_c(\delta, n)$ 的计算结果显示在图 2 中, 表面积的计算结果可参看图 3 的 E_s/E_{s0} 曲线, 因 $S/S_0 = E_s/E_{s0}$.

在 $n = 2$ 时我们将上述计算结果与二裂的结果^[9]作一比较. 这时三裂在断点处的 f_s, Z_c 和 S/S_0 分别为 1.687、1.424 a_0 和 1.5575; 相应的二裂值分别为 1.4816、1.2046 a_0 和 1.2859. 其中显著增加的是 S/S_0 , 即新生裂片对于三裂时形变大; 这是由于三裂片受到必然“挤”在一平面上的几何制约所造成的. 这时新生裂片的长短轴比达到 2:1, 形变能为其球形表面能的 11.6% (二裂时仅为 2.6%). 另外, 从球变形到断点, 三裂的每一裂片质心移动值 ΔZ_c 为 0.96 a_0 , 比二裂时的相应值 0.83 a_0 要大一些. 考虑到三裂每个裂片比二裂的轻, 多移动一些也是合理的.

增加指数 n 的值, 可使形变朝中心压缩. 为此对 $n = 3$ 也作了计算. 从图 2 与图 3 可见, 此时断点得到的 $Z_c, \Delta Z_c$ 和 S/S_0 分别为 1.346 a_0 、0.88 a_0 和 1.5017. 这时新生裂片形变减小, 但质心移动太小致使裂变位垒升高太多 (见后面的计算). 我们在此保留 n , 为的是可以调节, 以便给出最佳形变, 这时应使位垒尽可能低一些但又能保持合理的断点形状.

三、三分裂位势和它对核温度的依赖性

对 SRRL 形状作库仑势计算, 得到相对库仑势 $B_c(\delta, n) = E_c(\delta, n)/E_{c0}$, 在此 E_{c0} 是球库仑势. 结合 $B_s(\delta, n) = E_s(\delta, n)/E_{s0}$, 则可以算出具体核锐边下的三裂位势得到裂变势垒、鞍点形状和断点的库仑能即裂片总动能来.

在积分计算 $B_c(\delta, n)$ 时, 考虑到 SRRL 形状对 120° 的对称性和对 $Z-Y$ 平面 (见图 1) 的对称性可以节约计算机的 CPU 时间. 如算出总体积的 $1/3$ 分支的库仑能 B_{d1} 和它与邻近 $1/3$ 分支间的互作用库仑能 B_{d2} , 则总库仑势 $B_c = 3(B_{d1} + B_{d2})$. 在计算 B_{d1} 时, 用穿过原点的两个平面 ZY 与 ZX , 把这 $1/3$ 分支体积切成 4 块, 每块外沿端属于三叶体 v_3 , 而内端中心区属于球余部分 v_1 . 在这 8 个小块中, 只需算出 v_1 与 v_3 的库仑能和它们与相邻诸块的互作用库仑能, 就可以按对称性相加而得到 B_{d1} . B_{d2} 与 B_{d1} 计算相似, 仅将积分动点用 120° 转动变换, 变到另一个 $1/3$ 分支中去即可. 这样由于 $v_1 + v_3$ 仅为全部体积的 $1/12$, 所以用高斯积分易于达到要求的精度, 可用球 ($\delta = 0$) 作为验算点. 本计算精度在万分之五以内.

在 SRRL 断点 ($\delta = 1$) 计算出的 $3B_{d2}$ 就是三裂平均总动能 TKE. 在 $n = 2$ 时, 对称三裂的 TKE 可表示成:

$$(TKE)_{\text{STF}} = 0.165 \frac{Z^2}{A^{1/3}} [\text{MeV}]. \quad (9)$$

它与二分裂的差别在于系数值, 二裂时该系数为 0.1240. (8) 式提供一个与实验测量值作比较的 TKE 值, 从而可对 SRRL 形状进行检验. 在表 1 中列出对称三裂与二裂的 TKE 值和新生裂片的形变能 DE_s . 如果简单地假定断点时裂片电荷集中在 Z_c 位置

表 1 对称三分裂与二分裂的裂片总动能 TKE 和新生裂片形变能的比较

TKE/ E_{C_0}	三分裂			二分裂
	0.2335	0.245	0.254*	0.1780
n	2	3	/	/
$DE_s/E_{s_0}(\%)$ (在断点)	11.6	5.95	2.6	2.6

* 一两次相继二裂变算出的数值
 DE_s —断点一裂片表面能和其球表面能 E_{s_0} 之差

表 2 三分裂鞍点位垒 B (MeV 单位) 和形变参数 δ_s 对不同核温度 T 和各类核的数值

核素	^{197}Au		^{209}Bi		^{239}U		^{252}Cf	
	δ_s	B	δ_s	B	δ_s	B	δ_s	B
$T(\text{MeV}) = 0$.95	83.21	.95	78.68	.95	57.97	.85	45.01
0.5	.95	66.55	.95	61.59	.85	41.82	.80	31.70
1.0	.95	50.39	.90	45.27	.80	29.26	.70	21.45
1.5	.90	35.94	.85	31.93	.75	19.56	.65	13.78
2.0	.80	24.72	.75	21.57	.65	12.41	.55	8.00
2.5	.70	16.12	.70	13.92	.55	7.08	.50	4.02
3.0	.65	10.00	.60	8.28	.50	3.42	.40	1.41
3.5	.55	5.49	.55	4.28	.40	1.10	/	/
4.0	.45	2.46	.45	1.70	/	/	/	/
4.5	.35	0.63	.30	0.20	/	/	/	/

上,则算出的 TKE 值将偏小,使(9)式的系数为0.159。这由于断点时三裂片在空间的辐角分布增加了互作用库仑能。

为了与文献 [5] 工作中的扁椭球计算进行比较,在图 4 中显示了我们算出的 ^{238}X 核的三裂势垒能曲线。从图可见其位垒高度为 22.9 MeV,鞍点时两裂片质心间距为 10.9 fm;而文献 [5] 工作计算的相应值分别为 55 MeV 和 10 fm。从这可以看出 SRRL 形状比扁椭球形状的位垒要低一倍多,是更为优胜的形状。

计算出从 ^{197}Au 到 ^{252}Cf 等四种核的三裂势垒 B 和鞍点对应的形状参数 δ_s 均列在表 2 的 $T = 0$ 的一行中。可以看到这时对 ^{239}U , 势垒比二裂的 5.8 MeV, 要高出 10 倍。但随着核变轻,高出倍数将减小。所以应当考虑核表面自由能随核温度 T 增加而减弱的效应。在文献 [9] 的工作中使用核表面能系数的温度因子为

$$[1 - (T/T_c)]^2,$$

T_c 为无穷核质的临界温度,它为 17.22 MeV。仿照文献 [9],我们将裂变势垒表示成

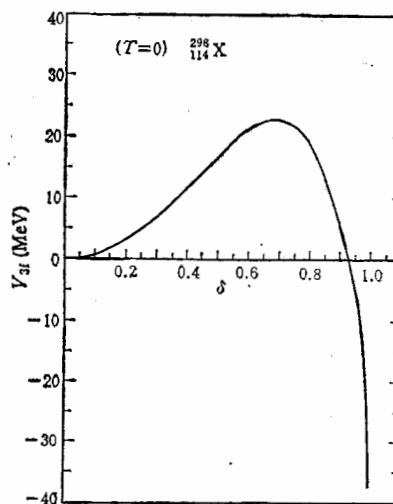


图 4 以 SRRL 形状计算 $^{238}_{114}\text{X}$ 核的对称三裂位势 V_{3f} 与形变参数 δ 的关系,在此 $n = 2$

$$V(\delta, T) = E_{c_0} + E_{s_0} - E_c - E_s [1 - (T/T_c)]^2, \quad (10)$$

来计算具有不同核温度 T 的势垒, 并列入表 2 中. 从表 2 可见, 在 $T = 2.5\text{MeV}$ 时, 三裂势垒降到近于二裂零温度时的值. 除位垒下降外, 鞍点内缩. 如 ^{197}Au , 在 $T = 4.5\text{MeV}$ 时, $\delta_s = 0.35$, 已接近于球形; 这时鞍点形状的突起与凹进的矢径比仅为 0.69. 鞍点内缩对应于热核三裂的速率加快.

四、结 束 语

本文提出单参数的对称三裂形状并计算锐边界的液滴势. 计算结果表明, TKE 值和相继二裂算出的 TKE 值大致相等, 证明该形状至少在断点是合理的. 在鞍点上与扁椭球三裂形状作了比较, 表明 SRRL 形状是优胜的. 进一步要使三裂势成为实用的, 还需在拟合实验的基础上对 n 进行调整, 然后考虑弥散边界的修正, 例如用双折叠势加指数势对 SRRL 形状积分等.

为了解释 P_{32} 值随核温度增加而增加的实验事实, 本文提出简单加入温度因子的方法, 以减小势垒高度. P_{32} 不仅决定于势垒, 也决定于核的集体运动的激发能和集体运动与热运动耦合的耗散效应. 但是势垒降低对三裂几率的增加是有重要意义的.

参 考 文 献

- [1] 金今和张云鄂, 中国大百科全书, 物理学, II 卷, 853 页, (1987.7).
- [2] W. J. Swiatecki, et al., Second UN Intern. Conf. on the Peaceful Uses of Atomic Energy (Geneva, 1958) vol. 15, p. 248.
- [3] P. Schall, P. Heeg, et al., *Phys. Lett.*, **191**(1987), 339.
- [4] V. P. Perehygin, et al., *Nucl. Phys.*, **A127**(1969), 577.
- [5] H. Diehl and W. Greiner, *Nucl. Phys.*, **A229**(1974), 29.
- [6] 戴光曦, 刘希明和刘国兴, 高能物理与核物理, **11**(1987), 515. G. Dai, X. Liu and G. Liu, *Chinese Phys.*, **8**(1988), 427.
- [7] 戴光曦和李伟生, 高能物理与核物理, **12**(1988), 669. Dai Guangxi and Li Weisheng, *High Energ. Phys and Nucl. Phys.*, **12**(1988)399.
- [8] V.S. Stavinsky, et al., *Nucl. Phys.(USSR)*, **71**(1968), 1051.
- [9] S. Levit, *Nucl. Phys.*, **A437**(1985), 426.

The Shape and Potential of Hot Nuclei in Symmetry Ternary Fission

DAI GUANGXI

(*Institute of Modern Physics, Academia Sinica, Lanzhou 730000*)

ABSTRACT

A symmetry ternary fission (STF) shape with a spherical residue plus 3 rose-leaf-like rotating bodies (SRRL) has been proposed to describe the large deformation process from sphere to scission point with one deformation parameter. By LDM, the relative Coulomb and surface potential with sharp surface have been calculated; as a example in several nuclei we present STF collective potentials, from which the shape and barrier height in saddle point and TKE determined by coulomb energy in scission are given. Also the shift of C.M. for each pre-fragment in STF process and the deformation energy for new born fragment are obtained.

Considering the dependence of nuclear surface tension on nuclear temperature, the STF barrier height for hot nuclei would be decreased and then the STF probabilities over the barrier would increase too.

The calculated results in the SRRL have been compared with previous results by oblate shape model.