

强子-强子核相互作用的参数化模型

范晓龄 张春生

(中国科学院高能物理研究所,北京 100039)

摘要

对 ISR 和 Sp̄S 非弹性过程横快度分布的实验数据进行最佳参数拟合直至其最高能量 $\sqrt{s} = 900 \text{ GeV}$, 假定次级粒子多重数分布近似遵循 KNO Scaling, 横动量近似遵循指数分布, 构造了一个适合于分析乳胶室实验结果的强子-强子核相互作用的参数化模型。

一、引言

利用高山乳胶室 (MEC) 实验来研究 10^{14} — 10^{17} eV 能区高能宇宙线粒子与空气核的相互作用已有许多年的历史, 但迄今为止, 在许多基本问题上, 如初级宇宙线的化学成分, 碎裂区 Feynman Scaling 是否破坏等, 各实验组仍然未取得一致的结论^[1-3]。

强子多重产生是高能宇宙线粒子在大气中传播的基本过程之一。早期的高多重数 CKP 模型^[4], Feynman Scaling 模型^[5], 以及近期的 W-W 模型^[6], SQI 模型^[7], P-MJ 模型^[8], D-ND 模型^[9]及 SD-SH 模型^[10]等, 它们均从核作用的具体机制出发, 从不同的角度, 用不同的方法对高能宇宙线粒子与空气核相互作用的强子多重产生过程进行描述。由于各实验组采用的强子多重产生模型差异较大, 各个模型中不确定的因素甚多, 计算过程复杂, 加之初级宇宙线成分的不确定性与实验数据的精确度不够, 很难给各种模型以严格的检验, 因而各实验组在将实验数据和计算结果进行比较时, 很难得出一致的结果。

我们不去考虑具体的强子-强子核相互作用机制, 而对 ISR 和 Sp̄S 非弹性过程横快度分布的实验数据进行最佳参数拟合直至其最高能量 $\sqrt{s} = 900 \text{ GeV}$, 假定次级粒子的横动量近似遵循指数分布, 次级粒子多重数近似遵循 KNO Scaling, 并按加速器能区的经验规律外推到超高能区, 构造了一个适合于分析乳胶室实验的强子-强子核相互作用参数化模型。该模型不确定参量少, 计算过程简单, 能以较高的精度再现加速器能区强子相互作用的平均行为, 是乳胶室实验中研究强子-强子核相互作用的一个有用的工具。

二、参数化模型的基本假定和构造

1. 次级粒子的横向动量分布

加速器实验给出, 在低能区, 次级粒子横向动量 p_t 近似遵循指数分布 $e^{-\alpha p_t}$ (α 为常

数),随着能量的增高, jet 产生的截面增大, 大 p_t 部分增长^[11]。由于来自 jet 的次级粒子一般出现在中心区, 出现在碎裂区的几率很小, 而乳胶室实验所记录的次级粒子绝大部分来自碎裂区, 因此对乳胶室实验而言, 可以认为次级粒子横向动量近似地遵循指数分布, 即:

$$f(p_t) dp_t \propto p_t e^{-\alpha p_t} dp_t,$$

其中 $\alpha = \frac{2 \text{ GeV}}{\langle p_t \rangle}$ 。对于次级粒子的平均横向动量 $\langle p_t \rangle$, 我们做如下考虑:

UA7 实验组最近在 CERN $p\bar{p}$ 对撞机上采用 Si 量能器, 在质心系能量 $\sqrt{s} = 630 \text{ GeV}$ 时, 对快度区间 $5 < Y < 7$ 范围内由 $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ 产生的 γ 光子的 $E_\gamma, p_{t\gamma}$ 进行了观测^[12]。实验结果表明, 碎裂区 Feynman Scaling 是近似成立的。UA7 另一个重要的

实验结果是次级粒子的平均横向动量 $\langle p_t \rangle$ 在碎裂区剧烈下降(实际上, 在 ISR 能区也有类似的趋势), 如图 1 所示。对 ISR 到 SpPS 的 $\langle p_t \rangle$ 实验结果进行最佳参数拟合可得:

$$\langle p_t \rangle = p_0 (1 - e^{-B(Y_{lab} - Y_0)}) \text{ MeV}/c,$$

其中,

$$Y_0 = -1.05 + 0.06 \ln \sqrt{s};$$

$$B = 1.59 - 0.12 \ln \sqrt{s};$$

$$p_0 = 175.65 + 36.36 \ln \sqrt{s} \text{ MeV}/c.$$

这个拟合公式反映了平均横向动量的两大特征, 一是平均横向动量在碎裂区的快速下降, 二是平均横向动量在中心区随能量上升。从图 1 可以看到, 该拟合公式相当好地描述了 $\langle p_t \rangle$ 随 Y_{lab} 的变化。

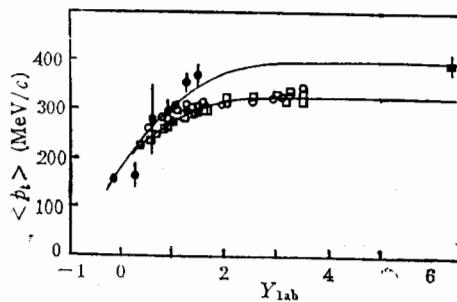


图 1 $\langle p_t \rangle$ 随 Y_{lab} 的变化

○: ISR π^+ ; □: ISR π^- , ●: UA7 π^0 ,
■: UA2 $\frac{\pi^+ + \pi^-}{2}$

快度下降, 二是平均横向动量在中心区随能量上升。从图 1 可以看到, 该拟合公式相当好地描述了 $\langle p_t \rangle$ 随 Y_{lab} 的变化。

2. 次级粒子快度分布

次级粒子的不变截面可表示为:

$$\begin{aligned} E \frac{d^3\sigma}{d^3p} &= \frac{E}{2\pi p_t} \cdot \frac{d^2\sigma}{dp_{||} \cdot dp_t} \\ &= \frac{1}{2\pi p_t} \sqrt{1 + \left(\frac{m}{p_t \cosh \eta}\right)^2} \frac{d^2\sigma}{d\eta \cdot dp_t}, \end{aligned}$$

设:

$$\frac{1}{\sigma} \frac{d^2\sigma}{d\eta \cdot dp_t} = \varphi(\eta, p_t, S) \cdot g(p_t, S),$$

由次级粒子的横向动量近似遵循指数分布, 可设:

$$g(p_t, S) = \frac{p_t}{P_0^2} e^{-\frac{p_t}{P_0}},$$

其中 P_0 为常数。对 ISR 和 SpPS 质心系能量 $\sqrt{s} = 53, 200, 540, 630, 900 \text{ GeV}$ 非弹

性过程次级粒子产额分布的实验数据进行最佳参数拟合, 选择 $\varphi(\eta, p_t, S)$ 的形式为:

$$\varphi(\eta, p_t, S) = a(1 + b\eta)/[1 + e^{\frac{\eta - \eta_0}{\delta}}].$$

拟合后得到:

$$a = 0.45 z^{c_1} \ln \sqrt{S} \left\{ 1 - \exp \left[1.6 \left(\frac{53}{\sqrt{S}} \right)^{0.1} (\eta - \eta_{\max}) \right] \right\}^{3.0};$$

$$b = 0.147;$$

$$\eta_0 = 1.24 (\ln \sqrt{S})^{0.6} \cdot z^{c_2};$$

$$\eta_{\max} = \ln \frac{\sqrt{S}}{p_t};$$

$$\delta = 0.29 (\ln \sqrt{S})^{0.7},$$

其中 $z = \frac{n}{\langle n \rangle}$, n 、 $\langle n \rangle$ 分别为荷电次级粒子多重数与荷电次级粒子平均多重数, c_1 、 c_2 为待定参数。由于目前加速器实验只给出了 NSD (非单衍) 过程次级粒子产额分布随多重数变化的实验数据, 而没有非弹过程的实验数据, 我们假定非弹过程产额分布随 z 的变化趋势与 NSD 一致。对 $\sqrt{S} = 900 \text{ GeV}$, 用与非弹过程相同的函数形式对 NSD 过程产额分布随 z 的变化进行拟合, 可得 $c_1 = 1.22$, $c_2 = -0.27$ 。图 2 为非弹过程产额分布拟合函数与实验数据^[13,14]的比较。图 3 为 NSD 过程不同荷电次级粒子多重数区间产额分布拟合函数与实验数据^[13]的比较。

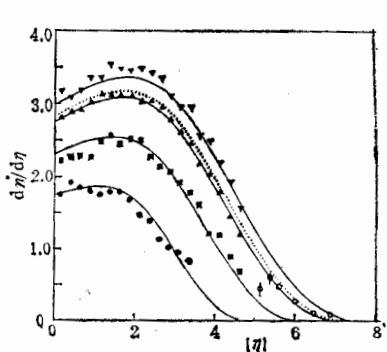


图 2 非弹过程产额分布拟合函数与实验数据的比较

▼: $\sqrt{S} = 900 \text{ GeV}$, ▲: $\sqrt{S} = 540 \text{ GeV}$,
■: $\sqrt{S} = 200 \text{ GeV}$, ●: $\sqrt{S} = 53 \text{ GeV}$,
○: $\sqrt{S} = 630 \text{ GeV}$

实线和点线分别为相应能量下的拟合函数

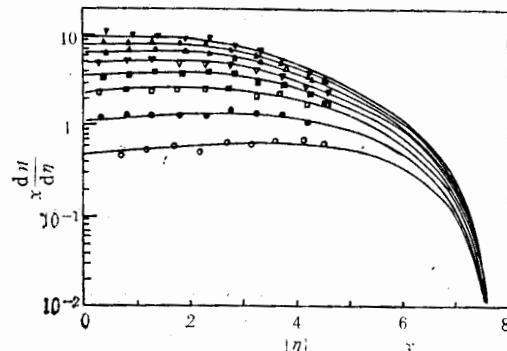


图 3 $\sqrt{S} = 900 \text{ GeV}$ 时 NSD 过程不同荷电次级粒子多重数区间产额分布拟合函数与实验数据的比较

○: $n_{ch} < 10$, ●: 12-20, □: 22-30, ■: 32-40,
△: 42-50, ▲: 52-60, ▲: 62-70, ▼: 72-80

3. 次级粒子多重数的分布

加速器实验给出, 随着能量的增加, jet 产生的截面增大, 高多重数事例的份额有所增长, KNO Scaling 破坏^[13]。对于高多重数事例, 次级粒子集中于中心区^[15], 而乳胶室

实验只对来自碎裂区的次级粒子进行有效的记录,因此在乳胶室实验的模拟计算中,可不考虑偏离 KNO Scaling 的高多重数尾部,而假定次级粒子多重数分布近似遵循 KNO Scaling。非弹过程的平均带电次级粒子多重数取 UA5 的结果^[16]:

$$\langle n \rangle_{ch} = a + b \ln S + c \ln^2 S,$$

其中,

$$a = 0.88, b = 0.44, c = 0.118.$$

4. 参数化模型的构造

基于以上三点,构造了强子-强子核相互作用的参数化模型。设入射粒子实验室系的能量为 E_0 ,对一次强子-强子核相互作用,与通常模拟计算所不同的是,参数化模型先对次级粒子多重数抽样,再依次对次级粒子的赝快度和横动量抽样,由次级粒子的横动量和

赝快度值,计算出次级粒子的能量。如次级粒子实验室系能量之和 $\sum E_i > E_0$,则对该强子多重产生过程重新抽样,直到满足 $\sum E_i \leq E_0$ 。将余下的能量 $E_L = E_0 - \sum E_i$ 归于领头粒子(其出射方位角由横动量守恒决定),由此定出强子-强子核相互作用的非弹性度。在对次级粒子抽样过程中,由于 $\sum E_i \leq E_0$ 的限制而损失了一部分高多重数事例,对次级粒子多重数抽样函数的参数做适当的调整,以保证抽样后所得的次级粒子多重数分布遵循 KNO Scaling。参数化模型可给出强子多重产生非弹性过程任意物理量的分布。

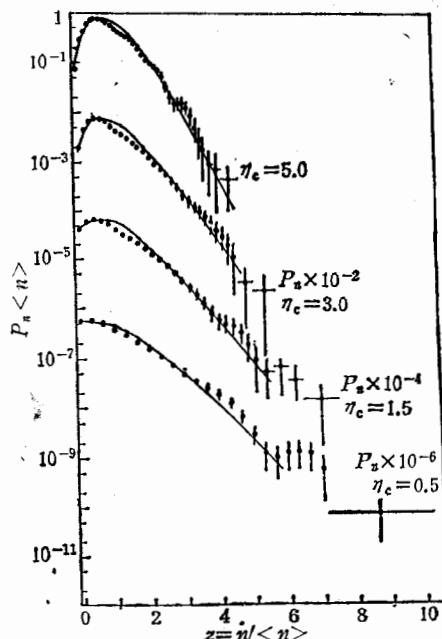


图 4 $\sqrt{S} = 540 \text{ GeV}$ 时在不同赝快度窗口 η_c 中的荷电多重数分布 $|\eta| < \eta_c = 5.0, 3.0, 1.5, 0.5$, 曲线为参数化模型的结果

不同赝快度窗口 η_c 的荷电多重数分布,并与 $\sqrt{S} = 540 \text{ GeV}$ 时的实验数据^[17]进行了比较,如图 4 所示。

2. Feynman 变量 ($x = \frac{2p_T^*}{\sqrt{S}}$) 的分布

a) x 分布与 ISR 实验数据的比较

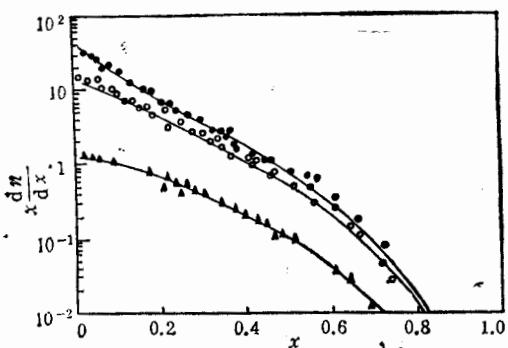
图 5 为参数化模型给出的 x 分布与 ISR 实验数据^[18]的比较。可以看到在 $p_t = 0.2$

三、参数化模型的特点与检验

1. 不同赝快度窗口下的次级粒子多重数分布

作为对参数化模型的检验,分析了

不同赝快度窗口 η_c 的荷电多重数分布,并与 $\sqrt{S} = 540 \text{ GeV}$ 时的实验数据^[17] 进行了比较,如图 4 所示。

图 5 x 分布与 ISR 实验数据的比较

●: $p_t = 0.2 \text{ GeV}/c$, ○: $p_t = 0.4 \text{ GeV}/c$,
▲: $p_t = 0.8 \text{ GeV}/c$

$\text{GeV}/c, 0.4 \text{ GeV}/c, 0.8 \text{ GeV}/c$ 时, 参数化模型非常好地再现了 ISR 的实验数据.

b) 碎裂区 x 变量的 Scaling 行为

Pamir 和 Fuji 实验组习惯于用 R_s 来表征碎裂区 x 变量 Scaling 破坏的程度, R_s 定义为:

$$R_s = \frac{\left[x \frac{dn}{dx} (E_0 = 10^{12} \text{ eV}) \right]_{x=0.3}}{\left[x \frac{dn}{dx} (E_0 = 10^{16} \text{ eV}) \right]_{x=0.3}}.$$

一般认为, $R_s = 1$, Scaling 成立; $R_s \lesssim 2.0$, Scaling 轻度破坏或称准 Scaling; $R_s \gtrsim 5$, Scaling 强烈破坏。参数化模型的 $R_s \approx 2.0$, 所以对 x 变量来说, 参数化模型为准 Scaling 模型。图 6 给出了 $\sqrt{S} = 53 \text{ GeV}$ 与 $\sqrt{S} = 5000 \text{ GeV}$ 时次级粒子的 x 分布。

c) x 的解析分布与 Monte Carlo 计算所得 x 分布的比较

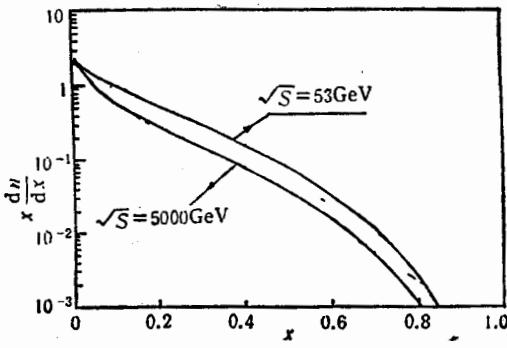
由不变截面可导出次级粒子的 x 分布, $x = \frac{2p_{\parallel}}{\sqrt{S}} \approx \frac{2E}{\sqrt{S}}$ 时, 不变截面可写为:

$$\begin{aligned} E \frac{d^3\sigma}{d^3p} &= E \frac{d^3\sigma}{dp_{\parallel} \cdot d^2p_t} \approx \frac{x}{2\pi p_t} \frac{d^2\sigma}{dp_t dx}, \\ \int E \frac{d^3\sigma}{d^3p} \cdot d^2p_t &= \int \frac{x}{2\pi p_t} \frac{d^2\sigma}{dp_t dx} \cdot 2\pi p_t dp_t \\ &= \int x \frac{d^2\sigma}{dp_t dx} dp_t = x \frac{d\sigma}{dx}. \end{aligned}$$

为检验 Monte Carlo 计算中各种抽样过程的正确性, 将参数化模型次级粒子 x 分布数值积分计算结果与 Monte Carlo 过程所得 x 分布作了比较。图 7 给出了 $\sqrt{S} = 53 \text{ GeV}$ 与 $\sqrt{S} = 5000 \text{ GeV}$ 两种情形下的 x 分布, 曲线为数值积分计算结果, 直方图为 Monte Carlo 计算结果, 可见两者完全一致。

3. 前向和反向荷电多重数的关联

设次级粒子在质心系中以相等的几率向前与向后发射。图 8 显示了 $\sqrt{S} = 540 \text{ GeV}$

图 6 x 变量的 Scaling 行为

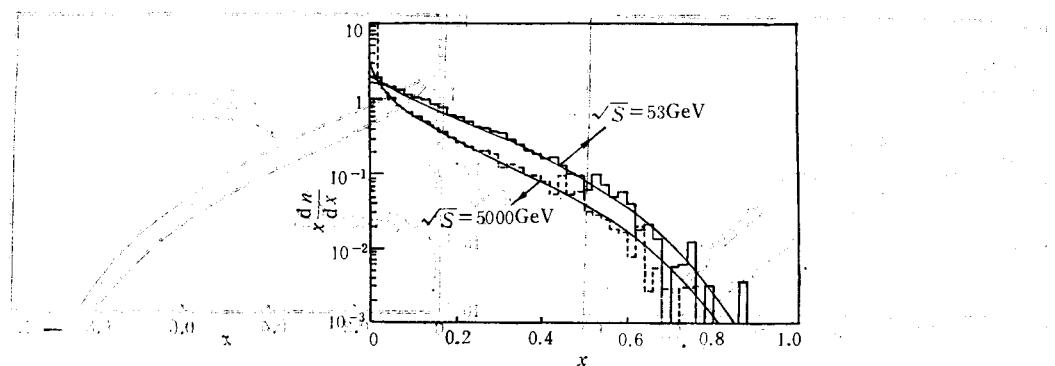
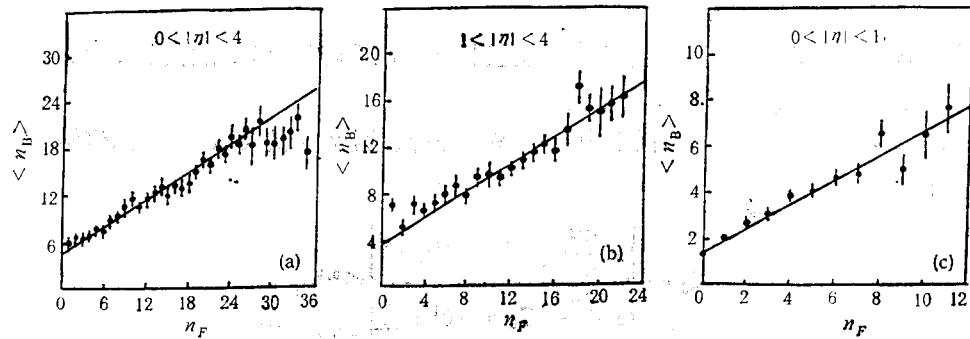
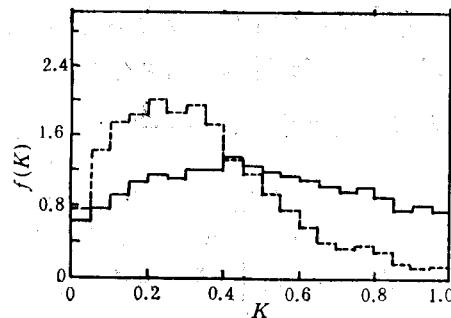
图 7 数值积分计算与 Monte Carlo 计算 x 分布的比较图 8 后向平均荷电多重数 $\langle n_B \rangle$ 和前向荷电多重数 n_F 的关系。直线为参数化模型的结果

图 9 非弹性系数的分布

—: $\sqrt{s} = 53 \text{ GeV}$, ---: $\sqrt{s} = 5000 \text{ GeV}$

时在三个假快度区间内前向和反向荷电多重数(n_F 和 n_B)之间的长程关联. 可以看到, 参数化模型和实验数据^[16]彼此相符得很好.

4. 非弹性系数的分布

图 9 给出了 $\sqrt{s} = 53 \text{ GeV}$ 与 $\sqrt{s} = 5000 \text{ GeV}$ 时强子多重产生过程非弹性系数的分布. $\sqrt{s} = 53 \text{ GeV}$ 时, 平均非弹性系数 $\langle K \rangle = 0.48$. 随着能量的增加, 平均非弹

性系数减小。

四、结束语

强子-强子核相互作用参数化模型为碎裂区准 Feynman Scaling 模型，对该模型广泛的检验表明，它能以较高的精度再现加速器能区强子相互作用的平均行为。同时做为遍举过程的 Monte Carlo 强子产生器，具有计算过程简单，速度快，节省机时等特点。

已知在 $SppS$ 能量的单粒子 p_t 分布中存在着偏离指数分布的尾部，QCD 部分子硬散射可以很好地解释这一现象^[10]，参数化模型则不能解释。

按准 Feynman Scaling 将强子-强子核相互作用参数化模型外推到超高能区，应用于高能宇宙线粒子在大气中行为的模拟计算，并与高山乳胶室所观测到的实验现象及其它模型做了广泛、细致的比较。在混合初级宇宙线成分的假定下，参数化模型能很好地再现高山乳胶室的实验结果。详细的计算及讨论请参阅文献[19]。

在本文完成期间，作者同任敬儒老师，丁林培老师，况浩怀老师进行了多次有益的讨论，在此深表谢意。

参考文献

- [1] J. R. Ren et al., *Phys. Rev.*, **D38**(1988), 1404.
- [2] Pamir Collaboration, Proceedings of International Symposium on Cosmic Ray Superhigh Energy Interactions, Beijing (1986), 3—1.
- [3] Chacaltaya and Pamir Collaboration, ICRR-Report-216-90-9.
- [4] G. Cocconi, *Nucl. Phys.*, **B28**(1971), 341.
- [5] R. P. Feynman, *Phys. Rev. Lett.*, Vol. **23**(1969), 1451.
- [6] J. Wdowczyk and A. W. Wolfendale, *Nature (London)* **306**(1983), 347; *J. Phys. G13*(1987), 411.
- [7] L. K. Ding et al., Proceedings of the International Symposium on Cosmic Ray and Particle Physics, Tokyo, Japan, 1984, P142.
- [8] M. Dunaevsky, Proceedings of International Symposium on Cosmic Ray Superhigh Energy Interactions, Beijing (1986), 1—103.
- [9] L. K. Ding et al., Proceedings of International Symposium on Cosmic Ray Superhigh Energy Interactions, Beijing (1986), 3—49.
- [10] Q. Q. Zhu et al., Proceedings of International Symposium on Cosmic Ray Superhigh Energy Interactions, Beijing (1986), 7—I.
- [11] 汤田利典, «用乳胶室研究超高能核作用», 1983, P19, 任敬儒译。
- [12] M. Haguenauer et al., 21th ICRC, Australia, 8(1990), 209.
- [13] J. G. Rushbrooke, CERN-EP/85-124, 1985.
- [14] A. Ohsawa, *Prog. Theor. Phys.*, Vol. 84, No. 1(1990), 50.
- [15] 王承瑞, 第五届全国宇宙线会议文集, 武汉(1990), p.1.
- [16] K. Alpgard et al., *Phys. Lett.*, **121B**(1983), 209.
- [17] G. J. Alner et al., *Phys. Lett.*, **160B**(1985), 193.
- [18] G. Giacomelli and M. Jacob, *Phys. Reports.*, **55**(1979), 1—132.
- [19] 范晓龄, 张春生, 强子-强子核相互作用参数化模型在超高能宇宙线研究中的应用, 高能物理与核物理, 待发表。

A Parametrization Model of Hadron-Hadron Nuclear Interaction

FAN XIAOLING ZHANG CHUNSHENG

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing, 100039)

ABSTRACT

Best fitting the pseudorapidity distribution data from ISR and Spp>S in inelastic process, assuming that the multiplicity distribution of secondary particles approximately follows the KNO scaling and transverse momentum approximately follows $f(p_t) \propto p_t \cdot e^{-\alpha p_t}$ (where α is a constant), we contructed a hadron-hadron nuclear interaction parametrization model which is suitable to analyses of emulsion chamber experiment.