第 16 卷 第11期　　高能物理与核物理　　Vol. 16, No. 11
1992 年 11 月　　HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS　　Nov., 1992

由正反夸克对激发产生的夸克间的等效相互作用势*

余友文[1)]　张宗烨　沈彭年[2)]　沈肖雁

(中国科学院高能物理研究所,北京　100039)

摘　　要

由单胶子交换正反夸克对产生模型出发，讨论了两重子间相当于介子交换过程的夸克间的等效相互作用。结果指出这个过程既有两个夸克间的相互作用，也有三个夸克间的相互作用。并且这个等效的两夸克间相互作用具有比 OGEP 更普遍的形式。

一、引　　言

近年来，在用夸克势模型对核力的研究方面已经取得了一些有意义的进展。Breit-Fermi 型的单胶子交换势（OGEP）与两核子集团间的夸克交换效应给出了核力的短程排斥特性[1]，由单胶子交换激发一对正反夸克对的机制给出了相当于核力介子交换理论中的介子交换势[2,3]。这些成功激励了人们进一步从夸克势模型出发去研究轻夸克体系的问题。我们知道，夸克势模型虽然在对强子谱和核力的描述中已经取得了一些重要的进展，但是也存在一些很严重的问题，例如重子谱中所要求的自旋轨道耦合力与核力中所要求的自旋轨道耦合力如何统一？是否存在和如何来描述色禁闭中的色屏蔽效应？如何从夸克层次出发描述核力的中程性质等。这些都是很重要的有待研究的问题。

在通常的夸克势模型计算中，所采用的 V_{ij}^{OGEP} 是与夸克的色自由度 $\lambda_i \cdot \lambda_j$ 相关的，并且具有特定的自旋、味和轨道空间的结构。这是因为 V_{ij}^{OGEP} 中只考虑了夸克间的单胶子交换。考虑多胶子交换的过程必然会给相互作用势表示式带来更复杂的色空间、自旋空间和轨道空间的结构。计算胶子交换的高阶图是一个很复杂的问题，我们认为有海夸克激发的两胶子过程是一个重要的机制。这是因为介子交换效应提供了核力的中程和长程部份，为了要从夸克层次出发得到相当于介子交换的效应，势必要考虑海夸克效应。在我们以前用两次传递位激发和消灭海夸克对的文章中曾得到了两核子间的等效介子交换势[2]，这说明了由两次传递位激发和消灭海夸克对效应的重要性。在我们以前的处理中，把重子内夸克由传递位激发一对正反夸克对的过程写成了重子-介子的顶角函数，并近似

本文 1991 年 10 月 22 日收到.
* 国家自然科学基金资助
1) 中科院理论物理研究所客座研究员
2) CCAST 成员

地从这个重子-介子顶角函数出发，把这类两胶子过程写成了两个集团间等效介子交换相互作用势的形式。这对于简化计算并便于与核力介子交换理论的结果相比较是很有用的。但这个近似掩盖了两胶子交换过程的细节，同时也丢掉了一些效应，例如中间态为隐色态以及可能形成六夸克集团的效应，两集团夸克间的交换效应等等。因此我们把上述激发海夸克的过程用夸克间相互作用的形式表示出来是很有必要的，这种两胶子交换过程将会给出比 V^{OGEP} 更为多样的色、味、自旋和轨道空间的结构，这将有助于我们进一步对夸克势模型进行改进。

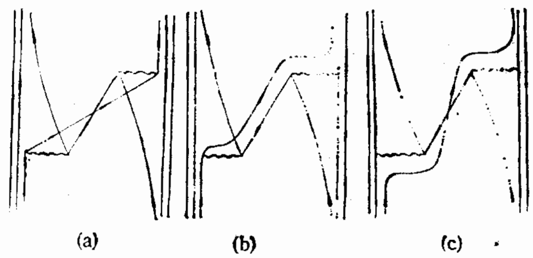


图 1 核子间交换介子的海夸克效应

在参考文献[2]中给出了海夸克效应对核子-核子相互作用的等效单介子交换势有贡献的三个图。如图 1 所示；从夸克间相互作用的角度来看，这三个图包含了两类夸克间的相互作用，一类是只与两个夸克相关的夸克两体力，如图 2(a) 所示，另一类是与三个夸克相关的夸克三体力，如图 2(b) 所示。

文献[2]中的计算表明，虽然图 2(a) 的贡献是主要的，但图 2(b) 的贡献也不容忽视。在本工作中，我们将对由两个传递位产生的夸克两体力和夸克三体力的形式作一讨论。

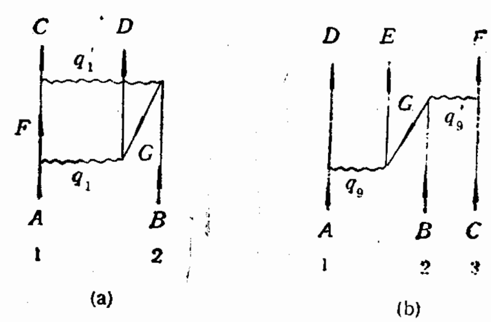


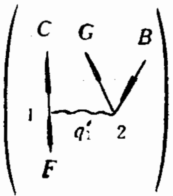
图 2 海夸克激发产生的夸克间相互作用

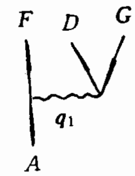
同时我们应该注意到，在海夸克中涨落两对正反夸克对的机制也是两重子相互作用中重要的图形，因为它将给出相同量级的相互作用势。在文章的第二节中也将给出涨落两对正反夸克对产生的两夸克间的等效位。

二、由海夸克激发引起的二夸克和三夸克间的相互作用

2.1 两夸克间的等效位

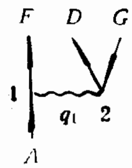
包括海夸克激发两胶子交换的图形是很复杂的，图 2(a) 是由两个传递位 $V_{q\to qq\bar{q}}$ 和 $V_{qq\bar{q}\to q}$ 生成，并且能够产生介子交换效应的重要图形。在这里我们只讨论由两个传递位构成，中间态为四个夸克情况下的两夸克间的相互作用。在此限定下初态为 $A(1)B(2)$ 到终态为 $C(1)D(2)$，两夸克间相互作用的图形共有 8 个，我们把它们分别记为 $V_1, \cdots, V_8$，其中 V_1 如图 2(a) 所示。现以 V_1 为例来说明计算方法。根据 off-Shell S 矩阵的计算规则，V_1 表示的两夸克间的相互作用在动量表象中可表示为：

$$V_1 = -\sum_{q_1}\left[V_{q\to qq\bar q}\left(\right.\right.$$ 

$$\left.\left.\right)\right]^+ \frac{1}{\begin{array}{c}E_A - E_F - E_D\\ - E_G + i\epsilon\end{array}} V_{q\to qq\bar q}\left(\right.$$ 

$$\left.\right) \qquad (1)$$

传递位在文献[2]中已给出，可表示为：

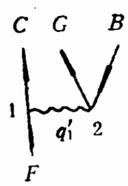
$$V_{q\to qq\bar q}\left(\right.$$ 

$$\left.\right) = \pi g_1 g_2 \lambda_1 \cdot \lambda_2[\vec f(m_1 m_2 \vec q_1 \vec k_A) \cdot \vec\sigma_2 + \vec g(m_1 m_2 \vec q_1 \vec k_A) \cdot (i\vec\sigma_1 \times \vec\sigma_2)]. \qquad (2)$$

$$\begin{aligned}\vec f(m_1 m_2 \vec q_1 \vec k_A) = {} & \frac{1}{4}\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)\frac{\vec q_1}{q_1^2} - \frac{1}{2m_1}\frac{\vec k_A}{q_1^2} + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{m_1^2} + \frac{1}{m_1 m_2}\right)\frac{\vec q_1(\vec q_1 \cdot \vec k_A)}{q_1^3} \\ & - \frac{1}{2m_1^2} \cdot \frac{(\vec q_1 \cdot \vec k_A)\vec k_A}{q_1^3} - \frac{1}{8}\left(\frac{1}{m_1^2} - \frac{1}{m_2^2}\right)\frac{\vec q_1}{q_1} \\ & + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{m_1^2} - \frac{1}{m_1 m_2}\right)\frac{\vec k_A}{q_1}. \end{aligned} \qquad (3)$$

$$\vec g(m_1 m_2 \vec q_1 \vec k_A) = -\frac{1}{4m_1}\frac{\vec q_1}{q_1^2} - \frac{1}{4m_1^2} \cdot \frac{\vec q_1(\vec q_1 \cdot \vec k_A)}{q_1^3} + \frac{1}{8}\left(\frac{1}{m_1^2} - \frac{1}{m_1 m_2}\right)\frac{\vec q_1}{q_1}. \qquad (4)$$

这里 1 和 2 是夸克的标号，m_1 和 m_2 分别为相应夸克的质量，E_A，$\vec k_A$ 等为相应态的能量和动量，$\vec q_1 = \vec k_A - \vec k_F$ 为胶子的动量。类似地

$$\left[V_{q\to qq\bar q}\left(\right.\right.$$ 

$$\left.\left.\right)\right]^+$$

$$= \pi g_1 g_2 \lambda_1 \cdot \lambda_2[\vec f(m_1 m_2 \vec q_1' \vec k_c) \cdot \vec\sigma_2 - \vec g(m_1 m_2 \vec q_1' \vec k_c) \cdot (i\vec\sigma_1 \times \vec\sigma_2)]. \qquad (5)$$

这里 $\vec q_1' = \vec k_c - \vec k_F$，由于初末态动量守恒，$\vec q_1$ 和 $\vec q_1'$ 不是独立变量，故(1)式只对 $\vec q_1$ 求和。将(5)和(2)代入(1)式就可得到二夸克间相互作用的形式。对任一个 V_j，经化简后总可写成

$$\begin{aligned} V_j = {} & -\pi^2 g_1^{n_1} g_2^{n_2} g_3^{n_3} V_j^\lambda \sum_{q_j} G_j[V_j^C + V_j^{\sigma_1\cdot\sigma_2}\vec\sigma_1 \cdot \vec\sigma_2 + i\vec V_j^{\sigma_1} \cdot \vec\sigma_1 \\ & + i\vec V_j^{\sigma_2} \cdot \vec\sigma_2 + \vec V_j^{\sigma_1\times\sigma_2} \cdot (\vec\sigma_1 \times \vec\sigma_2) + [(V_j^t)_2(\sigma_1\sigma_2)_2]_{00}]. \end{aligned} \qquad (6)$$

这里 $n_1 + n_2 + n_3 = 4$，V_j^λ 表示色空间部份经化简后的形式，V_j^C 表示中心力部份；$V_j^{\sigma_1\sigma_2}$、$V_j^{\sigma_1}$、$V_j^{\sigma_2}$ 表示相应自旋有关项；V_j^t 表示张量力部份，G_j 为能量传播格林函数。各 V_j 的

n_i, V_λ^j 和 G_j 部份的结果列在表 1 中. 为了缩短篇幅,与动量相关项的形式就不给出了.

表 1 V_j 中的 n_i, V_j^λ 和 G_j

j	n_1	n_2	n_3	V_j^λ	G_j
1	2	2	0	$\frac{32}{9}+\frac{14}{3}\lambda_1\cdot\lambda_2$	$(E_A-E_F-E_D-E_G+i\epsilon)^{-1}$
2	2	2	0	$\frac{32}{9}+\frac{14}{3}\lambda_1\cdot\lambda_2$	$(E_B-E_F-E_C-E_G+i\epsilon)^{-1}$
3	1	3	0	$-\frac{2}{3}\lambda_1\cdot\lambda_2$	$(E_A-E_F-E_C-E_G+i\epsilon)^{-1}$
4	3	1	0	$-\frac{2}{3}\lambda_1\cdot\lambda_2$	$(E_B-E_F-E_G-E_D+i\epsilon)^{-1}$
5	3	1	0	$-\frac{2}{3}\lambda_1\cdot\lambda_2$	$(E_A-E_F-E_G-E_C+i\epsilon)^{-1}$
6	1	3	0	$-\frac{2}{3}\lambda_1\cdot\lambda_2$	$(E_B-E_D-E_G-E_F+i\epsilon)^{-1}$
7	1	1	2	$2\lambda_1\cdot\lambda_2$	$(E_A-E_C-E_F-E_G+i\epsilon)^{-1}$
8	1	1	2	$2\lambda_1\cdot\lambda_2$	$(E_B-E_D-E_G-E_F+i\epsilon)^{-1}$

2.2 三夸克间的等效位

由海夸克激发产生的三夸克间的相互作用则更为复杂，以下仅举一例来说明它的颜色和自旋结构的形式. 图 2(b) 是产生介子交换效应的一种图形,我们把它记为 V_9. V_9 可写成.

$$V_9=-\pi^2g_1g_2^2g_3V_9^\lambda\cdot\sum_{q_9}G_9[V_9^C+V_9^\sigma+V_9^{\sigma\cdot\sigma}+V_9^{\sigma\times\sigma}+V_9^{\sigma\sigma\sigma}+V_9^t],\tag{7}$$

其中

$$V_9^\lambda=\frac{2}{3}\lambda_1\cdot\lambda_3+\sum_{a,b,c}(d_{abc}+if_{abc})\lambda_{1a}\lambda_{2c}\lambda_{3b},\tag{8}$$

d_{abc} 和 f_{abc} 是下式中的系数

$$[\lambda_a,\ \lambda_b]=2if_{abc}\lambda_c\tag{9}$$

$$\{\lambda_a,\ \lambda_b\}=2d_{abc}\lambda_c+\frac{4}{3}\delta_{ab},\tag{10}$$

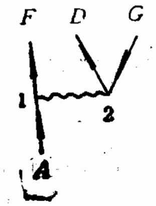
$$G_9=(E_A-E_D-E_E-E_G+i\epsilon)^{-1}.\tag{11}$$

2.3 坐标表象的二夸克等效应

原则上讲,只要将动量表象的位经傅立叶变换即可得到坐标表象的位,但是由于这个位的函数形式相当复杂,不能给出一个解析表达式，很难用来具体计算. 下面我们以 V_1 和 V_2 为例，给出由 $\vec{r}$ 表象的两个传递位叠加,并且中间态能量传播子取封闭近似下的坐标表象位势. 这是因为这两个图反映了等效介子交换机制,并且由它们产生的等效势中,有一部份是与颜色自由度无关的. 而其它图产生的等效位均与颜色自由度相关. 颜色无

关项的出现将会带来一些新的结果，故对这两个图给予特殊的考虑。

传递位在坐标表象的形式已在参考文献[2]中给出，只取到 $\frac{1}{m}$ 的项时其为；

$V_{q\to qq\bar{q}}\Bigg($  $\Bigg)_{r=r_1-r_2}$

$$= i\frac{1}{4}g_1g_2\lambda_1\cdot\lambda_2\left[-\frac{1}{4}\left(\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}\right)\frac{1}{r^3}\vec{r}\cdot\vec{\sigma}_2 + i\frac{1}{2m_1r}\vec{k}_A\cdot\vec{\sigma}_2 + \frac{1}{4m_1r^3}i(\vec{\sigma}_1\times\vec{\sigma}_2)\cdot\vec{r}\right] \tag{12}$$

与动量表象中的计算相似，在定域近似下可以容易地得到两个夸克间的等效位势。当两个相互作用的夸克质量相同时，并 且在计算中只 保 留 $\frac{1}{m}$ 的最低次项时，这个 $\vec{r}$ 表象的等效位可写成：

$$V_1(1,2)+V_2(1,2) = -\frac{1}{16}g^4GV^\lambda[V^C + V^{\sigma_1\cdot\sigma_2}\vec{\sigma}_1\cdot\vec{\sigma}_2 + V_S^{L\cdot S}\vec{L}\cdot(\vec{\sigma}_1+\vec{\sigma}_2) + V_{AS}^{L\cdot S}(\vec{r}\times\vec{K})\cdot(\vec{\sigma}_1-\vec{\sigma}_2) + i\vec{V}^{\sigma_1}\cdot\vec{\sigma}_1 + i\vec{V}^{\sigma_2}\cdot\vec{\sigma}_2 + \vec{V}^{\sigma_1\times\sigma_2}\cdot(\vec{\sigma}_1\times\vec{\sigma}_2) + ((V^S)_2(\sigma_1\sigma_2)_2)_{00}]. \tag{13}$$

这儿 $G=\frac{1}{E_i-E_m+i\varepsilon}$，$E_m$ 为传递位的中间态的能量，在封闭近似下 G 将用一个平均值来代替，$\vec{L}=\vec{l}_1+\vec{l}_2$ 为两个夸克的角动量之和，$\vec{K}=\vec{k}_1+\vec{k}_2$ 为两个夸克 的 总 动量。V^λ, V^C 等的表示认为；

$$V^\lambda = \frac{32}{9}+\frac{14}{3}\lambda_1\cdot\lambda_2. \tag{14}$$

$$V^C = \frac{3}{4m^2r^4} - i\frac{1}{4m^2r^4}\vec{r}\cdot(\vec{k}_A-\vec{k}_B-\vec{k}_C+\vec{k}_D) + \frac{1}{4m^2r^2}(\vec{k}_A\cdot\vec{k}_C+\vec{k}_B\cdot\vec{k}_D). \tag{15}$$

$$V^{\sigma_1\cdot\sigma_2} = \frac{5}{12m^2r^4} - i\frac{1}{12m^2r^4}\vec{r}\cdot(\vec{k}_A-\vec{k}_C-\vec{k}_B+\vec{k}_D). \tag{16}$$

$$V_S^{L\cdot S} = -\frac{3}{4m^2r^4}. \tag{17}$$

$$V_A^{L\cdot S} = \frac{1}{8m^2r^4}. \tag{18}$$

$$\vec{V}^{\sigma_1} = \frac{1}{4m^2r^2}(\vec{k}_B\times\vec{k}_D). \tag{19}$$

$$\vec{V}^{\sigma_2} = \frac{1}{4m^2r^2}(\vec{k}_A \times \vec{k}_C). \tag{20}$$

$$\vec{V}^{\sigma_1\times\sigma_2} = -i\,\frac{1}{16m^2r^4}\,\vec{r} \times (\vec{k}_A + \vec{k}_B + \vec{k}_C + \vec{k}_D) = 0. \tag{21}$$

$$(V^S)_2 = -\frac{\sqrt{5}}{4m^2r^6}(\vec{r}\vec{r})_2 + i\,\frac{\sqrt{5}}{8m^2r^4}\,[(\vec{r}\vec{k}_A)_2 - (\vec{r}\vec{k}_B)_2 - (\vec{r}\vec{k}_C)_2 + (\vec{r}\vec{k}_D)_2]. \tag{22}$$

从(13)和(17)式可看到，由于$\langle G\rangle$总是负的值，因此由两个传递位给出的两胶子交换势的色无关项，在重子谱的计算中是与单胶子交换势中的自旋轨道耦合力的贡献相反的。

2.4　涨落二对正反夸克对的等效位

在考虑由海夸克激发产生两夸克间的等效位时，海夸克中直接产生两对正反夸克对的过程也是一个重要的机制，因为它将给出相同量级的中心势和自旋-自旋相互作用势，并且也有与色自由度无关的项。当取夸克质量相同时，相应于图(3)的坐标表象位势为：

$$V_{qq\bar{q}\bar{q}}(r_{12}) = \frac{g^2}{4}\lambda_1\cdot\lambda_2\vec{\sigma}_1\cdot\vec{\sigma}_2\left[-\frac{1}{\pi m r_{12}^2} + \frac{\pi}{m^2}\delta(\vec{r}_{12}) + 0\left(\frac{1}{m^3}\right)\right]. \tag{23}$$

图 4 是由两个 $V_{qq\bar{q}\bar{q}}$ 并成的两夸克间的相互作用，当只取 $\frac{1}{m^2}$ 的最低次项时，这个势只有中心势和自旋-自旋相互作用势。

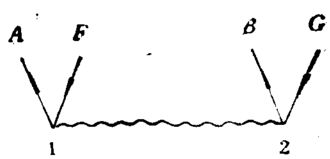


图 3　海夸克中激发两对正反夸克对

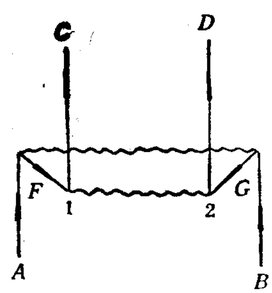


图 4　直接激发两对正反夸克对的两夸克间相互作用

$$V(r_{12}) = \frac{1}{16}g^4\left(\frac{32}{9} - \frac{4}{3}\lambda_1\cdot\lambda_2\right)(3 - 2\vec{\sigma}_1\cdot\vec{\sigma}_2)G\,\frac{1}{\pi^2m^2r^4}. \tag{24}$$

式中 $G = (-E_C - E_F - E_D - E_G + i\varepsilon)^{-1}$，在计算中$G$将用一个平均值替代。

三、讨　　论

在第二节中已经给出了由两个传递位产生的介子交换过程及海夸克中产生和消灭两对正反夸克对的过程可表示为两个夸克间和三个夸克间的等效相互作用。这个相互作用具有比 V^{OGEP} 更复杂的颜色和自旋及坐标空间的结构。因此若要从夸克间相互作用势的观点出发来求解重子体系的问题，则需要考虑两夸克间相互作用势更复杂的结构形式以

及三夸克间的相互作用，因为其中有些效应是不能由改变 V^{OGEP} 的位势强度和坐标的函数形式能够替代的。

三体力的计算是一个很复杂的问题，但在夸克两体力的形式中我们能够看到一些新的特点。在夸克两体力中一个重要的特点是除了与两夸克色自由度 $\lambda_i\lambda_j$ 相关的项外还有与夸克色自由度无关项的出现。色有关项相当于对原有相互作用势的强度与坐标的函数形式将有所改变，这当然会影响强子谱和 N-N 相互作用的计算结果。但更有兴趣的是色自由度无关项的出现，这一项的考虑将有可能对 N-N 相互作用的计算带来较大的影响。我们知道，在重子内部的两个夸克一定处在色 $SU(3)$ 的反对称的态，因此 $\lambda_i \cdot \lambda_j$ 的矩阵元始终是一个常数，色无关项的引进只相当于改变了势的强度和坐标空间部份的函数形式。而在 N-N 相互作用的计算中则不同，在通常的夸克势模型计算中 V^{OGEP} 和 V^{Conf} 都是与夸克的色自由度 $\lambda_i \cdot \lambda_j$ 有关的，因此在计算 N-N 相互作用矩阵元时直接项一定是零而只存在着交换项。但对与色自由度无关项的情况就不同了，这时直接项和交换项都是存在的，因此将有可能对 N-N 相互作用的计算带来较大的影响。还应特别指出的是由两传递位产生的自旋轨道耦合力，其与色自由度无关部份在重子谱的计算中是与 OGEP 中相应项符号相反的。因此用 OGEP 计算重子谱时自旋-轨道耦合力太强的问题，当考虑了海夸克效应后至少可抵消掉一部份。

在这篇文章中，我们仅对由两个传递位和两对正反夸克对产生和消灭所并成的两夸克和三夸克间相互作用势的一般形式作了推导，并对其产生的影响作了简单的讨论。尽管这个在封闭近似和定域近似下得到的位是近似的，但它可用作定量计算。具体的计算将在以后的文章中给出。

参　考　文　献

[1] K. Holinde, *Nucl. Phys.*, **A415**(1984), 477.
Ch. Elster and K. Holinde, *Phys. Lett.*, **136B**(1984), 135.
Y. Suzuki and K. T. Hecht, *Phys. Rev.*, 27(1983), 299; **C28**(1983), 1548.
[2] Y. W. Yu, Z. Y. Zhang, *Nucl. Phys.*, **A426**(1984), 557; **A455**(1986), 737.
Y. W. Yu, Z. Y. Zhang and P. N. Shen, *Nucl Phys.*, **A528**(1991), 513.
[3] Y. Fujiwara and K. T. Hecht, *Nucl. Phys.*, **A444**(1985), 541; **A451**(1986), 625; **A456**(1986), 669; **A462**(1987), 621.

Effective Quark-Quark Interaction Created by Quark-Antiquark Pair Excitation

Yu Youwen　Zhang Zongye　Shen Pengnian　Shen Xiaoyan
(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing 100039)

Abstract

By means of the quark-antiquark pair creation model via one-gluon exchange, the effective interaction among quarks, which is equivalent to the meson exchange intervening between two hadrons, is discussed. It is shown that this process includes interactions not only between two quarks, but also among three quarks. Obviously, such effective interaction is more general than one gluon exchange potential (OGEP).