

高能强子-强子碰撞中间歇程度对 矩阶数、多重数和横动量的依赖性*

吴元芳 刘连寿

(华中师范大学粒子物理研究所, 武昌 430070)

摘 要

本文仔细分析了高能强子-强子碰撞中, 间歇程度对矩阶数、多重数和横动量的依赖性通过考虑 α 模型对多重数的依赖发现, 只要在低能时中间歇程度对多重数具有与高能情况相反的依赖性, 那么, 间歇程度对矩阶数在高能和低能时具有不同依赖性的实验现象便能得到很好的理解, 这一事实可能表明: 间歇程度更基本地依赖于横动量, 本文的预言可以从对低能实验数据的分析中得到检验。

最近几年, 在高能强子-强子, 强子-核, 核-核碰撞以及 e^+e^- 湮没和轻子-强子碰撞中, 掀起了研究小快度窗口中的大起伏的热潮。文献[1]首先预言, 当快度间隔 δy 趋于 0 时, 归一化阶乘矩随着宽度 δy 的减小成指数上升, 这个反常指数上升规律被上面所列出的全部实验所证实。于是, 人们把存在这种反常指数律称为间歇现象, 它可能意味着高能碰撞多重产生中有分形结构。

许多人都在努力解释这一现象^[2]。目前还很难对于这些解释作出决定性的判断, 必须从实验数据中得到更多的信息。例如, 仔细分析间歇指数 φ_i 对矩阶数 i , 多重数 N , 碰撞质心系能量 \sqrt{S} 等的依赖性。其中, φ_i 对 i 的依赖性更值得讨论。因为这一关系直接反映了产生间歇现象的自相似随机级联机制。

在这篇短文中, 我们将仔细讨论强子-强子碰撞中 φ_i 对 i 的依赖性, 由于 e^+e^- 的实验数据不足, 而核-核碰撞又包含有复杂的几何平均, 所以, 我们仅限于讨论强子-强子碰撞。

在大多数关于间歇现象的模型中, 都包含有某种自相似的随机级联机制。如果暂且撇开物理原因, 那么, 可以说自相似级联是产生间歇现象的主要原因。

最简单的描述自相似随机级联的数学模型是 α 模型, 这个模型在高斯近似下预言间歇程度 φ_i 对 i 具有如下的依赖关系:

$$\frac{\varphi_i}{\varphi_2} \simeq \frac{i(i-1)}{2}. \quad (1)$$

本文 1991 年 1 月 3 日收到。

* 国家自然科学基金资助。

然而,从文献[2]所给出的实验数据,我们可以看到,在不同的反应,或者同一反应的不同能量下,反常指数 φ_i 对 i 具有不同的依赖关系. 尤其从 NA22^[3] 和 UA1^[4] 实验组给出的强子-强子碰撞数据可以看到,在质心系能量为 $\sqrt{s} = 22\text{GeV}$ 时,比值 φ_i/φ_2 远大于(1)式的预言. 而在质心系能量为 $\sqrt{s} = 630\text{GeV}$ 时,对应的比值远小于(1)式的预言,见表 1. 值得注意的是,在这两种情况下,比值 φ_i/φ_2 在两个不同的方向上偏离(1)式的预言. 什么原因导致这种偏离? 为什么偏离在两个不同的方向发生? 本文将力图回答这两个有趣的问题.

表 1 两种不同能量下的比值 φ_i/φ_2 (数据取自参考文献[3]和[4])

order i	3	4	5
$\sqrt{s} = 22\text{GeV}$	5.63 ± 0.95	21.3 ± 3.9	58.8 ± 9.8
$\sqrt{s} = 630\text{GeV}$	2.33 ± 0.36	4.08 ± 0.76	5.17 ± 1.35
$i(i-1)/2$	3	6	10

为了讨论具体起见,我们采用如下的 α 模型^[5]: 将所考虑的快度区间不断地分割为子区间;在每一步分割中,粒子落入子间隔中的几率是在 $[0, \alpha]$ 中均匀分布的随机数. 参数 α 完全决定阶乘矩的反常指数 φ_i , α 越大表明 φ_i 越大; α 越小, φ_i 也越小.

如果我们把 α 模型直接用来讨论无偏样本,那么,关系式(1)将近似成立. 但是,所得的结果却和实验结果相悖. 应该注意的是,在这样做时,我们忽略了在质心系能量为 $\sqrt{s} = 630\text{GeV}$ 的强子-强子碰撞中, φ_i 依赖于多重数这个实验事实.

为了考虑多重数的依赖性,我们首先对固定多重数的样本运用 α 模型,然后,再对多重数平均,这样我们就有:

$$\begin{aligned}
 \langle F_i \rangle &= \frac{1}{M} \sum_m \frac{\langle k_m(k_m-1)\cdots(k_m-i+1) \rangle}{\langle k_m \rangle^i} \\
 &= \frac{1}{M} \sum_m \frac{1}{\langle k_m \rangle^i} \sum_N P_N \langle k_m(k_m-1)\cdots(k_m-i+1) \rangle^{(N)} \\
 &= \sum_N \frac{1}{\langle N \rangle^i} P_N N(N-1)\cdots(N-i+1) \langle F_i \rangle^{(N)}. \quad (2)
 \end{aligned}$$

这里 $\langle F_i \rangle$ 和 $\langle F_i \rangle^{(N)}$ 分别表示无偏样本和固定多重数 N 的样本的阶乘矩. 按定义:

$$\langle F_i \rangle^{(N)} = M^{i-1} \sum_m \frac{\langle k_m(k_m-1)\cdots(k_m-i+1) \rangle}{N(N-1)\cdots(N-i+1)}. \quad (3)$$

为了简单起见,在(2)式的最后一行,我们假设快度平台是平的. 即 $\langle k_m \rangle = \langle N \rangle / M$. 从(2)式得到:

$$\begin{aligned}
 \varphi_i &= \frac{d \ln \langle F_i \rangle}{d \ln M} \\
 &\simeq \frac{1}{\langle F_i \rangle} \frac{\sum_N P_N N(N-1)\cdots(N-i+1) \varphi_i^{(N)} \langle F_i \rangle^{(N)}}{\langle N \rangle^i} \quad (M \gg 1). \quad (4)
 \end{aligned}$$

如果不同多重数样本具有相同的间歇程度,即 $\varphi_i^{(N)}$ 与 N 无关,那么,由上式得到 $\varphi_i = \varphi_i^{(N)}$ 。这样 φ_i/φ_2 将近似满足关系式(1)。相反,如果 $\varphi_i^{(N)}$ 依赖于 N ,这个关系式将不再成立。

实验上发现,在 $\sqrt{S} = 630\text{GeV}$ 时, φ_i 随着多重数的增加而减小。这意味着在 α

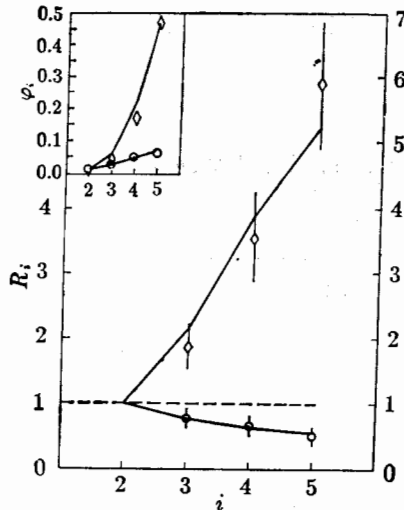


图1 在 $h-h$ 碰撞质心系能量分别为 $\sqrt{S} = 22\text{GeV}$ (菱形)和 $\sqrt{S} = 630\text{GeV}$ (圆圈)时,阶乘矩的反常指数 φ_i 和比值 $R_i = \frac{\varphi_i/\varphi_2}{i(i-1)/2}$ 随着矩阶数的变化。模型计算是在质心系能量 $\sqrt{S} = 24\text{GeV}$ (实线)和 540GeV (点线)实验数据取自参考文献[3]和[4]。在 $\sqrt{S} = 24\text{GeV}$ 和 540GeV 不同多重数的快度平台分布数据分别取自文献[5]和[6]。

示, $\alpha(N)$ 在这个能量下是 N 的单调递增函数。我们用下列函数形式:

$$\alpha = 2.8 \times 10^{-6} N^4 \quad (7)$$

模拟 $\sqrt{S} = 24\text{GeV}$ 时的 pp 碰撞^[7]。结果和 $\sqrt{S} = 22\text{GeV}$ 的数据符合得很好。见图1。由于我们采用的模型非常简单,(7)式的具体函数形式不值得重视,但是在以上讨论中得到的,低能时间歇程度随多重数的增加而变强的定性结论却是一个非常重要的结果。它是从低能时间歇程度 φ_i 对 i 的依赖性直接得到的,并可以用现有实验数据检验。

为什么在低能和高能时,间歇程度随多重数的变化沿两个相反的方向上进行呢?这个问题值得进一步研究。本文认为,间歇程度不以唯一的方式依赖于多重数,可能意味着间歇程度对多重数的依赖性不是基本的。它可能更基本地依赖于其它物理量,例如,平均横动量。注意,实验事实表明,在高于和低于 ISR 最高能量时,平均横动量对多重数具有

模型中, $\alpha(N)$ 应该是 N 的单调递减函数。在此情况下, φ_i/φ_2 是否会象实验所要求的那样比(1)式所给出的值小呢?我们可以通过数值计算来回答这个问题。但是,为了从 $\alpha(N)$ 计算 φ_i 并考虑能量守恒的影响,必须要有分多重数的快度分布。而 $\sqrt{S} = 630\text{GeV}$ 的实验没有给出这方面的实验数据,所以,就用 $\sqrt{S} = 540\text{GeV}$ ^[6] 的实验数据代替。计算中我们让 $\alpha(N)$ 采用如下的函数形式

$$\alpha = 0.7/\sqrt{N}. \quad (5)$$

模拟的结果和 $\sqrt{S} = 630\text{GeV}$ 的实验结果^[4] 一起画在图1中。它们靠得很近,从而表明了模型计算的合理性。

我们同时采用了另外四种递减函数——线性下降,反比和两种指数形式的下降(如图2(a)),通过蒙特卡罗方法计算了比值:

$$R_i = \frac{\varphi_i/\varphi_2}{i(i-1)/2} \quad (6)$$

在所有这些情况下,比值 R_i 均小于1(如图2(b)),这个结果表明,一般说来,只要 $\alpha(N)$ 是 N 的单调递减函数,比值 R_i 将小于1。因此,实验上发现在 $\sqrt{S} = 22\text{GeV}$ 时, $R_i > 1$ 暗

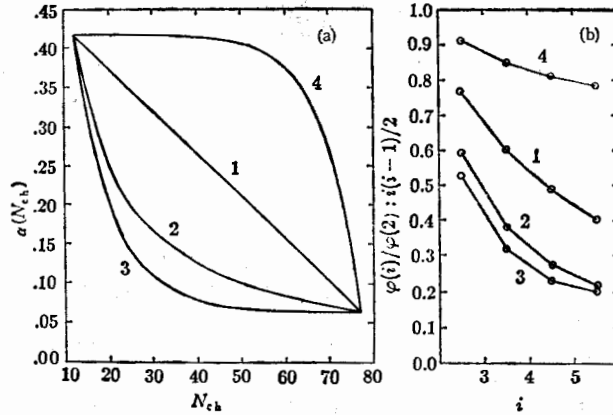


图 2(a) $\alpha(N)$ 的 4 种不同单调递减函数: 1. 线性递减; 2. 反比递减; 3. 指数递减; 4. 反比指数递减。

(b) 利用图 2(a) 中的四种递减函数, 用模型计算比值 $R_i = \frac{\varphi_i/\varphi_2}{i(i-1)/2}$

不同依赖性^[8]。如果间歇程度随平均横动量的增加而减小, 那么, 就可以理解间歇程度在高于和低于 ISR 最高能量时对多重数具有相反的依赖性。进一步看, 如果这个想法是正确的, 即间歇程度对多重数的依赖性是由于对平均横动量的依赖性所致, 则, 当平均横动量不随多重数变时, 间歇程度也将不随多重数变。这刚好是 ISR 最高能量 $\sqrt{s} = 63\text{GeV}$ 时的情况^[8]。这意味着, 在且仅在这个能量时, 关系式 (1) 成立。这个结论同样可以由实验检验。

在这篇短文中, 我们讨论了强子-强子碰撞中间歇程度对矩阶数 i 以及多重数的依赖性指出, 在低于和高于 ISR 最高能量区域中, 如间歇程度以两种相反的趋势依赖于多重数, 那么, 实验上发现 (6) 式所定义的 R_i 在此两个能区中分别小于和大于 1 的事实就能得到自然的解释。据此, 本文进一步指出, 间歇程度与平均横动量的关系更基本。如果假设间歇程度随平均横动量的增加而变弱, 则间歇现象对多重数在不同的能区具有不同依赖性的实验现象就可以从平均横动量对多重数的依赖关系中得到理解。值得注意的是, 最后一个假设和实验上观察到间歇程度随横动量截断因子的变化关系一致^[4,9]。

附录 关于函数 $R_i(\alpha(N))$ 的性质。

(11) 式可以重新写成:

$$\varphi_i = \sum_N Q_N^{(i)} \varphi_i^{(N)}, \tag{A-1}$$

其中,

$$Q_N^{(i)} = \frac{P_N N(N-1)\dots(N-i+1) M \varphi_i^{(N)}}{\sum_N P_N N(N-1)\dots(N-i+1) M \varphi_i^{(N)}} \tag{A-2}$$

可以看作归一化分布。

$$\sum Q_N^{(i)} = 1 \tag{A-3}$$

φ_i 是 $\varphi_i^{(N)}$ 满足这个分布的平均值。

将 (8) 式和 (A-1) 式代入 (13) 式得:

$$R_i = \frac{\sum_N Q_N^{(i)} \varphi_i^{(N)}}{\sum_N Q_N^{(i)} \varphi_i^{(N)}} \quad (\text{A-4})$$

注意到在 $Q_N^{(i)}$ 中包含有 i 个含 N 的因子, 可以粗略地说, 当 $i > 2$ 时, 大 N 项对分子中作和的贡献大于对应项对分母中的作和贡献。这样, 如果 $\varphi_i^{(N)}$ 是 N 的递增函数, 则 $R_i > 1$; 如果 $\varphi_i^{(N)}$ 是 N 的递减函数, 则 $R_i < 1$ 。在这个讨论中, 忽略了 $Q_N^{(i)}$ 中的 $\varphi_i^{(N)}$ 。因而只是一个粗略的估计。

参 考 文 献

- [1] A. Bialas and R. Peschanski, *Nucl. Phys.*, **B273**(1986), 703; *ibid.*, **B308**(1988), 857.
- [2] See for example Festschrift Léon Van Hove, eds. A. Giovannini and W. Kittel (World Scientific 199) and the papers cited therein.
- [3] EHS/NA22 Collaboration, Intermittency effects in $\pi^+ p$ and $K^+ p$ collisions at 250 GeV/c, submitted paper to HEP'89, Madrid (1989).
- [4] B. Bushbeck and P. Lipa, A study of intermittency in $p\bar{p}$ collision at $\sqrt{S}=630$ GeV, Priprint UA1/TN 89-06.
- [5] 吴元芳, 张昆实, 刘连寿, 科学通报, 36(1990), 21.
- [6] G. Arnison et al. (UA1 Collaboration), *Phys. Lett.* **123B**(1983), 108; J. G. Rushbrooke, in Proc. of the XIV International Symposium on Multiparticle Dynamics, Lake Tahoe 1983, eds. P. Yager and J. F. Gunion, World Scientific 1984.
- [7] W. Thomé et al., *Nucl. Phys.*, **B129**(1977), 365.
- [8] EHS/NA22 Collaboration, *Phys. Lett.*, **B209**(1988), 103.
- [9] W. Kittel, Low p_T intermittency in $\pi^+ p$ and $K^+ p$ collisions at 250 GeV/c, presented at the Santa Fee Workshop on intermittency in high energy collisions, March 1990.

On the Moment-Order, Multiplicity and Transverse-Momentum Dependences of Intermittency in Hadron-Hadron Collisions

WU YUANFANG LIU LIANSHOU

(Institute of Particle Physics, Huazhong Normal University, Wuhan 430070)

ABSTRACT

The dependences of intermittency degree on moment-order, multiplicity and transverse momentum are discussed. It is pointed out that the difference between the dependences of the anomalous exponents of factorial moments on moment order at energies lower and higher than top ISR energy implies that the dependences of intermittency degree on multiplicity are in opposite directions in the two energy regimns. It is argued that these different trends imply that intermittency degree depends on other more basic quantity, such as transverse momentum. These assertions and their deductions remain to be examined experimentally.