第14卷 第6期 高能物理与核物理 Vol. 14, No. 6
1990年6月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS June, 1990

J/ψ 强子衰变过程的角分布螺旋度形式*

郁 宏 沈齐兴
（中国科学院高能物理研究所，北京）

摘 要

本文给出了 $e^+e^-\to J/\psi\to V+X$，$V\to P_1P_2$ 和 $e^+e^-\to J/\psi\to V+X$，$X\to P_4P_5$ 过程的角分布螺旋度形式．为 e^+e^- 实验数据分析提供了理论公式．

一、引 言

J/ψ 的强子衰变宽度占其非轻子衰变宽度的四分之三．其中 $J/\psi\to V+P$（如 $\rho\pi$，$\omega\eta$ 等）过程有不小的分支比．文献[1]给出了 $e^+e^-\to J/\psi\to V+P$，$V\to P_1P_2$ 或者 $P_1P_2P_3$ 的角分布公式

$$\frac{d^3\sigma}{d\cos\theta_V d\cos\theta_1 d\phi_1}\sim\sin^2\theta_1\{1+\cos^2\theta_V+\sin^2\theta_V\cos(2\phi_1)\},\tag{1}$$

其中V标志矢量介子，P标志赝标介子，θ_V 是在 J/ψ 静止系中矢量介子和正电子动量方向之间的夹角；对于双赝标介子衰变，θ_1 和 ϕ_1 是在矢量介子静止系中赝标介子 P_1 的极角和方位角，坐标系 z 轴取 J/ψ 静止系中V的运动方向；而对于三赝标介子衰变，θ_1 和 ϕ_1 是矢量介子螺旋度坐标系中衰变平面法线方向的极角和方位角．e^+e^- 束流在 x-z 平面内．

我们知道，过程 $e^+e^-\to J/\psi\to V+X$，$X\to P_4P_5$（其中X为 $J^{PC}=0^{++}$，2^{++} 或 4^{++} 的共振态）也是相当重要的衰变道．特别是当V为 ω 介子和 ϕ 介子时，由于它们的理想混合，这些过程的研究对于了解共振态X的夸克成份十分有帮助．

对于衰变过程 $J/\psi\to V+P$，若取 J/ψ 静止系以及V的动量方向为坐标系 z 轴，则有螺旋度守恒关系式

$$\lambda_J=\lambda_V\tag{2}$$

J/ψ 粒子和矢量介子V均有三个极化态，相应地它们的螺旋度 λ_J 和 λ_V 可取 ±1 和 0．因此，过程有三个螺旋度振幅，由宇称守恒，独立的螺旋度振幅剩下几个？为什么(1)式不包含螺旋度振幅之比这个参量，所以我们有必要全面考察一下过程 $e^+e^-\to J/\psi\to V+X$，$V\to P_1P_2$ 或者 $P_1P_2P_3$ 的角分布的螺旋度形式．

对于 $e^+e^-\to J/\psi\to\gamma+X$，$X\to P_4P_5$ 这种辐射衰变过程，用角分布的螺旋度形式以及如最大似然法等统计分析方法去确定共振态X的自旋并给出过程的螺旋度振幅之比

本文1989年10月4日收到．
* 本工作得到国家自然科学基金会的支持．

值已经是相当成熟的了．那么，对于 $e^+e^- \to J/\psi \to V + X$，$X \to P_4P_5$ 过程，我们也可给出它的角分布的螺旋度形式，并用类似的统计分析方法去确定X的自旋，给出过程的螺旋度振幅的比值．显然，对于主要组元成份为 $(q\bar{q})$ 的介子X，研究 J/ψ 的强子衰变道更具优越性，因为它们一般有更大的分支比．至少，这两种过程的研究可起相辅相成的作用．

由此可见，给出过程 $e^+e^- \to J/\psi \to V + X$；$V \to P_1P_2$(或者 $P_1P_2P_3$) 或 $X \to P_4P_5$ 的角分布的螺旋度形式是有意义的．

二、$e^+e^- \to J/\psi \to V+X$ 的角分布 $\quad \llcorner\!\!\to P_1P_2$ 或 $P_1P_2P_3$

过程 $e^+e^- \to J/\psi \to V + X$，$V \to P_1P_2$ (或者 $P_1P_2P_3$)的 s 矩阵元为

$$\begin{aligned}\langle P_1P_2P|S-1|e^+_r e^-_{r'}\rangle \sim &\langle \psi_{\lambda_J}|T|e^+_r e^-_{r'}\rangle \\ &\cdot \langle V_{\lambda_V}X_{\lambda_X}|T|\psi_{\lambda_J}\rangle\langle P_1P_2|T|V_{\lambda_V}\rangle,\end{aligned} \tag{3}$$

其中

$$\begin{aligned}&\langle \psi_{\lambda_J}|T|e^+_r e^-_{r'}\rangle \sim e_\mu^{\lambda_J^*}(p_J)\bar{V}_r(p_+)\gamma^\mu u_{r'}(p_-)\\ &\langle V_{\lambda_V}X_{\lambda_X}|T|\psi_{\lambda_J}\rangle \sim A_{\lambda_V\lambda_X}\\ &\langle P_1P_2|T|V_{\lambda_V}\rangle \sim D^{1*}_{\lambda_V 0}(\phi_1,\theta_1,0),\end{aligned} \tag{4}$$

λ_V，λ_J 和 λ_X 分别为矢量介子，J/ψ 粒子和X粒子的螺旋度；$e_\mu^{\lambda_J}(p_J)$ 是 J/ψ 的极化矢量；$A_{\lambda_V\lambda_X}$ 为螺旋度振幅；(θ_1, ϕ_1) 描写V静止系中赝标介子 P_1 的动量的方向．这里取了 J/ψ 静止系中V的动量方向为坐标系 z 轴，e^+e^- 束流在 x-z 平面内．对于三赝标介子衰变情况，只要如前所述令 θ_1 和 ϕ_1 为衰变平面法线方向的极角和方位角，角分布公式不变．我们有螺旋度守恒关系式

$$\lambda_J = \lambda_V - \lambda_X. \tag{5}$$

注意到V粒子有三个螺旋度 $\lambda_V = \pm 1, 0$，因此，对应于X的不同自旋值 J_X，过程 $J/\psi \to V + X$ 的独立的螺旋度振幅 A_{λ_V,λ_X} 的数目分别为(见表 1)：

表　1

J_X	ϵ	独立的非零螺旋度振幅数
0	+(−)	2 (1)
1	+(−)	4 (3)
⩾2	+(−)	5 (4)

这里，我们用到了由宇称守恒而得到的关系式

$$A_{-\lambda_V,-\lambda_X} = \epsilon A_{\lambda_V,\lambda_X},\quad \epsilon = \eta_X(-1)^{J_X}, \tag{6}$$

其中，η_X 为X粒子的内禀宇称．而当 $\epsilon = -1$ 时，$A_{00} = 0$，

不难得到过程的角分布为

$$W_{J_X}(\theta_V,\theta_1,\phi_1) \sim \sum_{\lambda_V\lambda_V'\lambda_X} I_{\lambda_J,\lambda_J'}(\theta_V) A_{\lambda_V,\lambda_X} A_{\lambda_V',\lambda_X} D^{1*}_{\lambda_V,0}(\phi_1,\theta_1,0) \cdot D^1_{\lambda_V',0}(\phi_1,\theta_1,0), \tag{7}$$

其中

$$I_{\lambda_J,\lambda_J'}(\theta_V) \sim \frac{1}{4}\sum_{r,r'} \langle \phi_{\lambda_J}|T|e_r^+e_{r'}^-\rangle\langle \phi_{\lambda_J'}|T|e_r^+e_{r'}^-\rangle^*. \tag{8}$$

略去正比于 $O(m_e/p)$ 的小项（p 为 J/ψ 静止系中正负电子的动量的绝对值 $|\boldsymbol{p}_+|=|\boldsymbol{p}_-|=p$），有

$$\begin{aligned}
&I_{1,1}(\theta_V) = I_{-1,-1}(\theta_V) \sim p^2(1+\cos^2\theta_V)\\
&I_{1,0}(\theta_V) = I_{0,1}(\theta_V) = -I_{-1,0}(\theta_V) = -I_{0,-1}(\theta_V) \sim \frac{1}{\sqrt{2}}p^2\sin 2\theta_V\\
&I_{1,-1}(\theta_V) = I_{-1,1}(\theta_V) \sim p^2\sin^2\theta_V\\
&I_{0,0}(\theta_V) \sim 2p^2\sin^2\theta_V.
\end{aligned} \tag{9}$$

定义螺旋度振幅之比：

$$x = \frac{A_{1,1}}{A_{1,0}}, \quad y = \frac{A_{1,2}}{A_{1,0}}, \quad z_1 = \frac{A_{0,0}}{A_{1,0}}, \quad z_2 = \frac{A_{0,1}}{A_{1,0}}. \tag{10}$$

得到过程 $e^+e^- \to J/\psi \to V + X$，$V \to P_1P_2$ 或 $P_1P_2P_3$ 的角分布公式为：

$$\begin{aligned}
W_0(\theta_V,\theta_1,\phi_1) \sim{}& (1+\cos^2\theta_V)\sin^2\theta_1 - \eta_X\sin^2\theta_V\sin^2\theta_1\cos(2\phi_1)\\
&+ 2\sin^2\theta_V\cdot z_1^2\cos^2\theta_1 - (1+\eta_X)z_1\sin^2 2\theta_V\cdot\sin\theta_1\cos\theta_1\cos\phi_1,
\end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}
W_1(\theta_V,\theta_1,\phi_1) \sim{}& (1+\cos^2\theta_V)(\sin^2\theta_1 + 2z_2^2\cos^2\theta_1)\\
&+ \eta_X\sin^2\theta_V\sin^2\theta_1\cos(2\phi_1)\\
&- \sin 2\theta_V\cdot\sin\theta_1\cos\theta_1\cos\phi_1[(1-\eta_X)z_1 - 2xz_2]\\
&+ 2\sin^2\theta_V(x^2\sin^2\theta_1 + z_1^2\cos^2\theta_1),
\end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
W_{J_X\geqslant 2}(\theta_V,\theta_1,\phi_1) \sim{}& (1+\cos^2\theta_V)(\sin^2\theta_1 + y^2\sin^2\theta_1 + 2z_2^2\cos^2\theta_1)\\
&- \epsilon\sin^2\theta_V\sin^2\theta_1\cos(2\phi_1)\\
&- \sin 2\theta_V\sin\theta_1\cos\theta_1\cos\phi_1[(1+\epsilon)z_1 - 2xz_2]\\
&+ 2\sin^2\theta_V(x^2\sin^2\theta_1 + z_1^2\cos^2\theta_1).
\end{aligned} \tag{13}$$

当 $\epsilon = -1$ 时，如 $J_X^{\eta_X} = 0^-, 1^+, 2^-$ 等情况，以上公式中 $z_1 = 0$. 这就是(1)式中不包含螺旋度振幅之比的原因.

三、$e^+e^- \to J/\psi \to V + X, X \to P_4P_5$ 的角分布

和文献[2]讨论 J/ψ 的辐射衰变过程类似，现在矢量介子 V 有三个螺旋度 $\lambda_V = \pm 1, 0$. 因此，独立的螺旋度振幅数目对于 $J_X = 0$ 有 2 个，而对 $J_X \geqslant 2$ 的情况，此数目增至 5 个. 用(10)式定义的螺旋度振幅之比，我们不难得到当 $J^{PC} = 0^{++}$，2^{++} 和 4^{++} 时过程的角分布：

$$W_0(\theta_V,\theta,\phi) \sim (1+\cos^2\theta_V) + \sin^2\theta_V\cdot z_1^2, \tag{14}$$

$$
\begin{aligned}
W_2(\theta_V,\theta,\phi) \sim\ & (1+\cos^2\theta_V)(3\cos^2\theta-1)^2+\frac{3}{2}y^2\sin^4\theta(1+\cos^2\theta_V) \\
& + 6z_2^2\sin^2\theta\cos^2\theta(1+\cos^2\theta_V) \\
& + \sqrt{3}\,x\sin 2\theta_V\sin 2\theta(3\cos^2\theta-1)\cos\phi \\
& - \frac{3}{\sqrt{2}}x\cdot y\cdot\sin 2\theta_V\sin^2\theta\sin 2\theta\cos\phi \\
& - \sqrt{3}\,z_1z_2\sin 2\theta_V\sin 2\theta(3\cos^2\theta-1)\cos\phi \\
& + \sqrt{6}\,y\sin^2\theta_V\sin^2\theta(3\cos^2\theta-1)\cos(2\phi) \\
& - 6z_2^2\sin^2\theta_V\sin^2\theta\cos^2\theta\cos(2\phi) \\
& + 3x^2\sin^2\theta_V\sin^2 2\theta+z_1^2\sin^2\theta_V(3\cos^2\theta-1)^2,
\end{aligned} \tag{15}
$$

$$
\begin{aligned}
W_4(\theta_V,\theta,\phi) \sim\ & (35\cos^4\theta-30\cos^2\theta+3)^2(1+\cos^2\theta_V) \\
& + \sqrt{10}\,x(35\cos^4\theta-30\cos^2\theta+3)\sin 2\theta(7\cos^2\theta-3) \\
& \cdot\sin 2\theta_V\cos\phi \\
& + 2\sqrt{10}\,y(35\cos^4\theta-30\cos^2\theta+3)\sin^2\theta(7\cos^2\theta-1) \\
& \cdot\sin^2\theta_V\cos(2\phi) \\
& + 10x^2\sin^2 2\theta(7\cos^2\theta-3)^2\sin^2\theta_V \\
& - 20xy\sin^3\theta\cos\theta(7\cos^2\theta-3)(7\cos^2\theta-1)\sin 2\theta_V\cos\phi \\
& + 10y^2\sin^4\theta(7\cos^2\theta-1)^2(1+\cos^2\theta_V) \\
& + 5z_2^2\sin^2 2\theta(7\cos^2\theta-3)^2[(1+\cos^2\theta_V)-\sin^2\theta_V\cdot\cos(2\phi)] \\
& + z_1^2(35\cos^4\theta-30\cos^2\theta+3)^2\sin^2\theta_V \\
& - \sqrt{10}\,z_1z_2(35\cos^4\theta-30\cos^2\theta+3)\sin 2\theta\cdot(7\cos^2\theta-3) \\
& \cdot\sin 2\theta_V\cos\phi.
\end{aligned} \tag{16}
$$

四、结　　论

我们给出了过程 $e^+e^-\to J/\psi\to V+X$，$V\to P_1P_2$ 或 $P_1P_2P_3$ 对应于 $J_X=0,1$ 以及 $J_X\geqslant 2$ 的角分布公式(11)、(12)和(13)。当X为赝标介子时正好属于 $\epsilon=-1$ 这一类情况，所以不出现带 z_1 的项。而当X为标量介子时，如过程 $J/\psi\to\phi f_0(975)$，就要出现带 z_1 的项。

我们也给出了过程 $e^+e^-\to J/\psi\to VX$，$X\to P_4P_5$ 对应于X的 $J^{PC}=0^{++}$，2^{++} 和 4^{++} 时的角分布公式(14)、(15)和(16)。它们和 J/ψ 的辐射衰变过程相配合，对于确定共振态X的自旋，以及研究X的 $(q\bar{q})$ 和 (gg) 成分可以起到相辅相成的作用。也可以和该过程的分波分析[3]起互相补充的作用。

参　考　文　献

[1] L. Köpke and N. Wermes, CERN-EP/88-93, *Phys. Rep*, **174** (1989), 67.
[2] 严武光和郁宏，"高能物理与核物理"，**13**(1989)，234.
[3] Rong Sheng Xu, SCIPP 87/108.

HELICITY FORMALISM OF THE ANGULAR DISTRIBUTION FOR THE J/ψ HADRONIC DECAY PROCESS

YU HONG SHEN QIXING
(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing)

ABSTRACT

In this paper we give the helicity formalism of the angular distribution for processes $e^+e^- \to J/\psi \to V + X$, $V \to P_1P_2$ and $e^+e^- \to J/\psi \to V + X$, $X \to P_4P_5$. It provides the theoretical formula for e^+e^- experimental data analysis.