

# 有限温度格点 $SU(2)$ -Higgs 系统的解析处理\*

郑希特 刘备书

(成都科技大学物理系)

## 摘 要

有限温度格点规范理论的变分-累积展开处理推广到了格点  $SU(2)$ -Higgs 系统, Higgs 场在基础表示的情况。通过计算 Polyakov 线  $\langle L \rangle$  至三级近似演示了方法, 结果与蒙特卡罗计算的结果符合, 并和平均场的计算结果作了比较。

## 一、引 言

格点规范理论为进行多种不同的场论模型的非微扰研究提供了一个强有力的手段。在这些模型中有限温度的  $SU(2)$ -Higgs 模型有其特殊的兴趣, 因为它是弱电统一模型的一部份, 可能有助于了解高温下的 Higgs 机制, 后者在宇宙的早期演化中或许有重要作用。此外, 它还是有限温度下非阿贝规范系统与物质场耦合的最简单的模型, 对它的研究无疑对进一步处理有限温度的 QCD 是会有启发的。

有一系列工作用蒙特卡罗模拟对有限温度下的这一模型进行了研究<sup>[1-5]</sup>, 但是解析研究很少, 只文献[2]作过平均场的计算, 其作法是对纯规范部份用强耦合展开, 并对  $SU(2)$  与 Higgs 场的耦合常数作 hopping 展开, 从而导出一个有效作用量, 继而作平均场处理。

不久前对有限温度的格点  $SU(2)$  规范系统提出了一个近似解析处理办法<sup>[6]</sup>, 它把拉氏形式变分方法与累积展开相结合。本文的目的是把这种处理发展到用于格点  $SU(2)$ -Higgs 系统。Higgs 场是在基础表示中写出。这种情况远比纯  $SU(2)$  系统复杂, 但在引入具有较多变分参量的试探作用量之后, 仍然是可以解析处理的。作为例子, 把 Polyakov 线计算到三级近似, 结果与 Monte Carlo 模拟符合。

在第二节中给出了有限温度的模型及其处理, 第三节是对 Polyakov 线统计平均值的计算, 最后第四节是结果及讨论。

本文1990年3月31日收到。

\* 国家自然科学基金资助课题。

## 二、有限温度下的模型及其处理

考虑在四维超立方格子上定义的  $SU(2)$  规范场与基础表示的 Higgs 场  $\phi(x)$  耦合的系统。为引入温度取格子  $A = (N_\sigma A)^3 \times N_\tau A$ ,  $A$  为格距,  $N_\tau A$  为类时长度, 在这方向上加以周期条件后, 温度定义为  $T = 1/N_\tau A$ , 在我们的处理中  $N_\sigma$  仍为无限。为通常所作的那样<sup>[1,2]</sup>,  $U_i \in SU(2)$  定义在链上, Higgs 场  $\phi(x)$  定义在格点上, 周期条件要求:

$$\phi(x, t = 0) = \phi(x, t = N_\tau A), \quad U_i(x, 0) = U_i(x, N_\tau A). \quad (1)$$

在基础表示中  $\phi(x)$  可通过模长  $\rho_x$  和定义在格点上的  $\sigma(x) \in SU(2)$  表示, 经适当的规范变换可使  $\sigma(x)$  不出现在作用量中, 于是模型的作用量可写成<sup>[3]</sup>

$$S = S_G + S_H + S_I. \quad (2)$$

$$S_G = \frac{1}{2} \beta \left( \sum_{P_\sigma} \text{tr} U_{P_\sigma} + \sum_{P_\tau} \text{tr} U_{P_\tau} \right), \quad (3)$$

$$S_H = -\lambda \sum_x (\rho_x^2 - 1)^2 - \sum_x \rho_x^2, \quad (4)$$

$$S_I = \kappa \left( \sum_{x,\sigma} \rho_x \rho_{x+\sigma} \text{tr} U_{x,\sigma} + \sum_{x,\tau} \rho_x \rho_{x+\tau} \text{tr} U_{x,\tau} \right). \quad (5)$$

这里  $U_{P_\sigma}$  是  $U_i \in SU(2)$  在由类空链组成的元格上的顺序乘积,  $U_{P_\tau}$  则是  $U_i$  在由二个类空与二个类时链组成的元格上的顺序乘积,  $\sum_{P_\sigma}$  和  $\sum_{P_\tau}$  是分别对这些元格求和,  $\sum_x$ 、

$\sum_{x,\sigma}$  和  $\sum_{x,\tau}$  则是分别对格点、类空和类时链的求和。这些求和的总数分别是  $N_{P_\sigma} = \frac{1}{2} M(d-1)(d-2)$ ,  $N_{P_\tau} = M(d-1)$ ,  $M$ ,  $N_{I_\sigma} = M(d-1)$  和  $N_{I_\tau} = M$ 。  $\beta = 4/g^2$ ,  $\lambda$  和  $\kappa$  为常数。

系统的配分函数为

$$Z = \int [dU][d\rho] e^S. \quad (6)$$

我们采用

$$[d\rho] = \prod_x \rho_x^2 d\rho_x. \quad (7)$$

为进行累积展开计算, 引入试探作用量

$$S_0 = J \sum_\sigma \text{tr} U_\sigma + K \sum_\tau \text{tr} U_\tau - \alpha \sum_x \rho_x \quad (8)$$

如果没有最后一项, 它就是处理有限温度纯  $SU(2)$  系统时引入的  $S_0$ <sup>[6]</sup>。这最后一项是为计算 Higgs 模长而引入的最简单形式。  $J$ ,  $K$  和  $\alpha$  是待定的实参数。对于作用量为  $S_0$  的辅助格点系统, 配分函数  $Z_0$  可明显算出

$$Z_0 = \int [dU][d\rho] e^{S_0} = [f(J)]^{M(d-1)} \cdot [f(K)]^M \cdot [g_\alpha(\alpha)]^M. \quad (9)$$

这里  $f(x) = I_1(2x)/x$ , 是熟知的单链积分<sup>[8]</sup>. 而

$$g_n(\alpha) = \int_0^\infty d\rho \cdot \rho^{n-1} e^{-\alpha\rho} = \alpha^{-n} \cdot (n-1)!. \quad (10)$$

通过累积展开, 单位格点自由能可表示为<sup>[9]</sup>

$$F = F_0 + \frac{1}{M} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \mathcal{H}_n(\beta, \lambda, \kappa, J, K, \alpha). \quad (11)$$

这里

$$\mathcal{H}_n(\beta, \lambda, \kappa, J, K, \alpha) = \langle (S_G + S_H + S_I - S_0)^n \rangle_c, \quad (12)$$

$\langle x^n \rangle_c$  是  $n$  级累积展开, 它可通过用  $Z_0$  做的平均  $\langle x^n \rangle_0$  和低次的累积展开表示出来, 因之所有热力学量可逐级算出.

(11) 式是准确的,  $F = F(\beta, \lambda, \kappa)$  与  $J, K, \alpha$  无关, 但对于实际应用总只取到有限级的展开, 这时的结果就依赖于  $J, K, \alpha$  了. 在一级展开时由于 Jensen 不等式的存在,  $J, K, \alpha$  可由  $F_1$  的变分定出

$$\frac{\delta F_1}{\delta J} = 0, \quad \frac{\delta F_1}{\delta K} = 0, \quad \frac{\delta F_1}{\delta \alpha} = 0. \quad (13)$$

这里

$$\begin{aligned} F_1 &= F_0 + \frac{1}{M} \langle S_G + S_H + S_I - S_0 \rangle_c \\ &= -(d-1) \ln f(J) - \ln f(K) - \ln g_4(\alpha) - \frac{\beta}{2} (d-1) [(d-2)\omega_1^4 + 2\omega_1^2 \xi_1^2] \\ &\quad - 2\kappa \left( \frac{4}{\alpha} \right) [(d-1)\omega_1 + \xi_1] + \lambda \left[ \frac{7!}{3! \alpha^4} - \frac{2 \cdot 5!}{3! \alpha^2} + 1 \right] \\ &\quad + \frac{5!}{3! \alpha^2} - 4 + 2(d-1)J\omega_1 + 2K\xi_1. \end{aligned} \quad (14)$$

并且  $\omega_1 = I_2(2J)/I_1(2J)$ ,  $\xi_1 = I_2(2K)/I_1(2K)$ . 为演示方法的有效性, 简单地取对称格子,  $J = K$ ,  $\omega_1 = \xi_1$ , 这时方程(13)简化为两个联立方程

$$\begin{cases} J = \beta(d-1)\omega_1^3 + \kappa \left( \frac{4}{\alpha} \right)^2, \\ 1 = \frac{10}{\alpha^2} + \lambda \left( \frac{840}{\alpha^4} - \frac{20}{\alpha^2} \right) - d \cdot \kappa \left( \frac{4}{\alpha} \right)^2 \omega_1. \end{cases} \quad (15)$$

在给定  $\beta, \lambda, \kappa$  后,  $J, \alpha$  可联立解出.

### 三、Polyakov 线的计算

研究有限温度纯规范理论模型的解除禁闭相变时的一个有效手段是考察 Polyakov 线的统计平均值  $\langle L \rangle$ ,

$$L = \frac{1}{2} \text{tr} \prod_{i=1}^{N_t} U_i(\mathbf{x}, t) \quad (16)$$

当与物质场耦合时,  $\langle L \rangle$  也能起到指示解除禁闭相变的作用<sup>[2,4]</sup>. 用普遍公式可以逐级解析计算<sup>[6]</sup>:

$$\langle L \rangle = \langle L \rangle_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \langle L (S - S_0)^n \rangle_c \equiv \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \langle L_n \rangle. \quad (17)$$

到三级近似可写出:

$$\begin{aligned} \langle L_0 \rangle &= \langle L \rangle_0, \\ \langle L_1 \rangle &= \langle LS \rangle_c - K \frac{\partial}{\partial K} \langle L \rangle_0, \\ \langle L_2 \rangle &= \langle LS^2 \rangle_c - 2 \left( J \frac{\partial}{\partial J} + K \frac{\partial}{\partial K} + \alpha \frac{\partial}{\partial \alpha} \right) \langle LS \rangle_c + K^2 \frac{\partial^2}{\partial K^2} \langle L \rangle_0, \\ \langle L_3 \rangle &= \langle LS^3 \rangle_c - 3 \left( J \frac{\partial}{\partial J} + K \frac{\partial}{\partial K} + \alpha \frac{\partial}{\partial \alpha} \right) \langle LS^2 \rangle_c \\ &\quad + 3 \left( J^2 \frac{\partial^2}{\partial J^2} + K^2 \frac{\partial^2}{\partial K^2} + \alpha^2 \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + 2JK \frac{\partial}{\partial J} \frac{\partial}{\partial K} + 2J\alpha \frac{\partial}{\partial J} \frac{\partial}{\partial \alpha} \right. \\ &\quad \left. + 2K\alpha \frac{\partial}{\partial K} \frac{\partial}{\partial \alpha} \right) \langle LS \rangle_c - K^3 \frac{\partial^3}{\partial K^3} \langle L \rangle_0. \end{aligned} \quad (18)$$

它们是[6]中(16)式的推广.  $\langle L \rangle_0$  只含类时链上的  $U_r$ , 因而只是  $K$  的函数. 主要的工作在于计算  $\langle LS^i \rangle_c$ , 其它多项则利用低级的结果求导算出是比较容易的.

按[6]引入图形表示比较方便, 在  $\langle LS^i \rangle_c$  中只联接图形才有贡献. 用垂直线段表示类时链上的群元素, 水平和斜线表示类空链上的群元素, 以点和点线表示图形上下相接的周期性, 封闭的圈都取迹. 如[6]的(20)所示. 新引入与 Higgs 场有关的图形如下:

$$\begin{aligned} \bigcirc &= \rho_x, & \text{---} \bigcirc &= \rho_x \rho_x + \text{str} U_\sigma, & \int &= \rho_x \rho_x + \text{tr} U_\tau, \\ \bullet &= -\lambda(\rho_x^2 - 1)^2 - \rho_x^2. \end{aligned} \quad (19)$$

于是我们可写出:

$$\begin{aligned} \langle L \rangle_0 &= \frac{1}{2} \langle L_{0,1} \rangle_0 = \xi^2, \\ \langle LS \rangle_c &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \beta \cdot \alpha_{1,1} \langle L_{1,1} \rangle_c + \frac{1}{2} \gamma_{1,1} \langle T_{1,1} \rangle_c, \\ \langle LS^2 \rangle_c &= \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{2} \beta \right)^2 \cdot \sum_{i=1}^6 \alpha_{2,i} \langle L_{2,i} \rangle_c + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^8 \gamma_{2,i} \langle T_{2,i} \rangle_c, \\ \langle LS^3 \rangle_c &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} \beta \right)^3 \sum_{i=1}^{29} \alpha_{3,i} \langle L_{3,i} \rangle_c + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{60} \gamma_{3,i} \langle T_{3,i} \rangle_c. \end{aligned} \quad (20)$$

这里来自纯  $SU(2)$  规范场  $S_G$  的不联结图形  $L_{n,i}$  及其相应的系数见[6]的表 1, 在附录中给出与  $S_H$  与  $S_I$  有关的联结图形至二级展开的  $\langle T_{n,i} \rangle_0$  及相应的系数  $\gamma_{n,i}$ . 至三级展开有 60 个联结图形, 我们不一一列出, 而仅给出若干  $\langle T_{3,i} \rangle_0$  的结果, 因为它们的计算略为复杂一点, 其它的可直接由在附录中给出的图形规则从联结图形直接写出.

## 四、结果和讨论

在固定  $\beta, \lambda, \kappa$  参数时解(15)式得  $J, \alpha$ , 以它们代入(20)、(18)式(取  $\omega_i = \xi_i$ )就可算出  $N_r = 2$  时  $\langle L \rangle$  累积展开至三级的近似值。在图1中以实线给出了  $N_r = 2, \lambda = 0.10$ , 及若干  $\kappa$  值时的  $\langle L \rangle - \beta$  关系, 圆点(以虚线引导)是 Monte Carlo 模拟结果<sup>[1,2]</sup>, 点划线是平均场的结果<sup>[2]</sup>。Monte Carlo 模拟已显示  $N_r = 4$  时  $\langle L \rangle$  比  $N_r = 2$  时的变化更陡<sup>[2,3]</sup>, 所以确切地判定温度解除禁闭相变计算较大的  $N_r$  情形是必须的。在图2上以小方框给出  $N_r = 2, \lambda = 5.0, \kappa = 0.32$  Monte Carlo 模拟的  $\langle L \rangle - \beta$  关系<sup>[2]</sup>, 虚线为平均场结果<sup>[2]</sup>, 实线为累积展开至三级的结果。在图3上给出  $N_r = 2, \lambda = 0.10, \beta = 1.25$  的  $\langle L \rangle - \kappa$  关系, 圆点(以虚线引导)为 Monte Carlo 结果<sup>[1]</sup>, 实线为累积展开计算的结果, 从上到下的三根线  $a, b, c$  分别是一、二、三级展开的近似, 显然, 它们是逐级逼近 Monte Carlo 结果的, 这反映了向正确极限收敛较快。本文的处理办法用来计算较大的  $N_r$  和作更多级次的展开可望给出有关温度解除禁闭相变的较确切的解析结果。

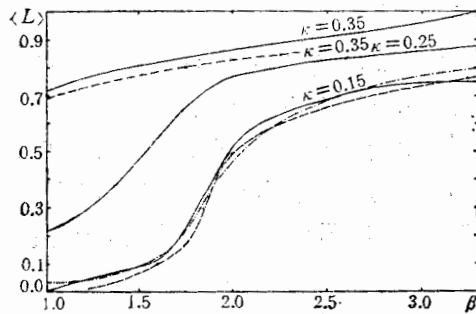


图 1

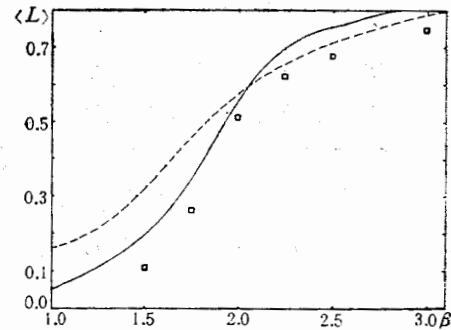


图 2

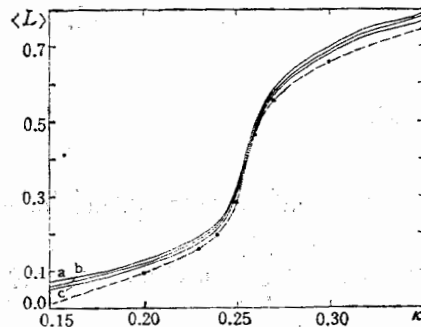


图 3

## 附 录

在  $\langle LS^n \rangle_c = \langle L(S_G + S_H + S_I)^n \rangle_c$  的计算中, 除  $\langle LS_0^n \rangle_c$  在[6]中已算至三级外, 我们现在需要计算的联结图形来自上式  $n$  次幂的各展开项, 以  $\eta_{n,i}$  表示与展开相应的  $\beta, \kappa$  系数之积, 以  $\alpha_{n,i}$  表示

等价图形的重覆系数, (20) 式中的  $\gamma_{n,i} = \alpha_{n,i} \cdot \eta_{n,i}$ . 还用如下符号:

$$\omega_n = \frac{1}{f(J)} \frac{\partial^n f(J)}{\partial J^n}, \quad \xi_n = \frac{1}{f(K)} \frac{\partial^n f(K)}{\partial K^n}, \quad \varrho = \frac{1}{3} (\omega_2 - 1), \quad \Xi = \frac{1}{3} (\xi_2 - 1), \quad (A.1)$$

$$r = 2(d - 1), \quad R_0 = 2d - 3, \quad R = 4R_0, \quad R_i = R_{i-1} - 1,$$

$$G_n = \langle \rho_n^* \rangle_0 = \frac{(n+3)!}{3! \alpha^n}, \quad (A.2)$$

$$X_{11} = \langle \rho_x [-\lambda(\rho_x^2 - 1)^2 - \rho_x^2] \rangle_0 = -\lambda \sum_{i=0}^2 (-1)^i C_i^2 G_{2i+1} - G_3,$$

$$X_{12} = \langle \rho_x [-\lambda(\rho_x^2 - 1)^2 - \rho_x^2]^2 \rangle_0 = \lambda^2 \sum_{i=0}^4 (-1)^i C_i^4 G_{2i+1} + 2\lambda \sum_{i=0}^2 (-1)^i C_i^2 G_{2i+3} + G_5, \quad (A.3)$$

$$X_{21} = \langle \rho_x^2 [-\lambda(\rho_x^2 - 1)^2 - \rho_x^2] \rangle_0 = -\lambda \sum_{i=0}^2 (-1)^i C_i^2 G_{2i+2} - G_4.$$

联结图形的积分为 [6, 9] 所描述的那样都可算出.

从计算过程中可总结出一些方便的计算规则, 因为算  $\langle \dots \rangle_0$  的基本技巧是把封闭迴路 (Polyakov 线和 Wilson 圈) 拆散 (即把一系列群元素乘积之迹变成单个群元素迹之乘积), 故在封闭迴路中拆出一个链后, 剩下的迴路仍应视为封闭的, 直到只剩下最后一个链时封闭迴路才算拆完. 联结图形中  $n$  个重迭在一起的链叫  $n$  重链, 如果这  $n$  重链是来自  $n$  个图形, 它们除这个链外别无其它的链相互联结, 则称这个  $n$  重链是单联结的. 计算联结图形的  $\langle \dots \rangle_0$  时, 先拆除其上的  $\bigcirc$  和  $\bullet$ , 再从简到繁地拆链, 其对  $\langle \dots \rangle_0$  结果的贡献为如下规则所确定各部分贡献之积.

1. 每一格点上的  $n$  个  $\bigcirc$ : 贡献  $G_n$ ,
2. 每一格点上的  $\bigcirc\bullet$ : 贡献  $X_{11}$ ,
3. 每一格点上的  $\bigcirc\bullet\bullet$ : 贡献  $X_{12}$ ,
4. 每一格点上的  $\bigcirc\bigcirc\bullet$ : 贡献  $X_{21}$ ,
5. 每一类空(时)链: 贡献  $2\omega_1(2\xi_1)$ ,
6. 每一条单联结的  $n$  重类空(时)链: 贡献  $\omega_n(\xi_n)$ ,
7. 联结图形的全部封闭迴路中若有  $m$  条单联结的  $n$  重链 ( $n \geq 1$ ): 贡献因子  $\left(\frac{1}{2}\right)^{m-1}$ .

在表 1 中列出了  $LS^i$  至二级 ( $i = 2$ ) 的全部图形, 以及含非单联结多重链的部份三级图形, 它们的系数以及  $\langle \dots \rangle_0$ . 其它的三级图形用上述规则很容易写出. 对更高级的展开, 上述规则就需略加扩充.

表 1

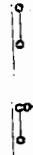

$n$	$i$	$T_{n,i}$	$\alpha_{n,i}$	$\eta_{n,i}$	$\langle T_{n,i} \rangle_0$
1	1		2	$\kappa$	$\xi_1 \xi_1 G_1^2$
2	1		$8r$	$\kappa^2$	$2\omega_1 \xi_1 \xi_2 G_1^2 G_2$

表 1(续)

$n, i$	$T_{n,i}$	$\alpha_{n,i}$	$\eta_{n,i}$	$\langle T_{n,i} \rangle_0$
2 2		2	$\kappa^2$	$\xi_1 \xi_3 G_1^2$
3		2	$\kappa^2$	$\frac{1}{2} \xi_1^2 G_1^2$
4		$4r$	$\frac{1}{2} \beta \kappa$	$\frac{1}{2} \omega_1^2 \xi_1 \xi_3 G_1^2$
5		$8r$	$\frac{1}{2} \beta \kappa$	$\frac{1}{2} \omega_1 \xi_1^2 \omega_2 \xi_3 G_1^2$
6		$4r$	$\frac{1}{2} \beta \kappa$	$\omega_1^2 \xi_1^2 \xi_3 G_1^2$
7		$4r$	$\frac{1}{2} \beta \kappa$	$\frac{1}{2} \omega_1^2 \xi_1 \xi_3 G_1$
8		8	$\kappa$	$\xi_1 \xi_3 X_{11} G_1$
3 1		$12r$	$(\frac{1}{2} \beta)^2 \kappa$	$\xi_1 \left[ 4\omega_1 \xi_1 + \frac{1}{3} (\omega_3 - 2\omega_1) (\xi_3 - 2\xi_1) \Omega \Xi \right] G_1^2$
2		$6r$	$(\frac{1}{2} \beta)^2 \kappa$	$\xi_1 [\xi_3 + (\xi_3 - \xi_1) \Omega^2 \Xi] G_1^2$
3		$6r$	$(\frac{1}{2} \beta)^2 \kappa$	$\xi_1 \left[ 4\xi_1^2 + \frac{1}{3} (\xi_3 - 2\xi_1)^2 \Omega^2 \right] G_1^2$
4		$6r$	$(\frac{1}{2} \beta)^2 \kappa$	$\frac{1}{2} \xi_1 [2\xi_1 + (\xi_3 - 2\xi_1) \Omega^2 \Xi] G_1^2$
5		$12r$	$(\frac{1}{2} \beta)^2 \kappa$	$\xi_1 \left\{ \frac{1}{6} (\omega_3 - 2\omega_1) [\xi_1^2 - (1 + 3\Xi^2)] \Omega + \omega_1 (1 + 3\Xi) \right\} G_1^2$
6		$12r$	$(\frac{1}{2} \beta)^2 \kappa$	$\frac{1}{2} \xi_1^2 \{ \xi_3 \xi_1 \Omega^2 + (1 - \Omega^2) [2\xi_1 + (\xi_3 - 2\xi_1) \Xi] \} G_1^2$
7		$12r$	$(\frac{1}{2} \beta)^2 \kappa$	$\frac{1}{4} \xi_1 \xi_3 \{ \xi_1^2 \Omega^2 + (1 - \Omega^2) (1 + 3\Xi^2) \} G_1^2$

## 参 考 文 献

- [ 1 ] P. H. Damgaard and U. M. Heller, *Phys. Lett.*, **171B** (1986), 442.
- [ 2 ] P. H. Damgaard and U. M. Heller, *Nucl. Phys.*, **B294** (1987), 253.
- [ 3 ] P. H. Damgaard and U. M. Heller, *Nucl. Phys.*, **B304**(1988), 63.
- [ 4 ] T. Munchisa and Y. Munchisa, *Z. Phys.*, **C32** (1986), 531.
- [ 5 ] H. G. Evertz, J. Jersak and K. Kanaya, *Nucl. Phys.*, **B285** [FS19] (1987), 229.
- [ 6 ] C. -I Tan and X. T. Zheng, *Phys. Rev.*, **D39** (1989), 623.
- [ 7 ] H. Kuhnelt, C. B. Lang and G. Vones, *Nucl. Phys.*, **B230** [FS10]. (1984), 16.
- [ 8 ] R. Brower, P. Rossi and C. -I Tan, *Nucl. Phys.*, **B190**(1981), 699.
- [ 9 ] X. T. Zheng, Z. G. Tan and J. Wang, *Nucl. Phys.*, **B287** (1987), 171.

## ANALYTICAL TREATMENT OF $SU(2)$ -HIGGS SYSTEM ON LATTICE AT FINITE TEMPERATURE

ZHENG XITE    LIU BEISHU

(Chengdu University of Science & Technology)

### ABSTRACT

The variational cumulant expansion treatment of lattice gauge theory at finite temperature is developed to the lattice  $SU(2)$ -Higgs system. The method is demonstrated by calculating the expectation value of Polyakov line  $\langle L \rangle$  to the 3rd order approximation. The result is in agreement with the Monte Carlo simulation. The comparison with the mean field results is given.