

较低能区质子与核弹性散射 相对论性的研究*

李扬国

(汕头大学物理系, 广东)

摘 要

在能量低于 300 MeV 的能区中讨论了含有罗伦兹不变性的相对论性光学势, 并用严格的分波方法求解含有标量势和矢量势的 Dirac 方程. 对质子在 300—65 MeV 能区中与 ^{40}Ca 核作计算并与弹性散射微分截面 $\frac{d\sigma}{d\Omega}$, 分析本领 $A_y(\theta)$ 和自旋转动函数 $Q(\theta)$ 的实验结果比较. 看到改进了的相对论性光学势与这些实验值符合甚好.

一、引 言

八十年代初以来, 质子与原子核作用的相对论性研究取得了很大成功^[1,2]. 弹性散射集中于讨论相对论性光学势的特点. 从唯象或微观的角度求解含有光学势的 Dirac 方程^[3,4]. 它能够很好地描述微分截面 $\frac{d\sigma}{d\Omega}$, 以及自旋观测的分析本领 $A_y(\theta)$ 和自旋转动函数 $Q(\theta)$ 的测量结果. 这三个量是相互独立, 构成一组完全测量. 理论上的这些成就, 主要受近年核力的介子交换理论的启发而发展起来. 从具有罗伦兹不变性的 N-N 振幅出发, 用相对论性自洽场理论导出 Dirac 方程在中能区的光学势. 这个光学势包含罗伦兹变换中各种可能的项. 且从数量级上看至少标量项 S 和矢量项 V 同等重要. 它在入射质子能量为 500 MeV 以上能区, 取得令人信服的成功^[3,4].

然而在较低能区, 相对论性冲量近似发展起来的光学势, 在入射能量低于 300 MeV 时存在困难. 这时光学势的标量势 S 和矢量势 V 强度太强, 以致在解释实验结果上欠佳^[5,6]. 最近 J. A. Tjon^[6] 从介子交换理论出发提出改进的意见, 并得到初步良好的结果. 本文在他们的基础上, 沿着改进了的光学势, 在 300 MeV 以下到 65 MeV 较广阔的能区中, 用唯象光学势进行理论计算分析. 可以看到在此能区能与所有实验结果符合得甚好. 我们将对此结果进行讨论.

* 国家自然科学基金资助课题.
本文 1987 年 12 月 19 日收到.

二、相对论性光学势的改进

质子与原子核弹性散射相对论性的理论研究, 发展了多次散射理论^[2,3,4]. 求得一个 Dirac 型光学势 U_{opt} . 它具有罗伦兹不变性, 一般形式为^[4]:

$$U_{\text{opt}} = S(\mathbf{r}) + \gamma^{\mu} V_{\mu}(\mathbf{r}) + \sigma^{\mu\nu} T_{\mu\nu}(\mathbf{r}) + \gamma^5 P(\mathbf{r}) + \gamma^5 \gamma^{\mu} A_{\mu}(\mathbf{r}), \quad (1)$$

它分别对应于标量势, 矢量势, 张量势, 赝标势和赝矢量势. 其中 $\sigma^{\mu\nu}$, γ 是 4×4 矩阵. 这里用 J. D. Bjorken^[7] 的定义. 赝标势和赝矢量势由于宇称守恒没有贡献. 张量势一般分析只有 1% 的贡献可以忽略^[4]. 这一光学势在 500 MeV 以上的能区, 由于解释好所有的自旋观测而获得很大的成功. 然而在较低能区 (低于 300 MeV), 这个光学势 $S(r)$ 和 $V(r)$ 都过强^[5,6]. 在解释实验上欠佳. 这段能区出现的问题是多方面. J. A. Tjon^[6] 提出推广了的相对论冲量近似方法. 即在全部 Dirac 旋量空间中考虑 NN 相互作用, 并改正 NN 相互作用的赝标单 π 介子交换为赝矢单 π 介子交换. 赝矢单 π 交换理论是当前被普遍接受的模型. 这样得到更完整的光学势. 在考虑了宇称守恒, 时间反演不变性及电荷对称性之后, 一般形式为:

$$U_{\text{opt}} = S(r) + \gamma^0 V(r) + C(r) \left[\frac{-E\gamma^0 + \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} + m}{m} \right] - i\boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{\gamma} T(r) \\ - \{S_{LS}(r) + \gamma^0 V_{SL}(r)\} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L} - i\boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{r} D(r) + F(r) \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p}, \quad (2)$$

其中最后二项是由于 NN 振幅的离壳效应所贡献, 若取能壳上的 NN 振幅, 它为零. $T(r)$, $S_{LS}(r)$ 和 $V_{SL}(r)$ 的强度约为 1 MeV. 比起前三项来小得多, 可以忽略. 因此相对论性光学势可取前三项即:

$$U_{\text{opt}} = S(r) + \gamma^0 V(r) + C(r) \left[\frac{-E\gamma^0 + \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} + m}{m} \right], \quad (3)$$

把 (3) 式代入 Dirac 方程^[4], 并作如下替换

$$\tilde{\psi}_k^{(+)}(\mathbf{r}) = \left(1 + \frac{C(r)}{m} \right) \psi_k^{(+)}(\mathbf{r}),$$

整理得:

$$\{\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta[m + \tilde{S}(r)] + \tilde{V}(r) + \tilde{V}_c(r)\} \tilde{\psi}_k^{(+)}(\mathbf{r}) = E \tilde{\psi}_k^{(+)}(\mathbf{r}), \quad (4)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \tilde{S}(r) &= S(r) / \left[1 + \frac{C(r)}{m} \right], \\ \tilde{V}(r) &= V(r) / \left[1 + \frac{C(r)}{m} \right], \\ \tilde{V}_c(r) &= V_c(r) / \left[1 + \frac{C(r)}{m} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

由于把 $\left(1 + \frac{C(r)}{m} \right)$ 因子收缩在波函数中, 这样得到一个等价的 Dirac 方程 (4) 式. 它所对应的标量势和矢量势为 $\tilde{S}(r)$ 和 $\tilde{V}(r)$. 故考虑了赝矢 π N 介子交换的行为后的光学势在 300 MeV 以下的能区, $\tilde{S}(r)$, $\tilde{V}(r)$ 的强度有很大的变化. 如入射能量 100 MeV

反射
方
转
成
I-N
包含
在

MeV
比欠
匀结
阔的
合得

时比之在赝标 πN 交换的结果下降一倍以上。整个强度随入射能量下降的变化是趋于缓慢上升。相对论性理论的成功,不单知道有很强的且反号的 $V(r)$ 和 $S(r)$ 。而且还依赖于这些势的形状。它们对应于标量势和矢量势的密度分布^[4]。为此,我们在(4)式的基础上,选取 Saxon-Woods 型光学势形状,并严格求解此 Dirac 方程。目的在于考察在此能区中相对论性理论的可行性,观察其改进程度及存在的问题。

三、Dirac 方程的光学势计算

用(4)式描述的相对论光学势,计算分析 300 MeV 以下入射质子——核弹性散射的

$\frac{d\sigma}{d\Omega}$, $A_y(\theta)$ 和 $Q(\theta)$ 。在坐标空间,用严格的

分波法求解 Dirac 方程。 $S(r)$ 和 $V(r)$ 的强度,在上一节已经讨论了,我们将参照[6]中提出的特点。而其形状,用熟知的 Saxon-Woods 光学势即:

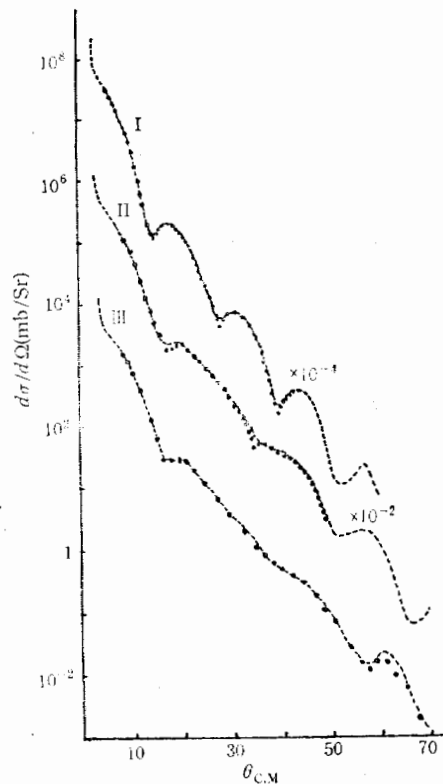
$$\left. \begin{aligned} \tilde{S}(r) &= V_s f_s(r) + iW_s f_{ws}(r), \\ \tilde{V}(r) &= V_0 f_0(r) + iW_0 f_{w0}(r). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$f_i(r) = \frac{1}{1 + e^{(r-R_i)/a_i}}$$

$$(i \text{ 取 } s, ws, 0 \text{ 或 } w_0) \quad (6)$$

$\tilde{V}_c(r)$ 库仑势,取均匀电荷分布所得的结果^[4]。这个光学势,最多有 12 个参数。在非相对论近似下,讨论含有自旋轨道耦合势在内的光学势也要 12 个参数。相对论的描述,参数没有增多。在 500 MeV 入射质子情况,我们曾给出了各个核光学势的形状参数^[4]。这里,仍以它为依据,同时,从我们的或别人的工作^[8]都表明光学势形状的微弱变化,即核密度分布的微弱变化,对自旋依赖的观测量,如 $A_y(\theta)$ 和 $Q(\theta)$ 影响是很强烈。因此,在这里将进一步调节参数,以其寻找最能符合实验结果的相对论性光学势。在计算程序中,这里采用能自动寻找最佳符合的选取方法。但要在多维的参数空间进行变化选择最优值,也是极其困难之事。为此,我们只能用变动二,三个参数,分二,三阶段筛选的方法,反复运用。尽量求得最佳的结果。

图1 质子与 ^{40}Ca 弹性散射微分截面,能量 I: 300 MeV; II: 200 MeV; III: 181.7 MeV 点为实验值,曲线为理论计算



Dirac 方程的约化方法在[4]中已讨论。通过计算出自旋正常项振幅 $F_1(\theta)$ 和自旋打翻项振幅 $F_2(\theta)$, 最后散射振幅为:

$$M(\theta) = F_1(\theta) + \sigma \cdot \mathbf{n} F_2(\theta), \quad (7)$$

$A_y(\theta)$

$Q(\theta)$

图3 旋

σ 为, 算出

分析:

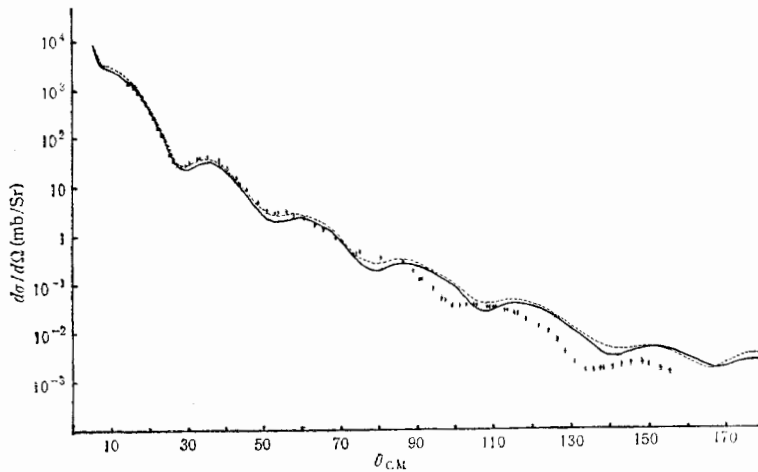


图 2 65MeV 质子与 ^{40}Ca 弹性散射微分截面, 点为实验值实线为 III 组参数理论值, 虚线为 I 组参数理论值

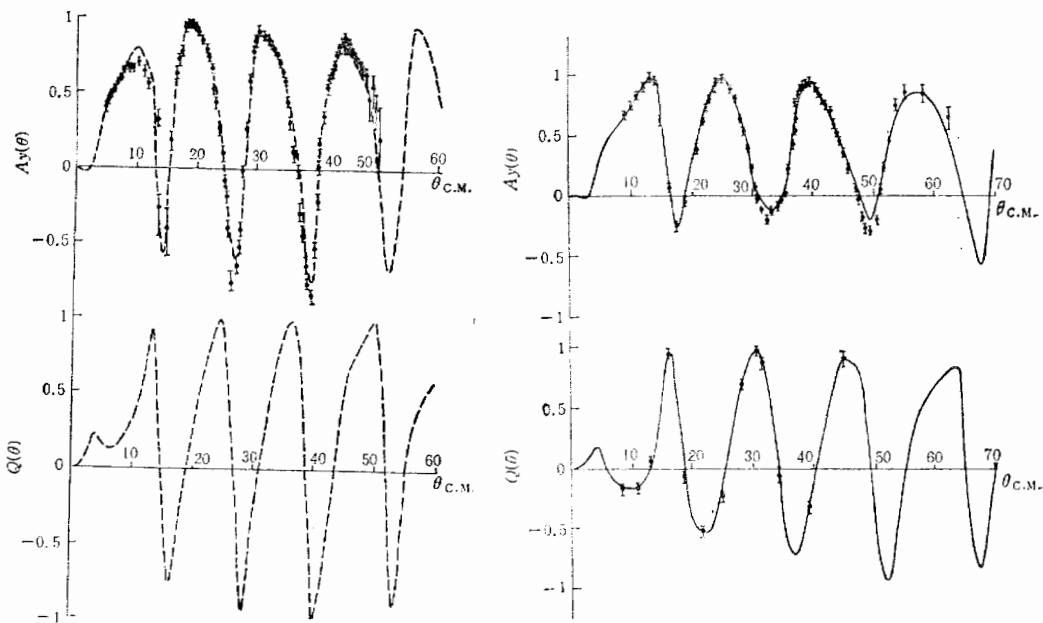


图 3 300MeV 质子与 ^{40}Ca 的分析本领 $A_y(\theta)$ 和自旋转动函数 $Q(\theta)$, 点为实验值, 曲线是理论计算

图 4 说明同图 3, 能量为 200MeV

σ 为入射质子 Pauli 矩阵, $\hat{n} = \hat{k}_i \times \hat{k}_f$ 是垂直于散射平面的单位矢量. 并由它分别计算出微分截面

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |F_1(\theta)|^2 + |F_2(\theta)|^2, \quad (8)$$

分析本领

$$A_y(\theta) = \frac{2\text{Re}(F_1(\theta)F_2^*(\theta))}{|F_1(\theta)|^2 + |F_2(\theta)|^2}, \quad (9)$$

于
还
的
在

的
的
强
提
ds

5)

6)
14)
近
势
增
了
为
光
变
(θ)
参
光
最
为
的

自

7)

表1 光学势参数

能量 (MeV)	V_0 (MeV)	$-R_0$ (fm)	a_0 (fm)	V_z (MeV)	R_z (fm)	a_z (fm)	W_0 (MeV)	R_{w0} (fm)	a_{w0} (fm)	W_z (MeV)	R_{wz} (fm)	a_{wz} (fm)
65 I	362.	3.519	0.637	-450.	3.488	0.664	-18.9	4.1	0.5	13.78	3.42	0.35
II	362.	3.519	0.637	-450.	3.488	0.664	-18.9	4.1	0.5	13.78	3.42	0.33
III	362.5	3.519	0.637	-454.1	3.488	0.664	-18.9	4.1	0.5	13.78	3.42	0.40
181.3	320.9	3.587	0.618	-439.2	3.556	0.646	-71.36	3.8	0.6	55.92	3.76	0.55
200.	301.9	3.587	0.618	-406.8	3.556	0.646	-74.3	3.83	0.623	69.27	3.83	0.58
300.	281.2	3.587	0.618	-399.9	3.556	0.646	-83.6	3.9	0.615	84.57	3.9	0.6

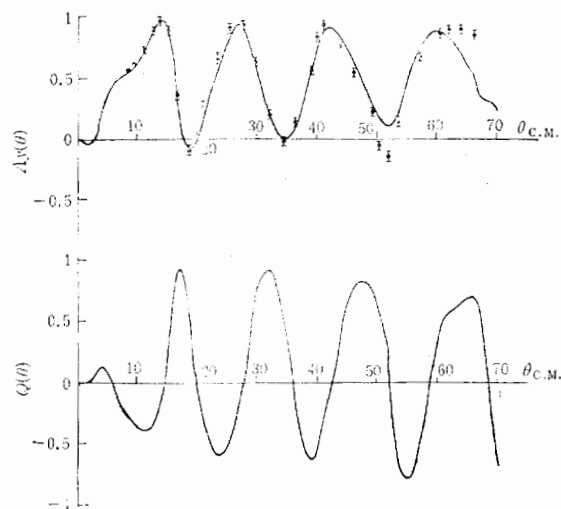


图5 说明同图3, 能量为181.7MeV

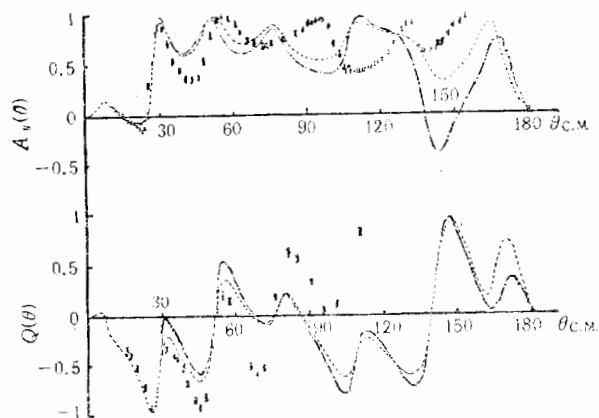


图6 说明同图3, 能量为65MeV, 虚线为III组参数, 点划线为I组参数

自

61
对度

分符B. 时处能的大与很子差 最此同角调

测表另至于

定

自旋转动函数

$$Q(\theta) = \frac{2\text{Im}(F_1(\theta)F_2^*(\theta))}{|F_1(\theta)|^2 + |F_2(\theta)|^2}, \quad (10)$$

对 300 MeV 到 65 MeV 这段能区, 质子与 ^{40}Ca 在不同能量下的计算结果画于图 1—6 中, 这是一组目前能得到的最佳符合. 图也绘出实验结果, 它们来自 [5, 9]. 理论曲线所对应的光学势参数列于表 1 中. 对于 65 MeV 入射能量的情况, 这里作了 $0^\circ \rightarrow 180^\circ$ 全角度的计算.

四、分析与讨论

从图中的计算结果与实验比较, 首先看到对于 300, 200 和 181.3 MeV 情况, 所有的微分截面 $\frac{d\sigma}{d\Omega}$, 分析本领 $A_y(\theta)$ 和自旋转动函数 $Q(\theta)$, 在实验的角度内都与实验极好的符合. 克服了早先相对论冲量近似在此能量下未能很好符合的结果. 例如 M. V. Hynes, B. C. Cleak^[5] 等人在此能区的一些计算及与实验的比较, 未能有如此满意的结果. 同时, 非相对论性光学势的描述, 也没有相对性结果更能符合实验. 这里的计算在 200 MeV 处, 与 S. J. Wallace^[6] 在北京国际中能物理讨论会所给出的结果极其相似. 对于很低能量 65 MeV 的计算, 由于 H. Sakaguchi 等^[7] 最近做了很完整的实验. 这里作了全角度的计算. 与实验的比较看到微分截面在 90° 以前几乎与实验吻合, 在后半球偏离也不算大, 峰谷的位置也大体接近. 对于分析本领 $A_y(\theta)$ 和自旋转动函数. 在 60° 以前基本上与实验一致, 在 30° 之前完全吻合. 而在后半球区只能说是给出了定性的趋势. 在这样很低能区, 要在全角度内符合实验看来对理论还要有较大的改进. 马中玉等^[10] 用 σ, ω 介子场所导出相对论微观光学势对这一能量作的计算, 与实验符合的程度远比这里的结果差. 他们对 $\frac{d\sigma}{d\Omega}$, 在 50° 后便有很大的偏离, 以致在后半球有量级上的差别. 我们这里最多只有一倍的差别. 对于 $A_y(\theta)$ 及 $Q(\theta)$, 这里的结果, 比之也有很大的进步. 在此能区, 非相对论光学势的描述也不是成功的. 即使用包含有自旋轨道相互作用光学势, 同样具有 12 个光学势参数, 仍然不能描述大角度处的行为. 为此人为地增加一个与分波角动量 l 相关势, 如取 $-V_{ex}(-1)^l f(r_{ex})$. $f(r_{ex})$ 为势阱形状函数. 这样至少要增加三个调节参数, 才能基本上描述全部实验结果.

虽然, 这里得到一个较为满意的 S-V 型的光学势. 但也必需指出, 自旋依赖的观测测量与光学势的变化是很灵敏的. 在 65 MeV 的计算中, 这里给出了三组的计算结果, 从表 1 中, 人们可以看出, 它的变动是极其微小的, 而对 $A_y(\theta)$ 和 $Q(\theta)$ 有较大的扰动. 特别当角度增大时, 这种变化便更为剧烈. Hynes^[5] 在这方面有更为详细的分析, 对于势阱强度, 密度分布等的变化所引起的扰动给出了量的关系. 这里得到了类似的结果. 这对于深入了解核子在核中的运动行为是很有益的一个方面.

在图 7 中, 画出了上面各能量计算得的中心势及自旋轨道耦合势的实部和虚部形状. 连同更高能区的结果^[5] 可以看到这些位势在全能区 ($50 \leq T_p \leq 1000\text{MeV}$) 与能量的关

$a_{w, \sigma}$ (fm)
0.35
0.33
0.40
0.55
0.53
0.6

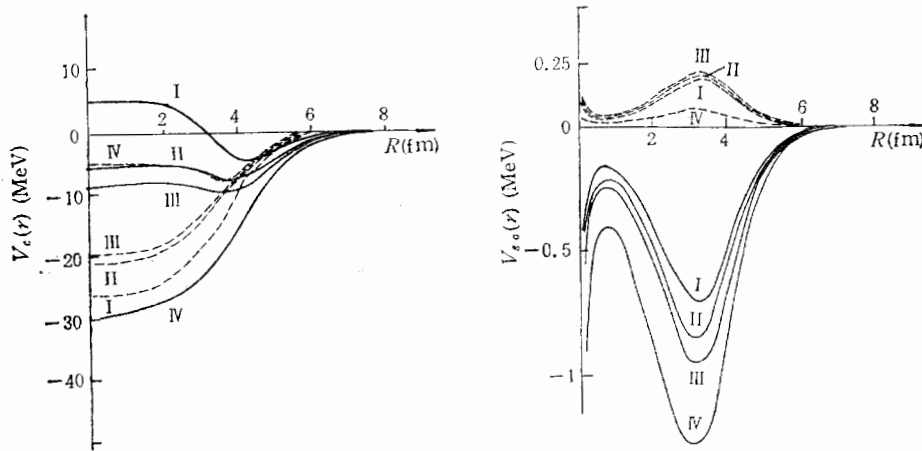


图7 质子⁴⁰Ca上弹性散射的 $V_c(r)$ 和 $V_{so}(r)$ 形状曲线实线为实部,虚线为虚部,标号I, II, III, IV分别对应于300,200,181.7和65MeV

系是很匀称的变化。B. J. Wallace^[6]曾指出,在500 MeV以上,改正的结果很接近于早先相对论冲量近似的结果。这样显示出考虑赝矢 π 介子交换模型在较低能区是极其必要的。从图7中心势的实部看到在200—300 MeV之间,中心势从吸引势变为排斥势。这一特点在早先的相移分析中已有所认识,而现在相对论性的结果,再次显现。从表1中,可清楚的看到 $S(r)$ 势与 $V(r)$ 势都很强且反号,因此给出了较弱的中心势及很强的自旋相互作用势。最后,还要指出,在表1中给出的光学势参数在181 MeV以上的几组数中与A. M. Kobos^[5]给出的不尽相同,且有较大的变化。那时的计算,对⁴⁰Ca核还未有自转动函数的实验可比较,因此,他们给出几组不同的光学势参数。且对自旋观测量有明显的不同。

从上面这一些算例的分析,可以看到在推广了的相对论性冲量近似下的S-V型的Dirac光学模型是相当成功的。在100 MeV以上的广泛能区中,相对论性的描述总比非相对论性的结果圆满。在100 MeV以下的能区,这里的结果也令人满意。这里还应当注意到有一些现象会影响核散射的结果。如Pauli的堵塞效应,其他核介质的修正在低能时更显得重要。冲量近似在低能区,大角度处本身便是欠佳的方法。

参 考 文 献

- [1] M. R. Anastasio, L. S. Celenza, W. S. Pong and Shakin, *Phys. Reports*, **100**(1983), 327.
- [2] J. A. McNeil, J. Shepard and S. J. Wallace, *Phys. Rev. Lett.*, **50**(1983), 1439, 1443.
邱锡钧等,中国科学, **A**(1986), 378 及其引文.
- [3] B. C. Clark et al., *Phys. Lett.*, **122B**(1983), 211; *Phys. Rev. Lett.*, **50**(1983), 1644 and Private communication; E. Rost, et al., *Phys. Rev.*, **C35**(1987), 2236; B. Aas et al., *Phys. Rev.*, **C32**(1985), 231.
- [4] 刘渊,李扬国,高能物理与核物理,**11**(1987),68.
李扬国,高能物理与核物理,**11**(1987),208.
- [5] B. C. Clark, et al., *Phys. Rev.*, **C28**(1983), 1421;
M. V. Hynes, et al., *Phys. Rev. Lett.*, **52**(1984), 978;
A. M. Kobos, et al., *Nucl. Phys.*, **A445**(1985), 605.
- [6] A. J. Tjon and S. J. Wallace, *Phys. Rev.*, **C32**(1985), 267;
S. J. Wallace 'Relativistic Multiple Scattering' in International Symposium on Medium Energy Physics,

June (1987).

- [7] J. D. Bjorken and S. D. Drell, *Relativistic Quantum Mechanics* (New York 1964).
 [8] M. V. Hynes, et al., *Phys. Rev.*, **C31**(1985), 1438.
 [9] L. G. Arnold et al., *Phys. Rev.*, **C23**(1981), 1949.
 E. Stevenson, Proceedings of 'Dirac Approaches to Nuclear Physics' Los Alamos (1985).
 H. Sakaguchi et al., *J. Phys. Soc. Jpn. Suppl.*, **55**(1986), 61 and private communication.
 [10] 马中玉等, 高能物理与核物理, 待发表.

RELATIVISTIC STUDY OF PROTON-NUCLEUS ELASTIC SCATTERING AT LOWER ENERGIES

LI YANGGUO

(Shantou University, Guang Dong)

ABSTRACT

The Lorentz invariant relativistic optical potential have been discussed at energies below 300 MeV. The Dirac equation with scalar and vector potential is solved by exact partial wave method. The calculated results of proton-⁴⁰Ca at energy region 300—65 MeV are presented and compared with the experimental data of differential cross section $d\sigma/d\Omega$, analyzing power $A_y(\theta)$ and spin rotation function $Q(\theta)$. It is shown that the improved relativistic optical potential fits the data well.

于早
必要
这
中,
的自
组数
未有
量有

型的
非
当注
低能

nica-

ysics.