第 13 卷 第 11 期　　高能物理与核物理　　Vol. 13, No. 11
1989 年 11 月　　HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS　　Nov., 1989

胶子球候选者 $\theta/f_2(1720)$ 的 D 波分量和可能的实验检验*

郁　宏　沈齐兴　王　旭
(中国科学院高能物理所，北京)

摘　　要

本文讨论了 J/ψ 辐射衰变中胶子球候选者 $\theta/f_2(1720)$ 的产生及其衰变. 我们发现，为了解释过程 $J/\psi\to\gamma+\theta$ 的螺旋度振幅之比 x 和 y，除了 θ 粒子的 S 波分量之外，必须考虑两个 D 波分量 ($l=2$, $s=0, 2$) 的贡献. 我们还讨论了 D' 波分量 ($l=2$, $s=2$) 是否存在的可能的实验检验.

一、引　　言

色力的标准理论 (QCD) 建议，应该存在胶子束缚态(胶子球). 而 J/ψ 的辐射衰变是寻找胶子球的理想过程. 在 $J/\psi\to\gamma\eta\eta$、$\gamma K\bar{K}$, $\gamma\pi\pi$ 反应中观测到的 2^{++} 介子 $\theta/f_2(1720)$[1] 是一个公认的有希望的胶子球候选者.

文献[2]讨论了这个过程的螺旋度振幅. 其结论是除 θ 粒子的 S 波胶子球波函数外，只需要混入一个 D 波分量 ($l=2$, $s=0$)，就可以解释 $J/\psi\to\gamma+\theta$ 的螺旋度振幅之比 x 和 y. 但是，我们没有发现有任何特殊的动力学原因压制第二个 D 波分量 ($l=2$, $s=2$). 在对文献[2]的第一个 D 波波函数作了某种改正之后，同时又对量纲作了重新的考虑，发现仅考虑一个 D 波分量的混入是不行的，一般情况下方程式无解. 必须同时考虑两个 D 波分量的混入，方程式才能有解. 选取一定的混合参数，就可给出与实验值符合的螺旋度振幅之比 x 和 y.

在位势模型中[3]，可以等效地把胶子看作有质量的矢量介子，它们可以通过以下四种耦合方式 ($l=0,2,2,4$; 相应的 $s=2,0,2,2$) 构成 2^{++} 胶子球.

对于过程 $J/\psi\to\gamma+\theta$, $\theta\to V_1+V_2$ (V 标志矢量介子)，其中 (V_1V_2) 系统也有同样的四种耦合方式. 同样也没有任何特别的动力学原因可以压制它们的第二个 D 波分量 ($l=2$, $s=2$). 而由这个过程的角分布，我们可以判断第二个 D 波分量是否有贡献，从而通过实验对我们的关于螺旋度振幅比的讨论作出检验.

---

* 国家自然科学基金资助课题.
本文 1989 年 4 月 13 日收到.

二、过程 $J/\psi\to\gamma+\theta$ 的螺旋度振幅之比 x 和 y

在微扰 QCD 中，到最低阶，过程 $J/\psi\to\gamma+\theta(gg)$ 可由图 1 中的三个 Feynman 图

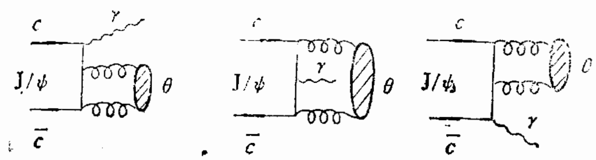

图 1　过程 $J/\psi\to\gamma+\theta(gg)$ 的最低阶费曼图

描写．相应的 S 矩阵元可写作：

$$\begin{aligned}\langle\gamma_{\lambda_\gamma}\theta_A|T|J_{\lambda_J}\rangle &= (2\pi)^4\delta^4(p_J-p_\gamma-p_\theta)\,\frac{eg^2}{3\sqrt{6\omega_\gamma}}\,e^{\lambda_\gamma *}_{\mu}(p_\gamma)\delta_{ab}\\ &\cdot\int d^4x_1d^4x_2\mathrm{Tr}\{\chi_{\lambda_J}(0,x_1)\gamma^\alpha S_F(x_1-x_2)\gamma^\beta S_F(x_2)\gamma^\mu\\ &+\chi_{\lambda_J}(x_1,x_2)\gamma^\beta S_F(x_2)\gamma^\mu S_F(-x_1)\gamma^\alpha\\ &+\chi_{\lambda_J}(x_2,0)\gamma^\mu S_F(-x_1)\gamma^\alpha S_F(x_1-x_2)\gamma^\beta\}\cdot G^{ab}_{\alpha\beta}(x_1,x_2)_A,\end{aligned}\tag{1}$$

其中 $\chi_{\lambda_J}(x_1,x_2)$ 是 J/ψ 粒子的波函数，

$$\begin{aligned}\chi_{\lambda_J}(x_1,x_2) &= \frac{\sqrt{m_J}}{2\sqrt{2E_J}}\phi_J(0)e^{-ip_JX}\left[1+\frac{\hat{p}_J}{m_J}\right]\hat{e}^{\lambda_J}(p_J);\\ X &= \frac{1}{2}(x_1+x_2),\quad x=x_1-x_2,\end{aligned}\tag{2}$$

$G^{ab}_{\alpha\beta}(x_1,x_2)_A$ 是胶子球 θ 的波函数．取 θ 粒子静止系，过程的螺旋度振幅可以定义为

$$\langle\gamma_{\lambda_\gamma}\theta_A|T|J_{\lambda_J}\rangle=(2\pi)^4\delta^4(p_J-p_\gamma-p_\theta)\,\frac{e}{(8\omega_\gamma m_\theta E_J)^{1/2}}T_A,\tag{3}$$

这里，λ_J、λ_γ 和 A 分别是 J、γ 和 θ 粒子的螺旋度．由于宇称守恒条件，独立的 T_A 只有三个：T_2、T_1 和 T_0．螺旋度振幅之比定义为

$$x=T_1/T_0,\quad y=T_2/T_0.\tag{4}$$

拟合实验数据，文献[4]给出

$$\begin{cases}x=-1.07\pm0.16\\ y=-1.09\pm0.15.\end{cases}\tag{5}$$

胶子球 θ 的 S 波和两个 D 波波函数可分别取为(为简单起见，G 波可不考虑)：

S 波，

$$G^{ab}_{\alpha\beta}(x_1,x_2)_A=e^{ip_\theta\cdot X}\,\frac{1}{\sqrt{2m_\theta}}\sum_{m_1m_2}C^{2-A}_{1m_11m_2}e^{m_1 *}_{\alpha}e^{m_2 *}_{\beta}\delta^{ab}G_s(0),\tag{6}$$

D 波 $(l=2,\ s=0)$，

$$G^{ab}_{\alpha\beta}(x_1,x_2)_A=e^{ip_\theta\cdot X}\,\frac{1}{\sqrt{2m_\theta}}\sum_{\substack{m_1,m_2,m_3\\ m_4,M}}C^{2-A}_{002M}C^{00}_{1m_11m_2}C^{2M}_{1m_31m_4}$$

$$\cdot\, e_{\alpha}^{m_1^*} e_{\beta}^{m_2^*} (x \cdot e^{m_3^*})(x \cdot e^{m_4^*}) m_\theta^2 \delta^{ab} G_d(0), \tag{7}$$

D' 波 ($l=2,\ s=2$),

$$G_{\alpha\beta}^{ab}(x_1, x_2)_A = e^{ip_\theta \cdot X} \frac{1}{\sqrt{2m_\theta}} \sum_{\substack{m_1, m_2, m_3 \\ m_4, M_1, M_2}} C_{2M_1 2M_2}^{2-A} C_{1m_1 1m_2}^{2M_1}$$

$$\cdot\, C_{1m_3 1m_4}^{2M_2} e_{\alpha}^{m_1^*} e_{\beta}^{m_2^*} (x \cdot e^{m_3^*})(x \cdot e^{m_4^*}) m_\theta^2 \delta^{ab} G_{d'}(0). \tag{8}$$

如文献[5]，因为粲夸克质量 m_c 远比 J/ψ 粒子及 θ 粒子中的组元的内部运动动量大，所以 J/ψ 粒子和 θ 粒子的内部波函数近似取为其零点波函数．这里，球极化矢量为

$$e^{+1} = \frac{-1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ i \\ 0 \end{pmatrix}, \quad e^{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix}, \quad e^{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{9}$$

显然，α 和 β 的 0 分量均为 0，只需考虑它的 1、2、3 分量．这是与文献[2]的(10)式不同的．同时由式(6)、(7)和(8)可见，我们定义的 $G_s(0)$、$G_d(0)$ 和 $G_{d'}(0)$ 具有相同的量纲．把(2)、(6)、(7)和(8)式代入(1)式并和(3)式比较可以得到:

S 波:

$$T_{2s} = \frac{32 g^2 \phi_J(0)}{3\sqrt{3}\, m_c^4} \sqrt{m_J} \left[\frac{m_\theta m_c}{m_J} p_J - m_c^2 \right] G_s(0) = t_{2s} G_s(0),$$

$$T_{1s} = \frac{16\sqrt{2}\, g^2 \phi_J(0)}{3\sqrt{3}\sqrt{m_J}\, m_c^2} \left[\frac{m_\theta}{m_J m_c} (E_J + p_J) p_J - E_J - \frac{m_\theta p_J^2}{\left(m_c^2 + \frac{1}{4} m_J^2 - \frac{1}{2} m_\theta^2\right)} \right] G_s(0)$$

$$= t_{1s} G_s(0),$$

$$T_{0s} = \frac{16\sqrt{m_J}}{9\sqrt{2}\, m_c^2} g^2 \phi_J(0) \left[\frac{2}{m_c^2} \left(\frac{2m_c}{m_J} p_J^2 + \frac{m_\theta m_c}{m_J} p_J - m_c^2 \right) \right.$$

$$\left. - \frac{\left(4\frac{m_c}{m_J} + 2\right) p_J^2}{\left(m_c^2 + \frac{1}{4} m_J^2 - \frac{1}{2} m_\theta^2\right)} \right] G_s(0) = t_{0s} G_s(0). \tag{10}$$

D 波:

$$T_{2d} = -\frac{64\sqrt{m_J}\, m_\theta^2}{9\, m_c^4} g^2 \phi_J(0) G_d(0) = t_{2d} G_d(0),$$

$$T_{1d} = -\frac{64 m_\theta^2}{9\sqrt{2}\, m_c^4 \sqrt{m_J}} g^2 \phi_J(0) \left(E_J + \frac{m_\theta p_J^2}{m_c^2 + \frac{1}{4} m_J^2 - \frac{1}{2} m_\theta^2} \right) G_d(0)$$

$$= t_{1d} G_d(0),$$

$$T_{0d} = \frac{16\sqrt{2}\sqrt{m_J}\, m_\theta^2}{9\sqrt{3}\, m_c^4} g^2 \phi_J(0) \left\{ \left[\frac{3}{m_c^2} p_J^2 \left(m_\theta p_J - 2\frac{m_c}{m_J} m_\theta E_J + 4 m_c^2 \right) \right. \right.$$

$$\left. - \left(1 + \frac{p_J^2}{m_c^2}\right)\left(4\frac{m_c}{m_J} + 2\right) p_J^2 \right] \Big/ \left(m_c^2 + \frac{1}{4} m_J^2 - \frac{1}{2} m_\theta^2 \right)$$

$$+4\frac{p_J^2}{m_c^4}\left(\frac{m_c}{m_J}p_J^2+\frac{m_c}{2m_J}m_\theta p_J-\frac{m_c^2}{2}\right)-2\Big\}G_d(0)$$
$$=t_{0d}G_d(0). \tag{11}$$

D' 波：

$$T_{2d'}=\frac{64\sqrt{m_J}\,m_\theta^2}{9\sqrt{7}\,m_c^4}g^2\psi_J(0)\left[7-\frac{2}{m_c^4}p_J^2\left(\frac{m_\theta m_c}{m_J}p_J-m_c^2\right)\right]G_{d'}(0)$$
$$=t_{2d'}G_{d'}(0),$$
$$T_{1d'}=\frac{64m_\theta^2}{9\sqrt{14}\,m_c^4\sqrt{m_J}}g^2\psi_J(0)\left\{7E_J+\frac{m_\theta p_J^2}{m_c^2+\frac{1}{4}m_J^2-\frac{1}{2}m_\theta^2}\left(7-\frac{p_J^2}{m_c^2}\right)\right.$$
$$\left.+\frac{p_J^2}{m_c^2}\left[\frac{m_\theta}{m_Jm_c}p_J(p_J+E_J)-E_J\right]\right\}G_{d'}(0)=t_{1d'}G_{d'}(0),$$
$$T_{0d'}=\frac{64}{9}\sqrt{\frac{2}{21}}\frac{\sqrt{m_J}\,m_\theta^2}{m_c^4}g^2\psi_J(0)\left\{\frac{7}{2}+\frac{2p_J^4}{m_Jm_c^3}+\frac{m_\theta p_J^3}{m_Jm_c^3}-\frac{p_J^2}{m_c^2}\right.$$
$$\left.+\left(\frac{m_c}{m_J}+\frac{1}{2}\right)\left(7-\frac{2p_J^2}{m_c^2}\right)p_J^2\Big/\left(m_c^2+\frac{1}{4}m_J^2-\frac{1}{2}m_\theta^2\right)\right\}G_{d'}(0)$$
$$=t_{0d'}G_{d'}(0). \tag{12}$$

考虑 S 波和两个 D 波的混合，则我们有

$$\begin{aligned}T_2&=T_{2s}+aT_{2d}+bT_{2d'},\\ T_1&=T_{1s}+aT_{1d}+bT_{1d'},\\ T_0&=T_{0s}+aT_{0d}+bT_{0d'},\end{aligned} \tag{13}$$

其中 a 和 b 为两个混合参数．设

$$G_d(0)=cG_s(0),\quad G_{d'}(0)=dG_s(0), \tag{14}$$

则 $A=ac$ 和 $B=bd$ 为两个新的参数，这样(13)式成为

$$\begin{cases}T_2=(t_{2s}+At_{2d}+Bt_{2d'})G_s(0),\\ T_1=(t_{1s}+At_{1d}+Bt_{1d'})G_s(0),\\ T_0=(t_{0s}+At_{0d}+Bt_{0d'})G_s(0).\end{cases} \tag{15}$$

由定义(4)，我们有

$$\begin{cases}x=(t_{1s}+At_{1d}+Bt_{1d'})/(t_{0s}+At_{0d}+Bt_{0d'}),\\ y=(t_{2s}+At_{2d}+Bt_{2d'})/(t_{0s}+At_{0d}+Bt_{0d'}).\end{cases} \tag{16}$$

把 x 和 y 的实验值(5)式代入方程式(16)，给定一个 m_c 值，解方程总可得到一组 A 和 B。

表 1　对应不同 x 和 y 值的 A 和 B 两个参数和 m_c 值的关系

1.1　$x=-1.07$　$y=-1.09$

m_c(GeV)	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
$-A$	0.16	0.18	0.18	0.19	0.18
B	0.02	0.02	0.03	0.04	0.06

1.2 $x=-1.07$ $y=-1.21$

m_c(GeV)	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
$-A$	0.13	0.14	0.14	0.14	0.14
B	0.02	0.03	0.04	0.05	0.07

1.3 $x=-0.91$ $y=-1.21$

m_c(GeV)	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
$-A$	0.09	0.10	0.10	0.10	0.10
B	0.03	0.03	0.04	0.06	0.07

部份结果见表 1.1—3. 若只有 S 波和一个 D 波混合，即 $A=0$ 或者 $B=0$，在实验值 x 和 y 的误差范围内，方程式(16)一般无解. 由表 1.1—3 可见，D 波所占比重随 m_c 的变化不大，而 D' 波所占比重随 m_c 的增加而增加. 在某种情况下，如取 $x=-0.91$，$y=-1.21$，$m_c=1.6$GeV，则两种 D 波所占比重差不多.

三、D' 波分量 ($l=2,s=2$) 存在的可能的实验检验

讨论过程 $J/\phi\rightarrow\gamma+\theta$，$\theta\rightarrow V_1+V_2$ $\big(V_1\rightarrow P_1P_2$，$V_2\rightarrow P_3P_4\big)$，其中V标志矢量介子(如 ρ 介子)，P标志赝标介子(如 π 介子). 目前，还没有看到这种衰变道. 实验只给出了它们的分支比的上限[4]: $B(J/\phi\rightarrow\gamma\theta)\cdot B(\theta\rightarrow\rho\rho)<5.5\times10^{-4}$. 和 $B(J/\phi\rightarrow\gamma\theta)=(1.3\pm0.14)\times10^{-3}$ 相比，我们相信，只要 J/ϕ 的事例数增加一个量级，如北京正负电子对撞机所预期的，那么这个衰变道将能够观察到. 这个过程相应的衰变矩阵元是

$$\langle s_1\lambda_1,\ s_2\lambda_2 q\Omega\,|m|\,J\Lambda;\ \lambda_1\lambda_2\rangle=a_{\lambda_1\lambda_2}D^{J*}_{-\Lambda\,\lambda_1-\lambda_2}(\phi,\ \theta,\ 0),$$

$$\langle k_1\Omega_1|\,m\,|s_1\lambda_1\rangle=F_1D^{s_1*}_{\lambda_1,0}(\phi_1,\ \theta_1,\ 0),$$

$$\langle k_3\Omega_3|\,m\,|s_2,\lambda_2\rangle=F_2D^{s_2*}_{\lambda_2,0}(\phi_3,\theta_3,0),\qquad(17)$$

其中 λ_1 和 λ_2 为矢量介子 V_1 和 V_2 的螺旋度，$J=2$，$s_1=s_2=1$；q 和 Ω 是 V_1 在 θ 静止系中的动量及其方位，z 轴取 J/ϕ 静止系中 γ 出射方向；k_1 和 Ω_1 是 P_1 在 V_1 静止系中的动量及其方位，z 轴取 θ 静止系中 V_1 的运动方向；k_3 和 Ω_3 是 P_3 在 V_2 静止系中的动量及其方位，z 轴取 θ 静止系中 V_2 的运动方向. $a_{\lambda_1\lambda_2}$，F_1 和 F_2 分别为 θ、V_1 和 V_2 衰变过程的螺旋度振幅. F_1 和 F_2 为常量. 对于 2^{++} θ 粒子，由宇称守恒，我们有关系式

$$a_{-\lambda_1,-\lambda_2}=a_{\lambda_1,\lambda_2}.\qquad(18)$$

若 V_1 和 V_2 为全同粒子(如 $\rho^0\rho^0,\phi\phi$)，有

$$a_{\lambda_1,\lambda_2}=a_{\lambda_2,\lambda_1}.\qquad(19)$$

于是独立的螺旋度振幅共有四个: a_{++}、a_{+-}、a_{+0}、a_{00}. 若 V_1 和 V_2 不是全同粒子，则(19)式不成立,独立的螺旋度振幅有 5 个: a_{++}、a_{+-}、a_{+0}、a_{0+}、a_{00}.

设 $\chi=\phi_1+\phi_3$ 为 V_1 和 V_2 衰变平面的夹角,类似于文献[6]的结果, χ 分布的一般形式为

$$F(\chi)=1+\beta\cos 2\chi. \tag{20}$$

其中

$$\beta=2|a_{++}|^2/[2|a_{++}|^2+|a_{00}|^2+2|a_{+0}|^2+2|a_{0+}|^2+2|a_{+-}|^2]. \tag{21}$$

θ_1 分布的形式为

$$G(\theta_1)=1+\zeta P_2(\cos\theta_1), \tag{22}$$

其中

$$\zeta=\frac{2[|a_{00}|^2-|a_{++}|^2-|a_{+-}|^2+2|a_{0+}|^2-|a_{+0}|^2]}{2|a_{++}|^2+|a_{00}|^2+2|a_{+0}|^2+2|a_{0+}|^2+2|a_{+-}|^2}$$

$$P_2(\cos\theta_1)=\frac{1}{2}(3\cos\theta_1-1). \tag{23}$$

由文献[7],我们有

$$\langle J\Lambda;ls|J\Lambda;\lambda_1\lambda_2\rangle=\left(\frac{2l+1}{2J+1}\right)^{1/2}(los\lambda|J\lambda)(s_1\lambda_1s_2-\lambda_2|s\lambda), \tag{24}$$

这是过程 $\theta\to V_1+V_2$ 的螺旋度表示和自旋-轨道耦合表示本征矢之间的关系. l 和 s 为(V_1V_2)系统的轨道角动量和总自旋量子数. 由式(17)和(24),对一定的 (J,l,s) 值,我们可以得到对应的各种螺旋度振幅的值,并可由(21)及(23)式算出角分布参数 β 和 ζ, 结果见表 2. 从表 2 可见,只要 D' 波不被禁戒掉,过程的 θ_1 角分布就不会与 θ_1 无关. 这就从实验上提供了判断有没有任何禁戒 D' 波的动力学原因存在的证据. 也可间接地检验我们在第二部分所作的讨论.

表 2　对应 S 波及两个 D 波的螺旋度振幅及角分布参数

J	l	s	a_{++}	a_{00}	a_{+0}	a_{0+}	a_{+-}	β	ζ
2	0	2	$\sqrt{\frac{1}{30}}$	$\sqrt{\frac{2}{15}}$	$\sqrt{\frac{1}{10}}$	$\sqrt{\frac{1}{10}}$	$\sqrt{\frac{1}{5}}$	$\frac{1}{15}$	0
2	2	0	$\sqrt{\frac{1}{3}}$	$-\sqrt{\frac{1}{3}}$	0	0	0	$\frac{2}{3}$	0
2	2	2	$-\sqrt{\frac{1}{21}}$	$-\frac{2}{\sqrt{21}}$	$-\sqrt{\frac{1}{28}}$	$-\sqrt{\frac{1}{28}}$	$\sqrt{\frac{2}{7}}$	$\frac{2}{21}$	$-3/14$

四、结　论

我们讨论了过程 $J/\phi\to\gamma+\theta$, $\theta\to V_1+V_2$, $V_1\to P_1+P_2$ 和 $V_2\to P_3+P_4$. 把 θ 作为纯 2^{++} 胶子球，只有在考虑了 D 波和 D' 波对 S 波的混入之后,我们才能正确地解释实验给出的过程的螺旋度振幅之比 x 和 y 的值. 并且从过程的 θ_1 角分布，提供了判断是否有任何禁戒 D' 波的动力学原因的可能的实验检验. 只要实验上发现过程的 θ_1 角分

布与θ_1有关，而且ζ参数近似等于$(-3/14)$，那么就不能不考虑D'波的贡献，也就间接地对我们关于过程螺旋度振幅之比的讨论给予了支持.

参考文献

[1] C. Edwarde et al., *Phys. Rev. Lett.*, **48**(1982), 458.
R. M. Baltrusaitus et al., *Phys. Rev. Lett.*, **56**(1986), 107.
[2] B. A. Li, Q. X. Shen and K. F. Liu, *Phys. Rev.*, **D35**(1987), 1070.
[3] D. Robson, *Nucl. Phys.*, **B130** (1977), 328.
[4] G. Eigen, CALT-68-1483(1987).
[5] B. A. Li and Q. X. Shen, *Phys. Lett.*, **B126** (1983), 125.
[6] T. L. Trueman, *Phys. Rev.*, **D18**(1978), 3423.
[7] M. Jacob and G. C. Wick, *Ann. Phys.*, (N. Y.) **7** (1959), 404.

D WAVE COMPONENTS OF THE GLUEBALL CANDIDATE θ/f_2 (1720) AND POSSIBLE EXPERIMENTAL TEST

YU HONG, SHEN QIXING, WANG XU

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing)

ABSTRACT

In this paper we discuss the production and decay of the glueball candidate θ/f_2 (1720) in the J/ψ radiative decay. We find that in order to explain the helicity amplitude ratios x and y of the process $J/\psi\to\gamma+\theta$, the contribution of two D wave components ($l=2$, $S=0$, 2) has to be considered in addition to the S wave component. We also discuss the possible experimental test for the existence of the D' wave component ($l=2$, $S=2$).