

非常热的余核系统破碎瞬时的 体积效应*

张东

(北京师范大学低能核物理研究所)

萨本豪 张孝泽 金星南

(中国原子能科学研究院, 北京)

摘要

本文对非常热的余核系统破碎问题中的库仑相互作用, 作了简化, 不但节省了大量的计算时间; 而且结果与实验符合得更好。对破碎问题中的另一个重要效应—破碎体积的效应也作了研究, 结果表明: 用合理选择的破碎体积权重的高斯分布平均后的质量分布, 与实验符合得也很好。该高斯分布的中心位置和宽度, 反映了气液共存相的区域。质量分布的形状和平均碎块数等随破碎体积变化的规律, 呈现出了气液相变的迹象。还要指出, 库仑能的简化, 使研究破碎系统的状态方程成为现实, 它的一个极端情形非常类似于理想气体的状态方程。

一、引言

大量的实验事实证明^[1-3], 在能量超过几个或几十个 GeV 的高能质子与原子核碰撞的反应中, 一些相对产额的分布, 诸如碎块质量、电荷以及碎块能量分布都趋于相应的极限分布。亦即, 分布不再依赖于入射粒子的能量。实验^[4-6]还表明: 破碎前, 剩余核系统可以被看作是热平衡系统。

我们已经用非常热原子核破碎的统计模型得到了一些重要结果^[7-10]。在这种统计模型中, 有两个主要参数, 在正则系综里, 它们是 R_{RT} 和 T (破碎温度); 在微正则系综里是 R_{RT} 和 E^* (激发能)。工作[11]里, 碎块质量分布对微正则系综里的 E^* 作了平均, 后一个参数已被消弱。本文的一个目的就是通过对 R_{RT} 的平均, 研究另一个参数—— R_{RT} 的效应。

在 $T \simeq 5\text{ MeV}$ 以上的高温区域是否还会出现相变现象, 这是一个重要而有趣的问题。但是, 随着温度的升高, 碎块数迅速增加, 因此用蒙特卡罗模拟计算如此高的温度或者非常小以及非常大的破碎体积的情形, 都是十分困难的。这篇文章的另一个目的就是

* 国家自然科学基金资助项目。

本文 1987 年 5 月 22 日收到。

简化库仑能的计算,以使这些情形下的蒙特卡罗模拟易于实现。

质量分布的形状以及其他平均观察量随破碎体积的变化,显现出气液相变的迹象。有了简化的库仑能表达式,可以容易地得到剩余核系统的状态方程。它与范德瓦尔斯气体有一些类似之处,这与工作[12]和[13]中的定性分析相吻合。

我们将在第二节里讨论库仑能的简化,在第三节里研究破碎体积效应,有关剩余核系统里状态方程和相变迹象的讨论放在第四节,第五节为讨论和总结。

二、关于库仑能的简化

根据我们的统计模型^[7],质量分布可以表示为:

$$\langle P(\Delta A) \rangle_{CE} = \frac{1}{Z_{CE}} \sum_{\alpha=1}^{\alpha_{\max}} W(C_\alpha) \delta_{\{A\}_{C_\alpha}, \Delta A} \quad (1)$$

其中,

$$Z_{CE} = \sum_{\alpha=1}^{\alpha_{\max}} W(C_\alpha) \quad (2)$$

$$W(C_\alpha) = Q_{AZ}(C_\alpha) Q_N(C_\alpha) Q_R(C_\alpha) Q_p(C_\alpha) Q_z(C_\alpha) \exp(-\langle \mathcal{H}_\alpha \rangle_R / T) \quad (3)$$

$$\mathcal{H}_\alpha = - \sum_{i=1}^{C_\alpha} B_i + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j=1}^{C_\alpha} \frac{Z_i Z_j e^2}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} \quad (4)$$

$$\delta_{\{A\}_{C_\alpha}, \Delta A} = \begin{cases} 0, & \text{若序列 } \{A\} \text{ 中无质量数落入间隔 } \Delta A \text{ 内} \\ N_A, & \text{其他情形} \end{cases} \quad (5)$$

这里 ΔA 是统计质量分布时所取的质量间隔的宽度; N_A 是序列 $\{A\}$ 中质量数落入 ΔA 内的多重数。 Z_{CE} 是配分函数(脚码 CE 指正则系综)。 α_{\max} 指破碎瞬时, RT 系统可能产生的组态之总数。 $W(C_\alpha)$ 是组态 C_α 所占的统计权重, 其中 Q_{AZ} , Q_N , Q_R , Q_p 和 Q_z 分别是与 $\{A\}$ 及 $\{Z\}$ 序列的抽样, 缓发中子的抽样, $\{\mathbf{r}\}$ 序列的抽样, $\{\mathbf{p}\}$ 序列的抽样以及内禀配分函数有关的相空间因子^[7]。 B_i 是第 i 碎块的结合能; $Z_i Z_j e^2 / |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$ 是第 i 碎块与第 j 碎块间的相互作用库仑能。

简化库仑能计算的目的就是要省去对 $\{\mathbf{r}\}$ 的抽样(配分函数中与 $\{\mathbf{r}\}$ 有关的量只是库仑能), 组态的库仑能用某种近似的方法来计算。而这种近似的办法又是根据物理的考虑和以前计算组态库仑能的经验, 尽量要求用新, 老方法计算的组态库仑能值相近的原则而寻找到的。

按原来的方法^[7,8]产生具有确定 $\{A\}$ 、 $\{Z\}$ 、 $\{p\}$ 和 $\{z\}$ 的组态, 由于各碎块在空间几何位置上的排列 i 不同还可以派生出许许多多的组态。我们的目的显然就是寻找一种这些组态上的平均库仑能来代替抽样 $\{\mathbf{r}\}$ 产生的库仑能的平均效应。即用 $\exp[-\langle E_C \rangle_R / T]$ 来代替 $\langle \exp[-E_C / T] \rangle_R$ (这里 $\langle \dots \rangle_R$ 指对空间位置组态的平均)。显然:

$$\langle E_C \rangle_R = \sum_{i>j} \langle E_C(i,j) \rangle_R \quad (6)$$

篇的应集乎

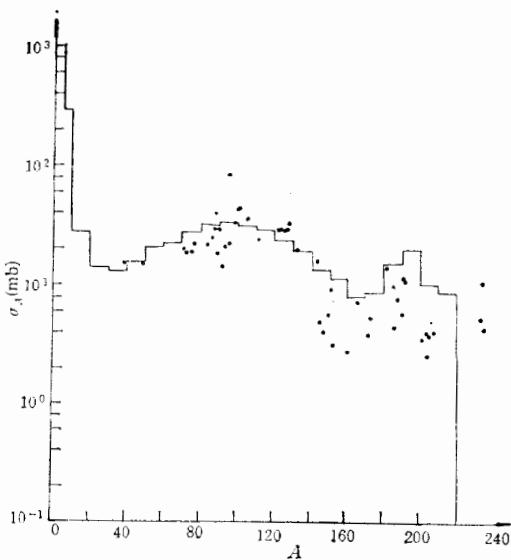


图1 高能 $P + {}^{238}\text{U}$ 反应 ($R_{RT} = 2.08A_{RT}^{1/2}$, $T = 4.3\text{MeV}$, $C_{\max} = 20$, $n_{\max} = 19$) 的碎块质量分布(简化库仑能计算方法的 MMCS-Metropolis 蒙特卡罗模拟的结果), 实验点取自[16]

在上述那些组态中,任意两碎块,譬如 i 和 j (如图1所示),它们最靠近的距离(相切时)是:

$$A = R_i + R_j \quad (7)$$

($R_i = 1.18A_i^{1/3}$, 是 i 碎块的半径), 最远离距离(两极时)是:

$$B = 2R_{RT} - R_i - R_j = 2R_{RT} - A \quad (8)$$

显然,相切的情形在这些组态中存在的可能性最大,而处于两极的情形可能性最小;亦即两碎块越靠近的情形可能性越大,越远离的可能性越小。由此可以认为欲求的 i 、 j 两碎块间的平均库仑能,

$$\langle E_C(i,j) \rangle_R = \int_A^B \frac{Z_i Z_j e^2}{r} P(r) dr / \int_A^B P(r) dr \quad (9)$$

$$P(r) = \frac{1}{r^\alpha} \quad (10)$$

我们找到的最佳 α 是 $\alpha = 1$ 。

于是有:

$$\langle E_C(i,j) \rangle_R = Z_i Z_j e^2 \frac{\frac{1}{A} - \frac{1}{B}}{\ln \frac{B}{A}} \quad (11)$$

相应地,前面所述的与 $\{r\}$ 序列抽样有关的相因子 \mathcal{Q}_R , 则需表示为:

$$\mathcal{Q}_R(C_\alpha) = \prod_{i=1}^{C_\alpha} V_i = \prod_{i=1}^{C_\alpha} \frac{4\pi}{3} (R_{RT} - R_i)^3 \quad (12)$$

图1给出了改进库仑能计算方法所得到的碎块质量分布与实验的比较。可以看出：简化库仑能计算的结果甚至比[7]中的结果更好些，特别是涨落小得多，这是因为库仑能的平均过程，已消去了与质量分布无关的涨落因素的缘故。

三、破碎体积的效应

实验测得的质量分布是对膨胀体积(破碎瞬时的余核体积)平均的结果；理论计算也应该对 R_{RT} 作平均。假设破碎体积 V 的权重分布是高斯型分布，于是有：

$$\begin{aligned} \langle P(\Delta A) \rangle_{CE,V} &= \int_{\text{各种可能连续的 } v' \text{ 取值}} \langle P(\Delta A) \rangle_{CE}^{v'} f(v') dv' \\ &\simeq \sum_{i=1}^m \langle P(\Delta A) \rangle_{CE}^{V_i} \int_{v_{1i}}^{v_{2i}} f(v') dv' \end{aligned} \quad (13)$$

其中， V_i 为第 i 个可能的破碎体积代表点， $\langle P(\Delta A) \rangle_{CE,V}$ 表示 $\langle P(\Delta A) \rangle_{CE}^{v'}$ 对破碎体积取平均的结果， $f(v')$ 表示破碎体积为 v' 时的几率密度函数：

$$\left\{ \begin{array}{l} f(V') = \text{const. exp} [-(v' - \mu)^2 / 2\sigma^2] \\ v' = R_{RT}^3, \mu = 2.08^3 \\ \sigma = 5 \text{ fm}^3 \\ V_{1i} = \frac{V_i - V_{i-1}}{2} + v_{i-1} \\ V_{2i} = \frac{V_{i+1} - V_i}{2} + V_i \end{array} \right. \quad (14)$$

$f(V')$ 里的 const. 为归一化常数。

图2给的是对破碎体积取平均后的质量分布与实验的比较(其他参数同图1)。由图

质
|
(相切
|
(7)
:最小;
内 i, j

(9)

(10)

(11)

(12)

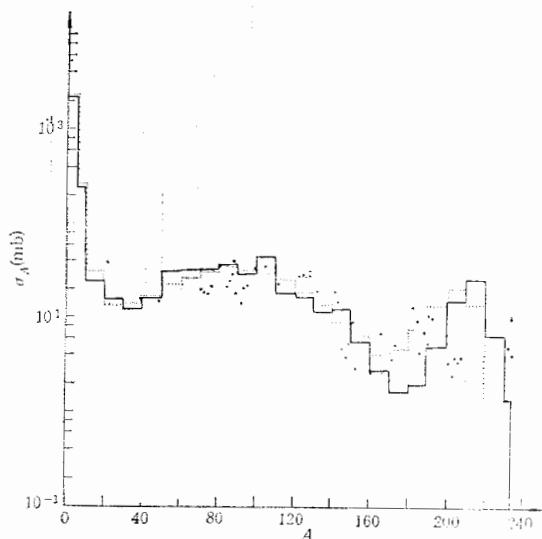


图2 对破碎体积取平均后的碎块质量分布与实验的比较(其中实线和虚线分别代表简化库仑能前后的相应 MMCS 结果, 其他参数同图1)

可见,平均结果与实验符合得很好,而且明显地呈现出了[11]所指出的那些特征。

在 μ 固定的情况下,改变高斯分布的宽度,当 $\sigma = 5 \text{ fm}^3$ 时,其质量分布与实验符合最好。因此可以这样想象: μ 和 σ 两参数正反映着 P (压强) 对 V (体积) 平面上等温线的压强平台的位置和宽度,犹如纯碎 PVT 系统^[14]在临界温度以下的等温线所具有的压强平台一样。该平台所跨的体积范围(这里的高斯分布全宽度—— 2σ),就是相应温度下气液共存相的区域。通过符合碎块质量分布,来调整 μ 、 σ 和破碎温度 T ,有可能确定临界点的位置。

四、状态方程和相变迹象

图 3 给出了 $R_{RT} = 1.80 A_{RT}^{1/3}$ 和 $R_{RT} = 2.70 A_{RT}^{1/3}$ 的质量分布。从质量分布随破碎体积的变化规律(参阅图 3 和图 1)中可以看出:当破碎体积小时,余核系统倾向于破碎成一个大块和一些伴随的蒸发粒子,因而质量分布呈典型的 U 形,这种破碎瞬时的余核系统可比拟为主要处于液相;若破碎体积很大,余核系统则倾向于破碎成许多小碎块。这种破碎瞬时的余核系统可比拟为主要处于气相。质量分布和实验最靠近的那个破碎体积($R_{RT} = 2.08 A_{RT}^{1/3}$),其相应的破碎瞬时的余核系统可看作为气-液共存相。

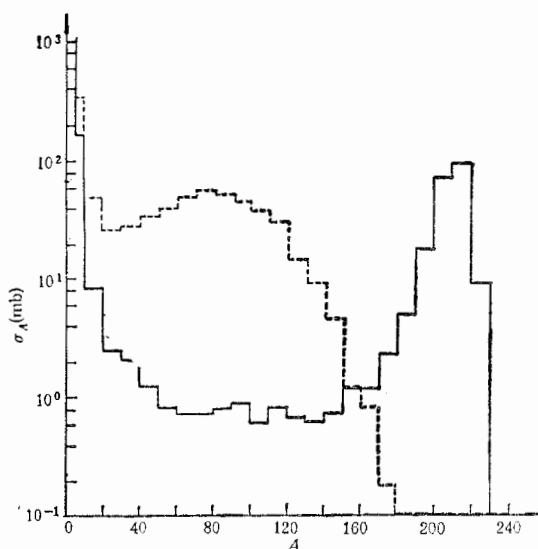


图 3 参数同图 1,只是 $R_{RT} = 1.80 A_{RT}^{1/3}$ (实线)和 $R_{RT} = 2.70 A_{RT}^{1/3}$ (虚线)

图 4 给出了平均库仑能随破碎体积的变化,在 $R_{RT} = 2.08 A_{RT}^{1/3}$ 附近,平均物理量的变化梯度非常大,呈现出突变现象。这与质量分布的形状随体积变化所呈现出的相变迹象相一致。

状态方程的研究对揭示余核系统气液相变有重要的意义^[12]。由于对库仑能的计算作了简化,使得用我们的统计模型研究状态方程成为可能。由统计物理学^[13]可知:

合最
的压
平台
液共
点的

体积
成一
系统
这种
体积

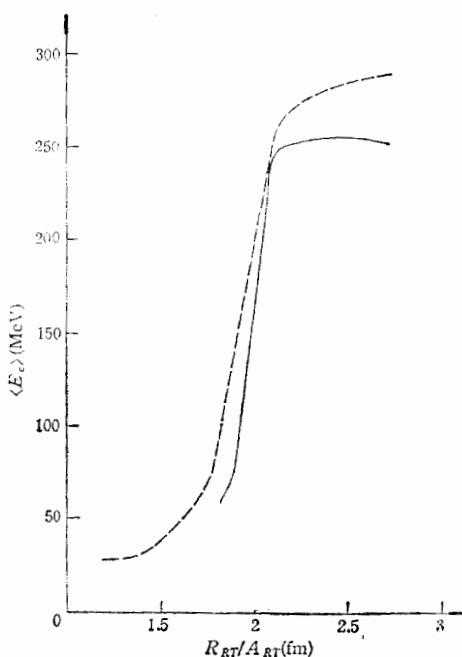


图4 高能 P + ^{238}U 反应中, 平均库仑能随破碎体积 R_{RT} 的变化, 实线和虚线分别表示简化库仑能前后的相应结果

$$P = T \frac{\partial \ln z}{\partial V} = \frac{T}{Z} \frac{\partial Z}{\partial V} \quad (15)$$

其中, P, V 分别表示该状态下的广义压强和体积; T 表示系统的温度; Z 为相应的统计配分函数。

由公式(2,3)我们可以导出:

$$\frac{\partial Z}{\partial V_{RT}} = \sum_{\alpha=1}^{\alpha_{\max}} W(C_\alpha) \left[\frac{1}{Q_N} \frac{\partial Q_N}{\partial V_{RT}} + \frac{1}{Q_R} \frac{\partial Q_R}{\partial V_{RT}} + \frac{\partial(-\langle E_C \rangle_R/T)}{\partial V_{RT}} \right] \quad (16)$$

将式(11)及 Q_N 和 Q_R 的表达式(见[7])代入上式, 可得:

$$\begin{aligned} P &= \frac{T}{V_{RT}} \left[\bar{n} + \left\langle \sum_{i=1}^{C_\alpha} \frac{R_{RT}}{R_{RT} - R_i} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial(-\langle E_C \rangle_R/T)}{\partial V_{RT}} \right\rangle \right] \\ &= \frac{T}{V_{RT}} \left[\bar{n} + \left\langle \sum_{i=1}^{C_\alpha} \frac{R_{RT}}{R_{RT} - R_i} \right\rangle - \frac{1}{T} \frac{2}{3} R_{RT} \right. \\ &\quad \times \left. \left\langle \sum_{i>j} Z_i Z_j e^j \left[\frac{1}{B^2} \left(\frac{1}{\ln \frac{B}{A}} + \frac{1}{\left(\ln \frac{B}{A} \right)^2} \right) - \frac{1}{AB} \frac{1}{\left(\ln \frac{B}{A} \right)^2} \right] \right\rangle \right] \end{aligned} \quad (17)$$

或简单地表示为:

$$P = \frac{T}{V_{RT}} f(T, V_{RT}). \quad (18)$$

式(17)中 \bar{n} 是平均蒸发中子数。

对于极端情形, 即当 $R_{RT} \gg R_i (i = 1, \dots, C_a)$ 时, 由于 $B \gg A$, 近似地有

$$\frac{\partial(\langle E_C \rangle_R)}{\partial V_{RT}} \simeq 0,$$

因而状态方程简化为:

$$P = \frac{T}{V_{RT}} [\bar{n}(V_{RT}) + \bar{C}(V_{RT})] \rightarrow \frac{T}{V_{RT}} (\bar{n}_{\max} + \bar{C}_{\max}) = \frac{T}{V_{RT}} n \quad (19)$$

其中, \bar{n}_{\max} 和 \bar{C}_{\max} 分别指平均蒸发中子数和平均碎块数的极限值, n 指余核内的核子总数。这就是理想气体的状态方程。从物理意义上讲, 这一极端条件相当于非常高的破碎温度或非常大的破碎体积的情形, 质量分布呈现为很陡的指数分布。

一般情形的状态方程是十分复杂的。为了进一步探讨气液相变的规律, 我们将通过数值计算作出 $P-V$ 图来。

五、讨论和总结

我们的目的是通过理论质量分布与实验的符合, 来找出简化库仑能的计算途径, 以避免对空间位置的抽样。结果表明: 库仑能的简化是成功的, 它能使质量分布和各种平均量的物理特征再现。

其次, 我们研究了质量分布、平均碎块数、平均中子数、平均激发能和平均库仑能等随破碎体积的变化规律, 它们在特定的破碎体积 ($R_{RT} = 2.08 A_{RT}^{1/3}$) 附近呈现出剧烈的变化, 可以看作是气液相变的一种迹象。质量分布对破碎体积的分布求平均后, 仍然可以再现实验结果。这说明: 破碎瞬时的余核系统处在气液共存相, 即处在等温线的压强平台上。

第三, 由于库仑能的简化计算, 不仅使蒙特卡罗模拟节省了计算时间, 而且使研究状态方程和计算 $P-V$ 图成为可能。

最后, 我们感谢卢兆启同志的支持和讨论。张东同志还要对中国原子能科学研究院的热情接待和支持表示衷心的感谢, 特别是对 Cyber-825 机房的同志们表示衷心的感谢。

参 考 文 献

- [1] D. R. Fortney and N. P. Porile *Phys. Rev.*, **C21**(1980), 664.
- [2] S. B. Kaufman, E. P. Steinberg and M. W. Weisfield, *Phys. Rev.*, **C18**(1978), 1349.
- [3] D. R. Fortney and N. T. Porile, *Phys. Rev.*, **C21**(1980), 2511.
- [4] J. Knoll and B. Strack, *Phys. Lett.*, **149b**(1985) 45; J. Knoll, Private communication (1985).
- [5] J. E. Finn, S. Agarwal, A. Bujak, J. Chuang, J. Gutay, A. S. Hirsch, R. W. Minich, N. T. Porile, R. P. Scharenberg and B. C. Stringfellow, *Phys. Rev. Lett.*, **49**(1982), 1321; R. W. Minich, S. Agarwal, A. Bujak, J. Chuang, J. E. Finn, L. J. Gutay, A. S. Hirsch, N. T. Porile, R. P. Scharenberg, B. C. Stringfellow, *Phys. Rev. C*, **30**(1984), 2031.

(18)

- fellow and J. Turkot, *Phys. Lett.*, **118B**(1982), 458;
 A. S. Hirsch, A. Bujak, J. E. Finn, L. J. Gutay, R. W. Minich, N. T. Porile, R. P. Scharenberg, B. C. Stringfellow and J. Turkot, *Phys. Rev.*, **C29**(1984), 508.
- [6] S. Song, M. F. Rivet, R. Bimbot, B. Borderie, I. Forest, J. Galin, D. Gardes, B. Gatty, M. Lefort, H. Oeschler, B. Tamain and X. Tarrago, *Phys. Lett.*, **130B**(1983), 14.
- [7] Sa Ben-Hao and D. H. E. Gross, *Nucl. Phys.*, **A437**(1985), 643.
- [8] D. H. E. Gross and Zhang Xiao-Ze, *Phys. Lett.*, **161B**(1985), 47.
- [9] D. H. E. Gross, Zhang Xiao-Ze and Xu Shu-Yan, *Phys. Rev. Lett.*, **56**(1986), 1544.
- [10] Sa Ben-Hao, Lu Zhao-Qi and Zheng Yu-Ming, *Nucl. Phys.*, **A451**(1986), 728.
- [11] A. Y. Abul-Magd, D. H. E. Gross, Xu Shu-Yan and Zheng Yu-Ming, *Z. Physik*, **A325**(86), 373.
- [12] D. H. Boal, in *Intersections Between Particle And Nuclear Physics*, No. 123, P734, 1984.
- [13] J. P. Bondorf, R. Donangelo, I. N. Mishustin and H. Schulz, *Nucl. Phys.*, **A444**(1985), 460.
- [14] Kerson Huang, "Statistical Mechanics", John Wiley & Sons, Inc., New York. London. Sydney, 1963.
- [15] L. E. Reichl, *A Modern Course in Statistical Physics*, University of Texas, Austin, 1980.
- [16] B. V. Jacak, W. Loveland, D. J. Morrissey, P. L. McGaughy and G. Y. Seaborg, *Can. J. Chem.*, **61**(1983), 701;
 Y. Y. Chu, E. M. Franz, G. Friedlander and P. J. Karol, *Phys. Rev.*, **C4**(1971), 2202;
 J. Hudis, T. Kirsten, R. W. Stoenner and O. A. Schaeffer, *Phys. Rev.*, **C1**(1970), 2019.

(19)

子总
破碎

通过

以避
平均等随
变化，
再现
平台究状
究院
的感, R. P.
al, A.
String-

THE EFFECT OF THE FREEZE-OUT VOLUME IN THE MULTIFRAGMENTATION OF VERY HOT NUCLEAR REMNANT*

ZHANG DONG

(Institute of Low Energy Nuclear Physics Beijing Normal University, Beijing)

SA BENHAO ZHANG XIAOZE JIN XINGNAN

(Institute of Atomic Energy, Beijing)

ABSTRACT

In this paper a simplified method for the calculation of average Coulomb energy in statistical model of the disassembly processes of hot nuclei is proposed. The effect of freeze-out volume is studied based on the assumption of Gaussian-like distribution. It is indicated that the centre and dispersion of Gaussian-like distribution somewhat reflect the location and the range of liquid-gas coexistence phase.

* Project supported in part by the Science Fund of the Chinese Academy of Sciences.