

(0-3/2) 电磁束缚系统的库仑裂解与衰变¹⁾

($\pi^+\Omega^-$)
(ρ^+)

宋孝同 戴又善
(杭州大学)

摘 要

本文利用 (0-3/2) 电磁束缚系统相对论协变的近似 B-S 波函数和复合粒子量子场论的微扰展开理论, 分别计算了 ($\pi^+\Omega^-$) 原子的库仑裂解截面与衰变几率. 高能 ($\pi^+\Omega^-$) 原子在原子核屏蔽库仑场中的裂解截面为

$$\sigma = Z^{4/3} \times 2.9 \times 10^{-18} \text{cm}^2,$$

衰变几率的计算结果为 $w[(\pi^+\Omega^-) \rightarrow \pi^+\Lambda^0\text{K}^-]/w[\Omega^- \rightarrow \Lambda^0\text{K}^-] = 1 + O(\alpha)$.

不难

其中

一、引 言

研究由高自旋粒子组成的束缚系统是一个令人感兴趣的问题, 它除了可增进我们对于高自旋粒子性质的了解外, 并能将某些复杂的多体问题简化为两体问题来处理. 为此, 在工作[1]中, 我们对 (0-3/2) 电磁束缚系统进行了研究, 求得了相应的相对论协变的近似 B-S 波函数, 并应用到 ($\pi^+\Omega^-$) 系统, 计算了过程 $\Omega^- + P \rightarrow (\pi^+\Omega^-) + n$ 中 ($\pi^+\Omega^-$) 原子的产生截面. 但 ($\pi^+\Omega^-$) 原子产生后, 除自发衰变外, 还极易在原子核库仑场的作用下发生裂解, 要想在实验上寻找 ($\pi^+\Omega^-$) 原子, 还需预先估算一下 ($\pi^+\Omega^-$) 原子的库仑裂解截面, 从而为实验设计提供一些理论依据. 为此, 本文利用[1]中得到的 B-S 波函数和复合粒子量子场论的微扰展开理论分别计算了 ($\pi^+\Omega^-$) 原子的库仑裂解截面及衰变几率, 所得结果对于计算中所用到的 (0-3/2) 电磁束缚系统相对论协变的近似 B-S 波函数也是一个进一步的检验.

$S_{\omega}^{-1}(t)$
Schw

其中

则最

二、($\pi^+\Omega^-$) 原子的裂解

($\pi^+\Omega^-$) 原子产生后, 在原子核库仑场作用下的裂解过程为

$$(\pi^+\Omega^-) + Z_c \rightarrow \pi^+ + \Omega^- + Z_c. \quad (2.1)$$

其中

与反应(2.1)相应的最低阶 Feynman 图见图 1.

根据复合粒子量子场论微扰展开的一般理论, 令

微分

$$m_a = m_\pi, \quad m_b = m_\Omega, \quad \mu_a = \frac{m_a}{m_a + m_b} = 0.077, \quad \mu_b = \frac{m_b}{m_a + m_b} = 0.923$$

1) 中国科学院科学基金资助的课题
本文 1985 年 12 月 24 日收到.

若取

变¹⁾

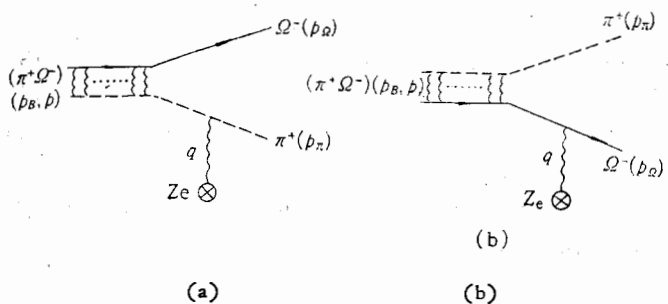


图 1 $(\pi^+Q^-) + Z_e \rightarrow \pi^+ + Q^- + Z_e$

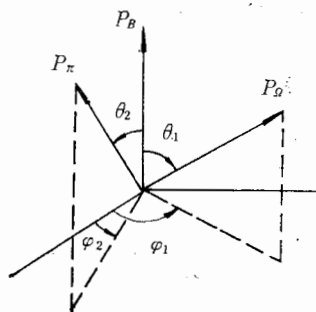


图 2

合粒
衰变

不难算得相应的 S 矩阵元为

$$\langle \pi^+Q^- | S^{(i)} - 1 | (\pi^+Q^-) \rangle = -i2\pi\delta(\varepsilon_B - \varepsilon_Q - \varepsilon_\pi) \sqrt{\frac{m_b m_B}{2\varepsilon_\pi \varepsilon_Q \varepsilon_B}} e A_0^{(e)}(|\mathbf{q}|) T^{(i)} \quad (i = a, b) \quad (2.2)$$

其中

$$T^{(a)} = 2\varepsilon_\pi \bar{u}^\mu(p_Q) S_{\mu\nu}^{-1}(p_Q) \chi_{p_B}^\nu (\mu_b p_B - p_Q) \quad (2.3)$$

$$T^{(b)} = \Delta^{-1}(p_\pi) \bar{u}^\mu(p_Q) \gamma_4 \chi_{p_B}^\mu (p_\pi - \mu_a p_B) \quad (2.4)$$

进我们对 $S_{\mu\nu}^{-1}(p_Q)$ 、 $\Delta^{-1}(p_\pi)$ 分别为 Q^- 超子和 π^+ 介子的自由传播子之逆, $u^\mu(p_Q)$ 为 Rarita-Schwinger 旋量。

利用 (π^+Q^-) 原子基态的近似 B-S 波函数^[1]

$$\chi_{p_B}^\mu(p) = N \frac{(1 + i \frac{\hat{p}}{2m_b}) u^\mu(p)}{[p^2 + m_a m_b + \mu_a \mu_b p_B^2][m_a^2 + (\mu_a p_B + p)^2][m_b^2 + (\mu_b p_B - p)^2]} \quad (2.5)$$

其中归一化系数

$$N = 8 \sqrt{\frac{2\pi}{\mu_a}} (\mu_a \mu_b \alpha)^{3/2} m_B^3 \quad (2.6)$$

则最后可算得总 S 矩阵元为

$$\langle \pi^+Q^- | S - 1 | (\pi^+Q^-) \rangle = 2\pi\delta(\varepsilon_B - \varepsilon_Q - \varepsilon_\pi) \sqrt{\frac{m_b m_B}{2\varepsilon_\pi \varepsilon_Q \varepsilon_B}} \frac{N}{2m_b} e A_0^{(e)}(|\mathbf{q}|) T_1 \quad (2.7)$$

$$T_1 = \bar{u}^\mu(p_Q) \left[\frac{2\varepsilon_\pi}{D_a} + \frac{\gamma_4 (m + i p_\pi)}{D_b} \right] u^\mu(p_B) \quad (2.8)$$

其中

$$\mathbf{q} = \mathbf{p}_B - \mathbf{p}_Q - \mathbf{p}_\pi, \quad m = 2m_b + \mu_a m_B = (2\mu_b + \mu_a) m_B \quad (2.9)$$

$$D_a = \mu_b [m_a^2 - m_b^2 - m_B^2 - 2p_B p_Q]^2, \quad D_b = \mu_a [m_b^2 - m_a^2 - m_B^2 - 2p_B p_\pi]^2 \quad (2.10)$$

微分截面为

$$\alpha\sigma = 2\pi\delta(\varepsilon_B - \varepsilon_Q - \varepsilon_\pi) \frac{m_b m_B}{2\varepsilon_\pi \varepsilon_Q \varepsilon_B} \frac{N^2}{4m_b^2} [e A_0^{(e)}(|\mathbf{q}|)]^2 \frac{|T_1|^2}{\mathcal{L}} \frac{d\mathbf{p}_Q d\mathbf{p}_\pi}{(2\pi)^6} \quad (2.11)$$

若取实验室系(核静止系), 则相对流强为 $\mathcal{L} = \frac{|\mathbf{p}_B|}{\varepsilon_B}$, 对初态粒子自旋求平均, 末态粒子

自旋求和后,得

$$|T_1|^2 = \frac{1}{16m_a m_b} \left[\frac{A}{D_a^2} + \frac{B}{D_b^2} + \frac{C}{D_a D_b} \right] \quad (2.12)$$

其中 A, B, C 的具体表示式见附录 A.

对(2.11)式进行相空间积分,其坐标选择见图 2, 则

$$\alpha \mathbf{p}_D \alpha \mathbf{p}_x = |\mathbf{p}_D| |\mathbf{p}_x| \varepsilon_D \varepsilon_x \alpha \varepsilon_D \alpha \varepsilon_x \alpha \cos \theta_1 \alpha \cos \theta_2 \alpha \varphi_1 \alpha \varphi_2 \quad (2.13)$$

$$\begin{cases} D_a = \mu_b (a - b \cos \theta_1)^2 \\ D_b = \mu_a (a' - b' \cos \theta_2)^2 \end{cases} \quad (2.14)$$

其中

$$\begin{cases} a = 2\varepsilon_B \varepsilon_D + m_a^2 - m_b^2 - m_B^2 & b = 2|\mathbf{p}_B| |\mathbf{p}_D| \\ a' = 2\varepsilon_B \varepsilon_x + m_b^2 - m_a^2 - m_B^2 & b' = 2|\mathbf{p}_B| |\mathbf{p}_x| \end{cases} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} q^2 = & \mathbf{p}_B^2 + \mathbf{p}_D^2 + \mathbf{p}_x^2 - 2|\mathbf{p}_B| |\mathbf{p}_D| \cos \theta_1 - 2|\mathbf{p}_B| |\mathbf{p}_x| \cos \theta_2 \\ & + 2|\mathbf{p}_D| |\mathbf{p}_x| [\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)] \end{aligned} \quad (2.16)$$

由 [2] 中的讨论, 对于 $(\pi^+ \Omega^-)$ 原子的库仑裂解过程, 应该考虑原子核库仑场的屏蔽效应, 选取 Thomas-Fermi 模型, 则有

$$e A_0^{(e)}(|\mathbf{q}|) = 4\pi Z e^2 \sum_{i=1}^3 \frac{\alpha_i}{\beta_i^2 + q^2} \quad (2.17)$$

其中

$$\beta_i = \frac{b_i Z^{1/3}}{|z|} m_e \quad \begin{cases} \alpha_1 = 0.10 & \alpha_2 = 0.55 & \alpha_3 = 0.35 \\ b_1 = 6.0 & b_2 = 1.2 & b_3 = 0.3 \end{cases} \quad (2.18)$$

m_e 是电子的静质量, Z 是核电荷数. 由(2.17)得

$$[e A_0^{(e)}(|\mathbf{q}|)]^2 = (4\pi Z e^2)^2 F(q^2) \quad (2.19)$$

其中

$$F(q^2) = \sum_{i=1}^3 \frac{\alpha_i^2}{(\beta_i^2 + q^2)^2} + 2 \sum_{i < j} \frac{\alpha_i \alpha_j}{(\beta_i^2 + q^2)(\beta_j^2 + q^2)} \quad (2.20)$$

则总裂解截面为

$$\begin{aligned} \sigma = & \frac{(Z e^2)^2 N^2}{(2\pi)^3 32 m_b^2 |\mathbf{p}_B|} \int \delta(\varepsilon_B - \varepsilon_D - \varepsilon_x) F(q^2) \left[\frac{A}{D_a^2} + \frac{B}{D_b^2} + \frac{C}{D_a D_b} \right] |\mathbf{p}_D| |\mathbf{p}_x| \\ & \cdot d\varepsilon_D d\varepsilon_x d \cos \theta_1 d \cos \theta_2 d \varphi_1 d \varphi_2 \end{aligned} \quad (2.21)$$

由附录 B 的计算, A 项和 B 项对相空间积分后, 贡献相等,

$$\sigma^{(a)} = \sigma^{(b)} = \pi Z^{4/3} r_e^2 (121)^2 f(\alpha_i, b_i) \frac{\varepsilon_B^2}{|\mathbf{p}_B|^2} \quad (2.22)$$

其中 r_e 为电子的经典半径

$$f(\alpha_i, b_i) = \sum_{i=1}^3 \frac{\alpha_i^2}{b_i^2} + 2 \sum_{i < j} \frac{\alpha_i \alpha_j}{b_i^2 - b_j^2} \ln \left(\frac{b_i}{b_j} \right) \quad (2.23)$$

对于干涉项 C , 不难证明与 A, B 项相比为 $O(\alpha^2)$ 量级, 因而可以略去, 则最后可得 $(\pi^+ \Omega^-)$ 原子在原子核屏蔽库仑场中的裂解截面为

$$\sigma = 2\pi Z^{4/3} r_e^2 (121)^2 f(\alpha_i, b_i) \frac{\varepsilon_B^2}{|\mathbf{p}_B|^2} \quad (2.24)$$

在高性能

注意到此
了库仑场

由于
灭, 亦因
由于 Ω^-
主要取
 $\Lambda^0 K^-$, Σ

相应的
对于

其中 G

将近似

按标准

$(\pi^+ \Omega^-)$

在高能极限下

$$\sigma \rightarrow 2\pi Z^{4/3} r_e^2 (121)^2 f(\alpha_i, b_i) = Z^{4/3} \times 2.9 \times 10^{-18} \text{cm}^2 \quad (2.25)$$

注意到此裂解截面与 Z 的关系是以 Z 的 $4/3$ 次方上升, 并与粒子的质量无关, 这是考虑了库仑场屏蔽效应后的结果。

三、 $(\pi^+\Omega^-)$ 原子的衰变

由于 $(\pi^+\Omega^-)$ 原子是对于强作用稳定的原子, 因此只能通过束缚粒子的弱衰变而湮灭, 亦即束缚原子的自发衰变寿命基本上由构成束缚态的粒子中寿命较短粒子所决定。

由于 Ω^- 超子的寿命约为 10^{-10}s , π^+ 介子的寿命约为 10^{-8}s , 所以 $(\pi^+\Omega^-)$ 原子的寿命主要取决于 Ω^- 粒子的衰变, 根据选择定则, Ω^- 粒子只能参与非轻子弱衰变 ($\Omega^- \rightarrow \Lambda^0 K^-, \Xi^- \pi^0, \Xi^0 \pi^-$), 为此考虑其分支比最大的衰变过程

$$(\pi^+\Omega^-) \rightarrow \Lambda^0 + K^- + \pi^+ \quad (3.1)$$

相应的 Feynman 图见图 3。

对于 $\Omega\Lambda K$ 顶点, 考虑非轻子弱作用的唯象相互作用

$$\mathcal{H}_I = iG\bar{\psi}_{(\Omega)}^*(1 + Ar_s)\psi_{(\Lambda)}\partial_\mu\psi_{(K)} + \text{h. c.} \quad (3.2)$$

其中 G, A 是两个唯象参数, 则与图 3 相应的 S 矩阵元为

$$\langle \Lambda^0 K^- \pi^+ | S - 1 | (\pi^+\Omega^-) \rangle = -iG(2\pi)^4 \delta^4(p_B - p_\pi - p_K - p_\Lambda) \sqrt{\frac{m_\Lambda m_B}{4\varepsilon_\pi \varepsilon_K \varepsilon_\Lambda \varepsilon_B}} \cdot p_{K\mu} \Delta^{-1}(p_\pi) \bar{u}(p_\Lambda) (1 + Ar_s) \chi_{p_B}^\mu(p_\pi - \mu_a p_B) \quad (3.3)$$

将近似 B-S 波函数(2.5)代入后, 可算得

$$\langle \Lambda^0 K^- \pi^+ | S - 1 | (\pi^+\Omega^-) \rangle = GN(2\pi)^4 \delta^4(p_B - p_\pi - p_K - p_\Lambda) \sqrt{\frac{m_\Lambda m_B}{4\varepsilon_\pi \varepsilon_K \varepsilon_\Lambda \varepsilon_B}} \quad (3.4)$$

$$\frac{1}{2\mu_a m_b (m_b^2 - m_a^2 - m_B^2 - 2p_B p_\pi)^2} T_2 \quad (3.5)$$

$$T_2 = p_{K\mu} \bar{u}(p_\Lambda) (1 + Ar_s) (2m_b + \mu_a m_B + i\hat{p}_\pi) u^\mu(p_B) \quad (3.5)$$

按标准方法可得衰变几率

$$dw = (2\pi)^4 \delta^4(p_B - p_\pi - p_K - p_\Lambda) \frac{G^2 N^2}{16\mu_a^2 m_b^2} \frac{m_\Lambda m_B}{\varepsilon_\pi \varepsilon_K \varepsilon_\Lambda \varepsilon_B} \quad (2.21)$$

$$\frac{|T_2|^2}{(m_b^2 - m_a^2 - m_B^2 - 2p_B p_\pi)^4} \frac{d^3 p_\pi d^3 p_K d^3 p_\Lambda}{(2\pi)^9} \quad (2.22) \quad (3.6)$$

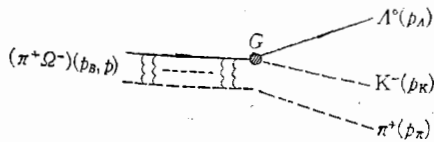


图 3 $(\pi^+\Omega^-) \rightarrow \Lambda^0 + K^- + \pi^+$

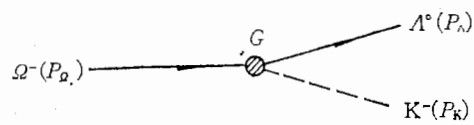


图 4 $\Omega^- \rightarrow \Lambda^0 + K^-$

将(3.6)式对相空间积分,即可求得总衰变几率,在衰变静止系($\mathbf{p}_B = 0$)中的总衰变几率可表达为

$$w = \frac{G^2 N^2}{12 \cdot (8\pi)^3 \mu_a^2 m_b^2 m_B^3} \int_{m_a}^a d\varepsilon_\pi \frac{\sqrt{\varepsilon_\pi - m_a}}{(\varepsilon_\pi - m_a + \mu_b \Delta)^4} f(\varepsilon_\pi) \quad (3.7)$$

其中积分限

$$a = \frac{1}{2m_B} [m_B^2 + m_a^2 - (m_A + m_K)^2], \quad \Delta = \frac{1}{2} \mu_a \mu_b \alpha^2 m_B \quad (3.2).$$

为结合能.

$$f(\varepsilon_\pi) = \frac{S_1(\varepsilon_\pi)}{3} \{2(C_+ m_B^2 - C_- m_B \varepsilon_\pi)[S_+^2 + S_+ S_- + S_-^2 - 3m_K^2] - 3(1 + A^2)(\varepsilon_\pi - m_a)[S_+^3 + S_+^2 S_- + S_+ S_-^2 + S_-^3 - 2m_K^2(S_+ + S_-)]\} \quad (3.8)$$

其中

$$\begin{cases} C_\pm = a_\pm + A^2 b_\pm \\ a_\pm = \mu_b(2 - \mu_a \mu_b) + (1 + \mu_b) \frac{m_A^2 - m_K^2}{m_B^2} \pm 2(1 + \mu_b^2) \frac{m_A}{m_B} \\ b_\pm = \mu_b(2 + \mu_b) + \frac{m_A^2 - m_K^2}{m_B^2} \pm 2(1 + \mu_b) \frac{m_A}{m_B} \end{cases} \quad (3.9)$$

$$\begin{cases} S_\pm = S_0(\varepsilon_\pi) \pm \sqrt{\varepsilon_\pi - m_a} S_1(\varepsilon_\pi), \quad T(\varepsilon_\pi) = m_B^2 + m_a^2 - 2m_B \varepsilon_\pi \\ S_0(\varepsilon_\pi) = \frac{(m_B - \varepsilon_\pi)[T(\varepsilon_\pi) + m_K^2 - m_A^2]}{2T(\varepsilon_\pi)} \\ S_1(\varepsilon_\pi) = \frac{\{(\varepsilon_\pi + m_a)[T(\varepsilon_\pi) - (m_A - m_K)^2][T(\varepsilon_\pi) - (m_A + m_K)^2]\}^{1/2}}{2T(\varepsilon_\pi)} \end{cases} \quad (3.10)$$

(3.7)式中的积分当然很复杂,要严格积出将很困难,但注意到被积函数的特点,则可以利用积分中值定理对它作近似估计,根据积分中值定理有

$$I = \int_{m_a}^a d\varepsilon_\pi \frac{\sqrt{\varepsilon_\pi - m_a}}{(\varepsilon_\pi - m_a + \mu_b \Delta)^4} f(\varepsilon_\pi) = f(\xi) \int_{m_a}^a d\varepsilon_\pi \frac{\sqrt{\varepsilon_\pi - m_a}}{(\varepsilon_\pi - m_a + \mu_b \Delta)^4} \quad (m_a < \xi < a) \quad (3.11)$$

注意到在 $\varepsilon_\pi = m_a$ 附近,被积函数 $\frac{1}{(\varepsilon_\pi - m_a + \mu_b \Delta)^4}$ 具有 $\sim \frac{1}{\Delta^4}$ 的锐峰,因此积分中值

$\xi = m_a + \varepsilon$, $\varepsilon \sim \Delta \ll m_a$ ($\frac{\varepsilon}{m_a} \sim \alpha^2$), 则

$$f(\xi) = f(m_a + \varepsilon) = f(m_a)[1 + O(\alpha)] \quad (3.12)$$

其中

$$f(m_a) = \frac{\mu_b \sqrt{2m_a}}{2m_b^2} \{[(m_b + m_A)^2 - m_A^2] + A^2[(m_b - m_A)^2 - m_K^2]\} \cdot \{[(m_b + m_A)^2 - m_K^2][(m_b - m_A)^2 - m_K^2]\}^{3/2} \quad (3.13)$$

最后得到总衰变几率为

对

对比(3

由 $f(\varepsilon)$
确定此
 $O(\alpha)$
变几率
作
电子计

由(2.1

其中

总衰变几

$$(3.7) \quad \omega = \frac{G^2 N^2}{12 \cdot (8\pi)^3 \mu_a^2 m_b^2 m_B^2} I = \frac{G^2}{192\pi m_b^2} [1 + O(\alpha)] \{ [(m_b + m_A)^2 - m_k^2] + A^2 [(m_b - m_A)^2 - m_k^2] \} \cdot \{ [(m_b + m_A)^2 - m_k^2] [(m_b - m_A)^2 - m_k^2] \}^{3/2} \quad (3.14)$$

对于 Q^- 超子的自由衰变过程 $Q^- \rightarrow \Lambda^0 + K^-$, 若顶点取同样的唯象相互作用 (3.2), 则由通常的量子场论不难算得衰变静止系中 Q^- 粒子的自由衰变几率为

$$\omega_{自由} = \frac{G^2}{192\pi m_b^2} \{ [(m_Q + m_A)^2 - m_k^2] + A^2 [(m_Q - m_A)^2 - m_k^2] \} \cdot \{ [(m_Q + m_A)^2 - m_k^2] [(m_Q - m_A)^2 - m_k^2] \}^{3/2} \quad (3.15)$$

对比(3.14)与(3.15)得

$$(3.8) \quad \frac{\omega[(\pi^+ Q^-) \rightarrow \Lambda^0 K^- \pi^+]}{\omega[Q^- \rightarrow \Lambda^0 K^-]} = 1 + O(\alpha) \quad (3.16)$$

由 $f(\epsilon_x)$ 的表达式(3.8), 不难看出 (3.12) 式中的 $O(\alpha) < 0$ 即修正项符号为负. 为了确定此修正项的大小, 我们用电子计算机对 (3.7) 中的积分进行了数值计算. 结果给出, $|O(\alpha)| = 0.010532$. 这表明处于电磁束缚态中的 Q^- 粒子的衰变几率约比它的自由衰变几率小 1.05% 左右. 这也与其它电磁束缚态的计算结果一致^[3,4].

作者对何祚庠和庆承瑞同志提供的宝贵意见和帮助表示衷心的感谢. 林和芬同志用电子计算机对(3.7)进行了数值积分, 特致谢意.

附录 A: 裂解矩阵元的求迹运算

(3.10)

由(2.12)式

$$|T_1|^2 = \frac{1}{16m_b m_B} \left[\frac{A}{D_a^2} + \frac{B}{D_b^2} + \frac{C}{D_a D_b} \right] \quad (A1)$$

其中

(3.11)

$$(3.11) \quad A = -4\epsilon_x^2 \epsilon_p^2 \left\{ (\hat{p}_Q + im_b) \left[\delta_{\nu\mu} - \frac{1}{3} \gamma_\nu \gamma_\mu + \frac{i}{3m_b} (\gamma_\nu p_{Q\mu} - \gamma_\mu p_{Q\nu}) + \frac{2}{3m_b^2} p_{Q\nu} p_{Q\mu} \right] (\hat{p}_B + im_B) \left[\delta_{\mu\nu} - \frac{1}{3} \gamma_\mu \gamma_\nu + \frac{1}{3m_B} (\gamma_\mu p_{B\nu} - \gamma_\nu p_{B\mu}) + \frac{2}{3m_B^2} p_{B\mu} p_{B\nu} \right] \right\} \\ = \frac{32}{9} \epsilon_x^2 \left[5m_b m_B - 7(p_B p_Q) + 4 \frac{(p_B p_Q)^2}{m_b m_B} - 2 \frac{(p_B p_Q)^2}{m_b^2 m_B^2} \right] \quad (A2)$$

积分中值

$$(3.12) \quad B = -S_p \left\{ (m\gamma_\lambda + i\hat{p}_\lambda \gamma_\lambda) (\hat{p}_Q + im_b) \left[\delta_{\nu\mu} - \frac{1}{3} \gamma_\nu \gamma_\mu + \frac{i}{3m_b} (\gamma_\nu p_{Q\mu} - \gamma_\mu p_{Q\nu}) + \frac{2}{3m_b^2} p_{Q\nu} p_{Q\mu} \right] (m\gamma_\lambda + i\gamma_\lambda \hat{p}_\lambda) (\hat{p}_B + im_B) \right. \\ \left. \cdot \left[\delta_{\mu\nu} - \frac{1}{3} \gamma_\mu \gamma_\nu + \frac{i}{3m_B} (\gamma_\mu p_{B\nu} - \gamma_\nu p_{B\mu}) + \frac{2}{3m_B^2} p_{B\mu} p_{B\nu} \right] \right\} \\ (3.13) \quad = \frac{16}{9} \left[\left\{ \frac{m_b}{m_B} (m^2 - m_A^2) - 2 \frac{m}{m_B} (p_Q p_\lambda) + 2 \frac{(p_Q p_\lambda)^2}{m_b m_B} \right\} \epsilon_B^2 \right. \\ \left. + \left[-2(p_B p_Q) + 2 \frac{(p_B p_Q)^2}{m_b m_B} \right] \epsilon_x^2 \right]$$

$$\begin{aligned}
& + \left[\frac{m_B}{m_b} (m^2 - m_a^2) + 2 \frac{m}{m_b} (p_B p_\pi) + 2 \frac{(p_B p_\pi)}{m_b m_B} \right] \varepsilon_\Omega^2 \\
& + \left[5m^2 - 3m_a^2 + 2 \frac{m}{m_B} (p_B p_\pi) - 2 \frac{m}{m_b} (p_\Omega p_\pi) - 2m_a^2 \frac{(p_B p_\Omega)}{m_b m_B} \right. \\
& \left. - 4 \frac{(p_B p_\pi)(p_\Omega p_\pi)}{m_b m_B} + 2(m^2 - m_a^2) \frac{(p_B p_\Omega)^2}{m_b^2 m_B^2} \right] \varepsilon_B \varepsilon_\Omega \\
& + \left[-2m_b m + 2(p_\Omega p_\pi) + 2 \frac{m}{m_B} (p_B p_\Omega) - 2 \frac{m_b}{m_B} (p_B p_\pi) - 4 \frac{(p_B p_\Omega)(p_\Omega p_\pi)}{m_b m_B} \right] \varepsilon_B \varepsilon_\pi \\
& + \left[-8m_b m - 8(p_B p_\pi) + 2 \frac{m}{m_b} (p_B p_\Omega) - 2 \frac{m_B}{m_b} (p_\Omega p_\pi) \right. \\
& \left. - 4m_b m \frac{(p_B p_\Omega)^2}{m_b^2 m_B^2} - 4(p_B p_\pi) \frac{(p_B p_\Omega)^2}{m_b^2 m_B^2} \right] \varepsilon_\Omega \varepsilon_\pi \\
& + \left[-\frac{1}{2} (m^2 - m_a^2) (p_B p_\Omega) + m_b m (p_B p_\pi) - m_b m (p_\Omega p_\pi) - 2(p_B p_\pi)(p_\Omega p_\pi) \right] \\
& \times \left(3 + 2 \frac{(p_B p_\Omega)}{m_b^2 m_B^2} \right) + \frac{1}{2} m_b m_B (3m^2 + 5m_a^2) + \frac{m^2}{m_b m_B} (p_B p_\Omega)^2 \\
& - \frac{m_b}{m_B} (p_B p_\pi)^2 - \frac{m_B}{m_b} (p_\Omega p_\pi)^2 - 2 \frac{1}{m_b m_B} (p_B p_\Omega)(p_B p_\pi)(p_\Omega p_\pi) \}
\end{aligned}$$

对于 C 也有类似的表达式。

附录 B: 裂解截面的相空间积分

由(2.21)式

$$\begin{aligned}
\sigma = & \frac{(Ze^2)^2 N^2}{(2\pi)^3 32 m_b^2 |p_B|} \int \delta(\varepsilon_B - \varepsilon_\Omega - \varepsilon_\pi) F(q^2) \left[\frac{A}{D_a^2} + \frac{B}{D_b^2} + \frac{C}{D_a D_b} \right] |p_\Omega| |p_\pi| \\
& \cdot d\varepsilon_\Omega d\varepsilon_\pi d \cos \theta_1 d \cos \theta_2 d\varphi_1 d\varphi_2
\end{aligned} \quad (B1)$$

对 A 项进行相空间积分, 首先对 $d \cos \theta_1$ 进行积分, 由 (2.14) 式可知, D_a^2 为 $(a - b \cos \theta_1)$ 的高次函数, 因此在 $\cos \theta_1 = \frac{a}{b}$ 附近, $\frac{1}{D_a^2}$ 具有锐峰, 所以可对其余被积函数取 $\cos \theta_1 = \frac{a}{b}$ 的近似而提出 $d \cos \theta_1$ 的积分号外, 而

$$\int_{-1}^1 d \cos \theta_1 \frac{1}{D_a^2} = \frac{1}{\mu_b^2} \int_{-1}^1 d \cos \theta_1 \frac{1}{(a - b \cos \theta_1)^4} = \frac{2}{3\mu_b^2} \frac{3a^2 - b^2}{(a^2 - b^2)^3} \quad (B2)$$

由(2.15)得

$$a^2 - b^2 = 4(c_0 + c_1 \varepsilon_\Omega + c_2 \varepsilon_\Omega^2) \quad (B3)$$

其中

$$c_0 = \frac{1}{4} (m_B^2 + m_b^2 - m_a^2) + m_b^2 (m_B^2 + \varepsilon_B^2), \quad c_1 = - (m_B^2 + m_b^2 - m_a^2) \varepsilon_B, \quad c_2 = m_b^2 \quad (B4)$$

若在 (B3) 中略去结合能 Δ , 则 $a^2 - b^2$ 在 $\varepsilon_\Omega = \mu_b \varepsilon_B$ 处具有零点, 即在 $\varepsilon_\Omega = \mu_b \varepsilon_B$ 附近 $\frac{1}{(a^2 - b^2)^3}$ 具有 $\sim \frac{1}{\Delta^3}$ 的锐峰, 同样可对其余被积函数取 $\varepsilon_\Omega = \mu_b \varepsilon_B$ 的近似而提出 $d\varepsilon_\Omega$ 的积分号外, 这时有 $\cos \theta_1 = \frac{a}{b} \Big|_{\varepsilon_\Omega = \mu_b \varepsilon_B} \approx 1$, $\sin \theta_1 \approx 0$, 则被积函数与 φ_1, φ_2 无关, 而

$$\begin{aligned}
& \int \delta(\varepsilon_B - \varepsilon_\Omega - \varepsilon_\pi) \frac{1}{(a^2 - b^2)^3} d\varepsilon_\Omega d\varepsilon_\pi \approx \int d\varepsilon_\Omega \delta(\mu_b \varepsilon_B - \varepsilon_\pi) \int_{m_b}^{\varepsilon_B - \varepsilon_\pi} d\varepsilon_\Omega \frac{1}{4^3 (c_0 + c_1 \varepsilon_\Omega + c_2 \varepsilon_\Omega^2)^3} \\
& = \frac{1}{4^3} \int_{m_b}^{\mu_b \varepsilon_B} d\varepsilon_\Omega \frac{1}{(c_0 + c_1 \varepsilon_\Omega + c_2 \varepsilon_\Omega^2)^3} = \frac{6\pi m_b^4}{4^3 (8m_a m_b m_B |p_B|^2 \Delta)^{3/2}} \quad (B5)
\end{aligned}$$

取 ε_Ω

则 A 项

而

其中:

积分,

积分,

A, B

I

D

are
relat
grati
abou
 $\Lambda^0 K$

取 $\varepsilon_a = \mu_b \varepsilon_B$, $\varepsilon_x = \mu_a \varepsilon_B$, $\cos \theta_1 = 1$, $\sin \theta_1 = 0$, 可算得

$$A = 64 \mu_a^2 m_b m_B \varepsilon_B^2 \quad (B6)$$

$$\beta_i^2 + q^2 = c_i - c \cos \theta_2, \text{ 其中 } c_i = \beta_i^2 + 2\mu_a^2 |\mathbf{p}_B|^2, c = 2\mu_a^2 |\mathbf{p}_B|^2 \quad (B7)$$

则 A 项对裂解截面的贡献为

$$\sigma^{(a)} = \frac{(Zc^2)^2 N^2 \mu_a \mu_b m_B^2}{128 m_b^2 (8m_a m_b m_B \Delta)^{3/2}} A \int_{-1}^1 d \cos \theta_2 F(q^2) \quad (B8)$$

而

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 d \cos \theta_2 F(q^2) &= \int_{-1}^1 d \cos \theta_2 \left[\sum_{i=1}^3 \frac{\alpha_i^2}{(c_i - c \cos \theta_2)^2} + 2 \sum_{i < j} \frac{\alpha_i \alpha_j}{(c_i - c \cos \theta_2)(c_j - c \cos \theta_2)} \right] \\ &\approx \frac{(121)^2}{2\mu_a^2 |\mathbf{p}_B|^2 Z^{2/3} m_b^2} f(\alpha_i, b_i) \quad (|\mathbf{p}_B|^2 \gg \beta_i^2) \end{aligned} \quad (B9)$$

其中 $f(\alpha_i, b_i)$ 的表达式见(2.23), 最后得

$$\sigma^{(a)} = \pi Z^{4/3} r_e^2 (121)^2 f(\alpha_i, b_i) \frac{\varepsilon_B^2}{|\mathbf{p}_B|^2} \quad (B10)$$

对 B 项的积分可用类似的方法进行近似处理, 其积分顺序为, 先对 $d \cos \theta_2$ 积分, 然后对 $d\varepsilon_x, d\varepsilon_a$ 积分, 最后对 $d \cos \theta_1$ 积分. 计算结果为

$$\sigma^{(b)} = \sigma^{(a)} \quad (B11)$$

对于干涉项 C, 用类似方法先对 $d \cos \theta_1, d \cos \theta_2$ 积分后, 再对 $d\varepsilon_a, d\varepsilon_x$ 积分, 则不难发现 C 项与 A, B 项相比为 $O(\alpha^2)$ 量级, 因而可以略去.

参 考 文 献

- [1] 戴又善、宋孝同, «(0-3/2) 电磁束缚系统的 B-S 方程及其近似解» (待发表).
- [2] 庆承瑞, 高能物理与核物理, 4(1980), 337.
- [3] 宋孝同、庆承瑞, 高能物理与核物理 6(1982), 394.
- [4] 宋孝同, 高能物理与核物理, 6(1982), 697.

THE COULOMB DISINTEGRATION CROSS-SECTION AND DECAY RATE OF THE SPIN (0-3/2) ELECTROMAGNETIC BOUND SYSTEM

SONG XIAO-TONG DAI YOU-SHAN
(Hangzhou University)

ABSTRACT

In this paper, the coulomb disintegration cross-section and decay rate of the atom ($\pi^+ \Omega^-$) are calculated by using perturbation expansion of the quantized composite field theory and relativistic B-S wave function for spin (0-3/2) electromagnetic bound system. The disintegration cross-section of the high energy atom ($\pi^+ \Omega^-$) in screened coulomb field of nuclei is about $\sigma = Z^{4/3} \times 2.9 \times 10^{-18} \text{ cm}^2$, and the calculation result of the decay rate is $w((\pi^+ \Omega^-) \rightarrow \Lambda^0 K^- \pi^+) / w(\Omega^- \rightarrow \Lambda^0 K^-) = 1 + O(\alpha)$.

$\varepsilon_B \varepsilon_x$

(B1)

的高次函

似而提出

(B2)

(B3)

m_B^2 (B4)

$\frac{1}{(a^2 - b^2)^2}$

外, 这时有

$\frac{1}{a^2 + \varepsilon_i \varepsilon_B^2}$

(B5)