

入射动量为 $800\text{MeV}/c$ 的 π^\pm 介子在碳原子核上的非弹性散射

陈可中
(广西大学)¹⁾

摘 要

在 Glauber 多重散射理论的框架下, 使用跃迁密度方法分析了入射动量为 $800\text{MeV}/c$ 的 π^\pm 介子在 ^{12}C 上的非弹性散射的最新实验材料. 比较了不同参数得到的理论结果与实验值的符合程度, 考虑了库仑效应对 π -核非弹性散射微分截面的影响.

一、引 言

对 π -核物理的研究虽然已经有很长历史了, 由于在 $(3, 3)$ 共振能区原子核对 π 介子来说是一个黑的盘子而许多细节看不清楚, 尽管人们进行了大量的理论和实验工作, 但是尚有不少问题了解得还不够准确. 近几年来, 由于有了较好的加速器和精细的探测技术, 实验从 $(3, 3)$ 共振能区向低能区扩展, 完成了不少有意义的实验, 引起人们的广泛注意. 但目前在离开 $(3, 3)$ 共振的较高能区实验还不多. 尽管能量超过了 π 产生阈能, 增加了问题的复杂性, 然而对较高能区的 π 核相互作用的研究仍然是令人感兴趣的. 最近文献 [1] 报道了 $800\text{MeV}/c$ 的 π^\pm 介子在 ^{12}C 上的非弹性散射最新实验材料, 为较高能区的 π 核相互作用的研究提供了新的资料.

非弹性散射是探测核结构和核的固有激发方式的极好工具. 对于低激发态的 π -核非弹性散射, 由于其动量转移不太大, 我们可以采用 Glauber 多重散射理论对实验来进行分析. ^{12}C 低激发态的性质, 人们用电磁探针已作过广泛的研究. 我们选择有代表性的几家跃迁密度参数^[4,7]做了具体计算并与实验材料进行了比较, 以期对较高能区的 π 核相互作用特性有更进一步地了解并能更准确地了解核跃迁密度参数材料.

第二节给出理论公式, 第三节对计算结果进行分析和讨论.

二、计算公式

根据文献 [1] 的实验测量值的特点, 我们使用 Glauber 多重散射理论来描述 π -核散

1) 中国科学院科学基金资助的课题.
本文 1985 年 12 月 26 日收到.

射, 散射振幅为^[3]:

$$F_{if}^{JM}(q) = \frac{iK}{2\pi} \int e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} \langle \psi_f | 1 - \prod_{j=1}^A (1 - \Gamma_j(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)) | \psi_i \rangle d^2b \quad (1)$$

其中 K 为入射 π^\pm 介子的质心系动量, $\mathbf{q} = \mathbf{K}_i - \mathbf{K}_f$ 是动量转移, \mathbf{b} 是碰撞参数, $|\psi_i\rangle$ 和 $|\psi_f\rangle$ 是原子核初末态波函数, $\Gamma_j(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)$ 是单体剖面函数, 可以通过 π -核子散射元振幅 $f_{\pi N}(q)$ 来表示:

$$\Gamma_j(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j) = \frac{1}{2\pi i K} \int d^2b' e^{-i\mathbf{q}\cdot(\mathbf{b}-\mathbf{s}_j)} f_{\pi N}(q) \quad (2)$$

中高能 π 介子对原子核非弹性散射机制, 我们认为是 π 介子和核内核子发生多次碰撞过程中, 有一次把原子核从基态激发到能量更高的状态, 多次非弹性碰撞过程的几率可以看成小得忽略不计, 这样 (1) 式可以写成:

$$F_{if}^{JM}(q) = \frac{iK}{2\pi} \int d^2b e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} \langle \psi_f | \sum_{j=1}^A \Gamma_j | \psi_i \rangle \langle \psi_i | \prod_{j \neq k} (1 - \Gamma_k) | \psi_i \rangle \quad (3)$$

考虑到弹性散射对原子核的波函数细节不敏感, 弹性散射部分可以使用单粒子近似, 假定原子核中的质子数与中子数相等的情况, (3) 式可表示为:

$$\begin{aligned} F_{if}^{JM}(q) &= \frac{iK}{2\pi} \int d^2b e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} \left[\langle \psi_f | \frac{A}{2} \Gamma^{(p)} | \psi_i \rangle \langle \psi_i | (1 - \Gamma^{(n)})^{\frac{A}{2}} (1 - \Gamma^{(p)})^{\frac{(A-1)}{2}} | \psi_i \rangle \right. \\ &\quad \left. + \langle \psi_f | \frac{A}{2} \Gamma^{(n)} | \psi_i \rangle \langle \psi_i | (1 - \Gamma^{(p)})^{\frac{A}{2}} (1 - \Gamma^{(n)})^{\frac{(A-1)}{2}} | \psi_i \rangle \right] \\ &= \frac{iK}{2\pi} \int d^2b e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} \left[\frac{A}{2} \langle \psi_f | \Gamma^{(p)} | \psi_i \rangle \langle \psi_i | (1 - \Gamma^{(n)}) | \psi_i \rangle \right. \\ &\quad \left. + \frac{A}{2} \langle \psi_f | \Gamma^{(n)} | \psi_i \rangle \langle \psi_i | (1 - \Gamma^{(p)}) | \psi_i \rangle \right] \\ &\quad \times [(1 - X_N^{(p)}) (1 - X_N^{(n)})]^{\frac{(A-1)}{2}} \quad (4) \end{aligned}$$

式中弹性散射矩阵元 X_N 定义为

$$X_N(b) = \int \psi_i^* \Gamma \psi_i d^3r = \int \rho(r) \Gamma d^3r \quad (5)$$

对于 ^{12}C , 靶核内点核子密度分布函数 $\rho(r)$ 与 $\rho(q)$ 互为傅式变换:

$$\rho(q) = \int \rho(r) \exp(i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}) d^3r \quad (6)$$

而 $\rho(q)$ 选用实验拟合的单粒子密度.

$$\rho(q) = \left[\left(1 - \frac{\alpha}{2(2+3\alpha)} a_{\text{CM}}^2 q^2 \right) \exp(-a_{\text{CM}}^2 q^2 / 4) \right] / \rho_p(q) \quad (7)$$

其中 $\rho_p(q)$ 是质子形状因子, 取为 $\exp[-\langle r_p^2 \rangle q^2 / 6]$ 那么

$$\rho(q) = [1 - \beta(a_{\text{CH}} q)^2] \exp[-a_{\text{CH}}^2 q^2 / 4] \quad (8)$$

上面式子中, $\alpha = \frac{A-4}{6}$, $\beta = \frac{\alpha a_{\text{CM}}^2}{2(2+3\alpha)a_{\text{CM}}^2}$,

参量为 $a_{\text{CM}} = 1.61\text{fm}$, $a_{\text{CH}} = 1.51\text{fm}$.

而非弹性散射矩阵元 X_{in} 定义为

$$X_{in}(b) = \frac{1}{A} \left\langle \phi_f \left| \sum_{j=1}^A \Gamma_j \right| \phi_i \right\rangle = \frac{1}{A} \int \rho_{ii}^{JM}(\mathbf{r}) \Gamma(\mathbf{b} - \mathbf{s}) d^3r \quad (9)$$

这样 (4) 式可以写成:

$$F_{ii}^{JM}(q) = \frac{iK}{2\pi} \int d^2b e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} \left\{ \left[\frac{A}{2} X_{in}^p(1 - X_{in}^n(b)) + \frac{A}{2} X_{in}^n(1 - X_{in}^p(b)) \right] \cdot [(1 - X_{in}^p(b))(1 - X_{in}^n(b))]^{\left(\frac{A}{2}-1\right)} \right\} \quad (10)$$

(9) 式中的 $\rho_{ii}^{JM}(\mathbf{r})$ 为原子核态之间的跃迁密度, 其定义为:

$$\rho_{ii}^{JM}(\mathbf{r}) = \left\langle \phi_f \left| \sum_{j=1}^A \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j) \right| \phi_i \right\rangle \quad (11)$$

这里既可以是中子跃迁, 也可以是质子跃迁, 而对只有质子跃迁的电荷跃迁密度其定义为:

$$\rho_{ii,c}^{JM}(\mathbf{r}) = \left\langle \phi_f \left| e \sum_{j=1}^Z \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j) \right| \phi_i \right\rangle \quad (12)$$

就 ^{12}C 而言, 计算时我们假定中子和质子的跃迁密度是相等的:

$$\rho_{ii}^{JM}(\mathbf{r}) = \frac{A}{Z} \rho_{ii,c}^{JM}(\mathbf{r}) = 2\rho_{ii,c}^{JM}(\mathbf{r}) \quad (13)$$

我们再把空间表象和动量表象的跃迁密度分成两部份:

$$\begin{aligned} \rho_{ii}^{JM}(\mathbf{r}) &= i^J \rho_{ir}^J(r) Y_{JM}^*(\hat{r}) \\ S_{JM,0}(\mathbf{q}) &= \left(\frac{2\pi}{2J+1} \right)^{\frac{1}{2}} F_J(q) Y_{JM}^*(\hat{q}) \end{aligned} \quad (14)$$

人们根据不同的核模型和核激发方式的假设对跃迁密度不含角度部分提出各种唯象表达式, 然后再利用它们来拟合原子核非弹性跃迁材料, 从而把跃迁密度参数化。下面仅分别列出文献 [4]、[5]、[7] 中 ^{12}C 的最低激发态跃迁密度的不含角度部份表达式:

$$\rho_{ir}^J(r) = r^J (a + br^2 + cr^4) e^{-dr^2} \quad (15)$$

$$F_J(q) = BJq^J (1 - cq^2) e^{-Dq^2} \quad (16)$$

$$F^J(q^2) = Bq^J (1 - cq^2) e^{-Dq^2} \quad (17)$$

当我们用 (14) 式来计算电磁跃迁的约化跃迁几率 $B(EJ\uparrow)$ 并与电磁辐射跃迁测量数据的 $B(EJ\uparrow)$ 比较, 就会发现它们相差一个常数 C_J , 有这样的关系:

$$B(EJ\uparrow) = z^2 e^2 (2J+1) C_J^2 \left| \int r^{J+2} \rho_{ir}^J(r) dr \right|^2 \quad (18)$$

式中 $B(EJ\uparrow)$ 与核结构有关, 还是重要的核参数^[8], 对各组参数的 C_J , 我们列在表 1 与表 2.

(2) 式的 $f_{\pi N}$ 是质心系中 π -核子散射元振幅, 可以表示成为分波振幅形式, 分波相移参数取自文献 [9].

在具体计算中, 还要把 π -核子质心系的两体元振幅转换到 π -核质心系中:

$$f_{\pi N}(\pi \text{核质心系}) = \frac{K_{\pi A}}{K_{\pi N}} f_{\pi N}(\pi \text{核子质心系}) \quad (19)$$

这里 $K_{\pi A}$ 、 $K_{\pi N}$ 分别为 π 介子和靶质心系与 π 介子和核子质心系的动量。

库仑效应在非弹性散射中的贡献只体现在库仑扭曲, 而库仑相移^[10]:

$$X_c(b) = -\frac{1}{\hbar v} \int_{-\infty}^{\infty} V(r) dz \quad (20)$$

式中 v 是入射 π 介子的速率, $V(r)$ 是库仑相互作用势, 假设 ^{12}C 的核电荷均匀分布在半径 R 的球内, 库仑屏蔽半径为 a ,^[5] 不难得到:

$$X_c(b) = \frac{2ze^2}{\hbar v} \left\{ \theta(b-R) \ln \frac{b}{2a} + \theta(R-b) \cdot \left[\ln \frac{R}{2a} + \ln \left(1 + \left(1 - \frac{b^2}{R^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right) - \left(1 - \frac{b^2}{R^2} \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{b^2}{R^2} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \right\} \quad (21)$$

$\theta(x)$ 是阶跃函数, 非弹性散射振幅考虑库仑扭曲后, (10) 式改写成:

$$F_{fi}^{JM}(q) = \frac{iK}{2\pi} \int d^2b e^{iq \cdot b} \left\{ \left[\frac{A}{2} X_{in}^p(1 - X_N^p(b)) + \frac{A}{2} X_{in}^n(1 - X_N^n(b)) \right] \times [(1 - X_N^p(b))(1 - X_N^n(b))]^{\left(\frac{A}{2}-1\right)} \right\} e^{iX_c(b)} \quad (22)$$

取质心修正因子为:

$$\Theta(q) = e^{-\frac{a^2 q^2}{4A}} \quad (23)$$

非弹性散射微分截面在对初态求平均和末态求和后:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2J+1} \sum_M |\Theta(q) F_{fi}^{JM}(q)|^2 \quad (24)$$

三、结果与讨论

应用第二节公式, 我们计算了入射动量为 800 MeV/c 的 π^\pm 介子在 ^{12}C 原子核上的 2^+ 、 3^- 态激发的非弹性散射微分截面。跃迁密度形式 (15) 的参数列于表 1, 形式 (16) 与 (17) 的参数列于表 2:

表 1 (15) 式的跃迁密度参数与 C_J

组	激发态	a	b	c	d	C_J	文献
1	2^+	0.0191	0.0093	0.000	0.437	1.31	4
2	2^+	0.0519	-0.00062	0.000	0.372	1.40	4
3	3^-	0.0094	0.000	0.000	0.325	1.53	4
4	3^-	-0.0138	0.000	0.000	0.370	1.58	4

计算 π -核子元振幅时, 我们暂不考虑与自旋有关部份, 因它的贡献十分小; 同时分波振幅取 S 、 P 、 D 、 E 、 F , 这是因为高于 F 的分波以上成分可以忽略。我们在计算中发现参考 [9] 中所列两家文献中的相移参数值是非常接近的, 计算结果无明显差别。

图 1 给出 π^- - ^{12}C 2^+ 态激发结果, 曲线 ①、② 相应于表 1 中的第 1、2 组参数的计算结果。由图 1 可知第 1、2 组参数的计算结果与实验值符合得都不错。曲线 ③ 是文献 [1] 的

表2 (12)及(13)式的跃迁密度参数与 C_j

组	激发态	B	C	D	C_j	文献
5	2^+	0.450	0.000	0.860	1.33	6
6	2^+	0.375	0.000	0.770	1.36	6
7	2^+	0.240	0.130	0.570	2.15	5
8	2^+	0.215	0.137	0.549	2.21	7
9	3^-	0.134	0.000	0.770	1.91	5
10	3^-	0.186	0.000	0.900	1.29	5
11	3^-	0.089	0.000	0.760	2.07	7

计算结果,显然我们的结果有所改进。我们认为,800 MeV/c的 π^- 核散射问题,随着 π 介子入射能量离开(3,3)共振能区而到较高能区,此时 π 介子与靶核内的核子将产生多次碰撞,而用Glauber多重散射理论来处理800 MeV/c的 π^- 核非弹性散射使能得出较好的结果。所以本工作用Glauber多重散射理论能更好地解释文献[1]的高能量小角度实验材料。

图2给出 $\pi^+-^{12}\text{C}$ 2^+ 态激发的结果,曲线⑤、⑥、⑧分别对应表2中的第5、6、8组参数的计算结果。由图2可见曲线⑤、⑥比曲线⑧靠近实验值。我们还算了第7组参数的结果,其曲线介乎⑤与⑧之间,但图上未予标示。

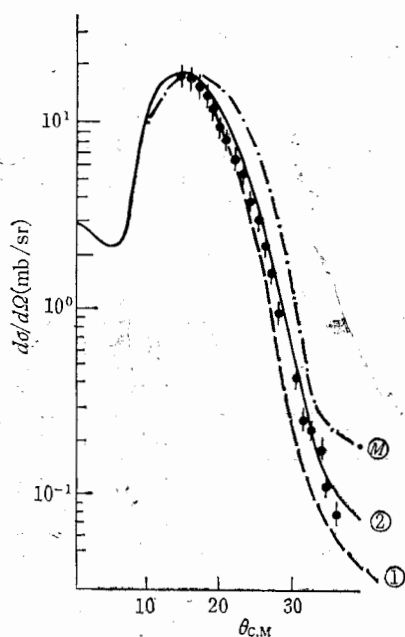
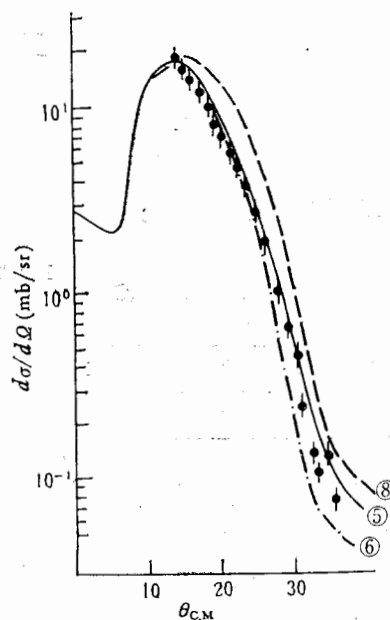
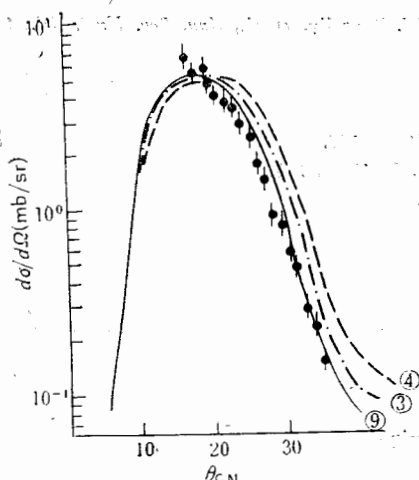
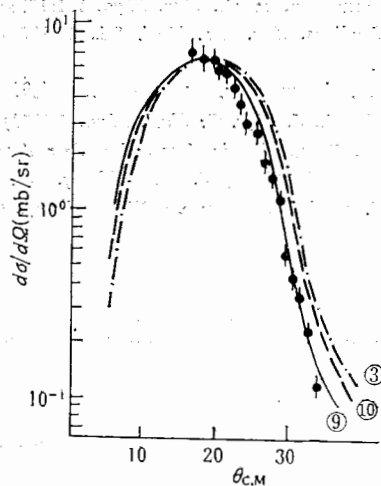
图1 π^- - ^{12}C 非弹性散射 ($J^\pi = 2^+$) ●实验值图2 π^+ - ^{12}C 非弹性散射 ($J^\pi = 2^+$) ●实验值

图3是关于 $\pi^+-^{12}\text{C}$ 在 3^- 态激发时的结果,曲线③、④、⑥分别对应表中第3、4、9组参数的计算结果,曲线⑥与实验值符合得不错,而由第4组参数算得的结果(曲线④)与实

图 3 $\pi^+-^{12}\text{C}$ 非弹性散射 ($J^\pi = 3^-$) ● 实验值图 4 $\pi^- -^{12}\text{C}$ 非弹性散射 ($J^\pi = 3^-$) ● 实验值

实验偏差最大。

图 4 是关于 $\pi^- -^{12}\text{C}$ 在 3^- 态激发时的结果, 曲线⑨与实验值符合较好, 曲线③与⑩比较接近, 都与实验值有一定偏离。我们还算了第 11 组参数, 结果比曲线⑨低很多, 我们也未在图中标示。

图 5 是关于 $\pi^- -^{12}\text{C}$ 在 2^+ 态激发的散射微分截面, 目的是考察库仑效应对 π^- -核非弹性散射的影响, 曲线①考虑了库仑效应, 曲线②没有考虑库仑效应, 显而易见: 库仑效应对 π^- -核非弹性散射影响不大。

综上所述, Glauber 多重散射理论是能很好地解释 800 MeV/c 的 $\pi^\pm -^{12}\text{C}$ 非弹性散射材料, 说明此能区下 π^- -核相互作用机制是多重散射。我们比较了用不同跃迁密度参数所计算的结果与实验资料符合的程度, 为准确研究 ^{12}C 低激发态性质提供参考, 库仑效应在这能量下的 π^- -核非弹性散射影响不大。

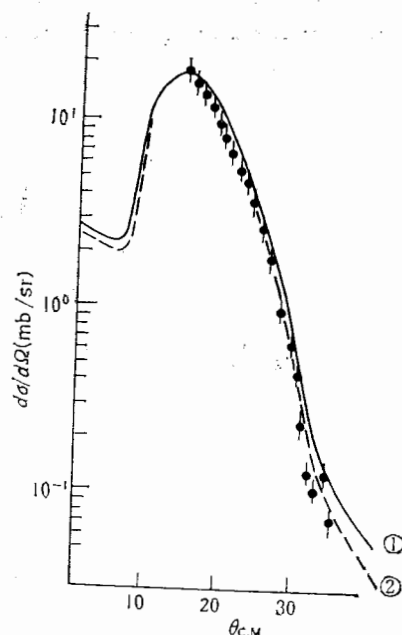


图 5 库仑效应对微分截面的影响 ● 实验值

在本工作中得到刘宪辉同志有益的讨论, 在此表示衷心的感谢!

参 考 文 献

- [1] D. Marlow, et al., *Phys. Rev.*, **C30**(1984), 1662.
- [2] J. Hüfner, *Phys. Reports*, **21C**(1975), 1.
- [3] R. J. Glauber, et al., *Lect. Theor. Phys.*, **1**(1958), 315.

- [4] C. Gustafsson, et al., *Ann. Phys.*, **111**(1978), 304.
[5] J. Saudinos, *Ann. Rev. Nucl. Sci.*, **24**(1974), 367; T. W. Donnelly, et al., *Ann. Rev. Nucl. Sci.*, **25**(1975), 329.
[6] Л. А. Коидрацюк. *Ядер. Фис.*, **27**(1978), 638.
[7] I. Ahmad., *J. Phys. G: Nucl. Phys.*, **4**(1978), 1695.
[8] P. M. Dent., *Atomic data and nuclear data table* **23**(1979), 547.
[9] UCRL-20030 (1970) J. M. McKinley, *Rev. Mod. Phys.*, **35**(1963), 788.
[10] C. J. Joachain., *Quantum Collision Theory.*, (1983), 194.

PION INELASTIC SCATTERING ON ^{12}C AT 800 MeV/c

CHEN KE-ZHONG

(Guangxi University)

ABSTRACT

In the framework of Glauber theory the recent pion inelastic scattering data on ^{12}C at 800 MeV/c are analysed by using the transition density method. The degree of agreement between the theoretical results with different parameters and the experimental data are discussed. The Coulom effect for pion- ^{12}C inelastic scattering is also considered.