

双能级成对力 $R(4)$ 模型中的相变¹⁾

徐躬耦 李福利

(兰州大学)

摘 要

本文运用玻色子-费密子复合表示对双能级成对力模型中随先辈数增大而发生的从超流态到正常态的相变问题进行了详细的研究,讨论了经某些可观测的相特征变化来判定相变的问题。

一、引 言

原子核中核子间的短程成对力起着十分重要的作用^[1]。在一定条件下它使偶偶核的单粒子激发谱呈现能隙,具有明显的不同于相邻奇 A 核的单粒子激发谱的特征,同时还使偶偶核的基态或相应的激发态构成转动带,带内对转移几率显著加强。我们称这样的原子核为超流核。反之,不具有这种特征的原子核为正常核。

原子核是一个有限的多粒子系统,我们主要研究随它的某种量子数变化而发生的相变^[2]。原子核的成对效应决定于成对力的有效强度。对的破坏导致阻塞效应,降低成对力的有效强度。所以随先辈数增大可发生超流性消失转化为正常态的相变。由于真实原子核的相变问题过于复杂,本文仅着力于一个简化的双能级成对力模型的研究,力图阐明物理本质,以便树立起关于这类相变的一般概念。

Högaasen-Feldman^[3] 提出了双能级成对力模型,并借以检验处理对力的 BCS 方法和准玻色子近似方法。而后 Broglia 等^[4] 用此模型讨论随成对力作用强度增加而发生的体系从正常相到超流相的相变。本文主要研究成对力强度固定的情况下,随某种因素所导致的对破坏的增剧即先辈数的增加而发生的从超流相到正常相的相变。我们详细分析了导致这类相变的物理原因,同时详细讨论了标志这类相变的可观测的相特征的变化。

二、双能级成对力 $R(4)$ 模型的玻色子-费密子复合表示

在这个模型中,两个能级的能量分别为 $\pm \frac{\epsilon}{2}$, 它们的角动量均为 j , 简并度均为 $2\Omega = 2j + 1$ 。每个单粒子态用量子数 $m\sigma$ 表示, $m = -j, -j+1, \dots, j-1, j$, 表示

1) 中国科学院科学基金资助的课题。

本文 1984 年 7 月 30 日收到。

角动量在 z 轴上的投影, $\sigma = \pm$ 分别表示上下两能级, \bar{m}_σ 是 m_σ 的时间反演态. 体系的哈密顿量为:

$$H = \frac{\varepsilon}{2} \sum_m (a_{m+}^+ a_{m+} - a_{m-}^+ a_{m-}) - \lambda \sum_{m>0} (a_{m+}^+ a_{m+}^+ + a_{m-}^+ a_{m-}^+) \cdot \sum_{m'>0} (a_{m+} a_{m+} + a_{m-} a_{m-}) \quad (1)$$

其中第一项是单粒子能量, 第二项表示核子间的成对作用.

为了更好地显示上下能级之间的对称性, 作如下的变换, 使

$$\left. \begin{aligned} \xi_{m+}^+ &= a_{m+}^+, & \xi_{m+} &= a_{m+}, \\ \xi_{m-}^+ &= a_{m-}^+, & \xi_{m-} &= a_{m-}^+ \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

于是(1)式化为

$$H = -(\varepsilon + \lambda)Q + \frac{1}{2} \sum_m [\varepsilon \xi_{m+}^+ \xi_{m+} + (\Sigma + 2\lambda) \xi_{m-}^+ \xi_{m-}] - \lambda \sum_\sigma \sum_{m>0} \xi_{m\sigma}^+ \xi_{m\sigma} \cdot \sum_{m'>0} \xi_{m'\sigma} \xi_{m'\sigma} - \lambda \left[\sum_{m>0} \xi_{m+}^+ \xi_{m+} + \sum_{m'>0} \xi_{m'-}^+ \xi_{m'-} + \text{h. c.} \right]. \quad (3)$$

当 $\frac{2\lambda}{\varepsilon} \ll 1$ 时, 具有上下能级间的对称性.

引入集体算子

$$\left. \begin{aligned} B_\sigma^+ &= \sum_{m>0} \xi_{m\sigma}^+ \xi_{m\sigma}^+, \\ B_\sigma &= \sum_{m>0} \xi_{m\sigma} \xi_{m\sigma}, \\ N_\sigma &= \sum_m \xi_{m\sigma}^+ \xi_{m\sigma} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

它们满足如下的互易关系,

$$\left. \begin{aligned} [B_\sigma, B_{\sigma'}^+] &= \delta_{\sigma\sigma'} (Q - N_\sigma), \\ [N_\sigma, B_{\sigma'}^+] &= \delta_{\sigma\sigma'} 2B_{\sigma'}^+, \\ [N_\sigma, B_{\sigma'}] &= \delta_{\sigma\sigma'} (-2)B_{\sigma'}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

构成 $R(4)$ 群代数.

因为我们企图研究对破坏的影响, 故必须采用玻色子-费密子复合表示^[3]. 将兼有集体激发和单粒子激发的状态写为

$$|\Psi\rangle = \int \exp[\sqrt{2}(\alpha_+^+ B_+^+ + \alpha_- B_-^+)] f(\alpha, \xi^+) |0\rangle_F d\tau_\alpha, \quad (6)$$

这里

$$\xi_\sigma |0\rangle_F = 0, \quad (7)$$

$$B_\sigma f(\alpha, \xi^+) |0\rangle_F = 0. \quad (8)$$

经过变换(6)式可化为^[6]

$$|\Psi\rangle = {}_B\langle 0 | \exp \left[\sum_\sigma b_\sigma B_\sigma^+ \right] F(b^+, \xi^+) |0\rangle_F |0\rangle_B, \quad (9)$$

其中 $F(b^+, \xi^+) |0\rangle_F |0\rangle_B$ 与 $f(\alpha, \xi^+) |0\rangle_F$ 直接联系, 故 $B_\sigma F(b^+, \xi^+) |0\rangle_F |0\rangle_B = 0. \quad (10)$

$$\left. \begin{aligned} b_+^\dagger &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\alpha_+ - \frac{\partial}{\partial \alpha_+^*} \right), & b_+ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\alpha_+^* + \frac{\partial}{\partial \alpha_+} \right), \\ b_-^\dagger &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\alpha_-^* - \frac{\partial}{\partial \alpha_-} \right), & b_- &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\alpha_- + \frac{\partial}{\partial \alpha_-^*} \right), \\ b_\sigma |0\rangle_B &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

如使

$$U \equiv {}_B\langle 0 | \exp \left[\sum_\sigma b_\sigma B_\sigma^\dagger \right], \quad (12)$$

$$|F\rangle \equiv F(b^+, \xi^+) |0\rangle_F |0\rangle_B, \quad (13)$$

则有

$$|\Psi\rangle = U|F\rangle, \quad (14)$$

$$B_\sigma |F\rangle = 0. \quad (15)$$

根据任意两状态间的内积, 定义算子 \mathcal{N} ,

$$\langle \Psi_1 | - \Psi_2 \rangle = (F_1 | U^\dagger U | F_2) \equiv (F_1 | \mathcal{N} | F_2), \quad (16)$$

这里

$$\mathcal{N} = U^\dagger U. \quad (16a)$$

根据任意两状态间的算子 \mathcal{O} 的矩阵元, 定义相应的算子 \mathcal{O} ,

$$\langle \Psi_1 | \mathcal{O} | \Psi_2 \rangle = (F_1 | U^\dagger \mathcal{O} U | F_2) \equiv (F_1 | \mathcal{O} | F_2) \equiv (F_1 | \mathcal{O}_D \mathcal{N} | F_2), \quad (17)$$

这里

$$\mathcal{O} = U^\dagger \mathcal{O} U, \quad (17a)$$

$$\mathcal{O} = \mathcal{O}_D \mathcal{N}. \quad (17b)$$

利用 Wick 定理计算 \mathcal{N} . 将 B_σ 移至 B_σ^\dagger 之右, 并注意到 \mathcal{N} 向右作用于 $|F_2\rangle$ 或向左作用于 $(F_1|$ 时, 有条件 (15) 式或其共轭式, 故得到不含 $B_\sigma, B_\sigma^\dagger$ 的结果如下,

$$\mathcal{N} = U^\dagger U = \prod_\sigma \frac{(\varrho - \sum_m \xi_{m\sigma}^+ \xi_{m\sigma})!}{(\varrho - \sum_m \xi_{m\sigma}^+ \xi_{m\sigma} - b_\sigma^+ b_\sigma)!} \mathcal{P} = \mathcal{N}_0 \mathcal{P}, \quad (18)$$

这里

$$\mathcal{N}_0 = \prod_\sigma \frac{(\varrho - \sum_m \xi_{m\sigma}^+ \xi_{m\sigma})!}{(\varrho - \sum_m \xi_{m\sigma}^+ \xi_{m\sigma} - b_\sigma^+ b_\sigma)!}, \quad (18a)$$

$$\mathcal{P} = \prod_\sigma \sum_{n_\sigma=0}^{\varrho} \frac{1}{\sqrt{n_\sigma!}} (b_\sigma^+)^{n_\sigma} |0\rangle_{BB} \langle 0| (b_\sigma)^{n_\sigma} \frac{1}{\sqrt{n_\sigma!}}. \quad (18b)$$

\mathcal{P} 具有投射算子的性质

$$\mathcal{P}^2 = \mathcal{P},$$

故 $|F\rangle$ 可以分为两类:

$$\mathcal{P}|F\rangle = |F\rangle, \quad \text{物理的相应于 } |\Psi\rangle \neq 0 \text{ 的态;}$$

$$\mathcal{P}|F\rangle = 0, \quad \text{非物理的相应于 } |\Psi\rangle = 0 \text{ 的态.}$$

固 \mathcal{N}_0 与 \mathcal{P} 互易,

$$\langle \Psi_1 | \Psi_2 \rangle = (F_1 | \mathcal{P} \mathcal{N}_0 \mathcal{P} | F_2) = (F_1 | \mathcal{P} \mathcal{N}_0^{1/2} \cdot \mathcal{N}_0^{1/2} \mathcal{P} | F_2). \quad (19)$$

此式实际上只对物理态有意义.

同样用 Wick 定理计算 \mathcal{O} . 因为

$$\begin{aligned} \mathcal{O} &= U^+ \circ U = \exp \left[\sum_{\sigma} b_{\sigma}^{\dagger} B_{\sigma} \right] \circ \exp \left[- \sum_{\sigma} b_{\sigma}^{\dagger} B_{\sigma} \right] \\ &= \exp \left[\sum_{\sigma} b_{\sigma}^{\dagger} B_{\sigma} | 0 \rangle_{BB} \langle 0 | \exp \left[\sum_{\sigma} b_{\sigma} B_{\sigma}^{\dagger} \right], \end{aligned} \quad (20)$$

将 $\exp \left[\sum_{\sigma} b_{\sigma}^{\dagger} B_{\sigma} \right] \circ \exp \left[- \sum_{\sigma} b_{\sigma}^{\dagger} B_{\sigma} \right]$ 中的 B_{σ} 移至 B_{σ}^{\dagger} 之右, 注意到 \mathcal{O} 向左作用于 $(F_1 |$ 时, 有 (15) 式的共轭式所示关系, 而且还有下述关系,

$$B_{\sigma} \exp \left[\sum_{\sigma} b_{\sigma}^{\dagger} B_{\sigma} \right] | 0 \rangle_B = b_{\sigma} \exp \left[\sum_{\sigma} b_{\sigma}^{\dagger} B_{\sigma} \right] | 0 \rangle_B, \quad (20a)$$

故可求得不含 B_{σ}^{\dagger} 及 B_{σ} 的 \mathcal{O}_D 的表述式.

从 (17b) 及 (18) 式, 可见有

$$\mathcal{O} = \mathcal{O}_D \mathcal{N} = \mathcal{O}_D \mathcal{N} \mathcal{P} = \mathcal{O} \mathcal{P}. \quad (21)$$

用完全相同的方法还可求得

$$\mathcal{O} = \mathcal{P} \mathcal{O}. \quad (21a)$$

所以 (17) 式化为

$$\begin{aligned} \langle \Psi_1 | 0 | \Psi_2 \rangle &= (F_1 | \mathcal{P} \mathcal{O}_D \mathcal{N}_0 \mathcal{P} | F_2) = (F_1 | \mathcal{P} \mathcal{N}_0^{1/2} \mathcal{N}_0^{-1/2} \mathcal{O}_D \mathcal{N}_0^{1/2} \mathcal{N}_0^{1/2} \mathcal{P} | F_2) \\ &= (F_1 | \mathcal{P} \mathcal{N}_0^{1/2} \mathcal{O}_{HP} \mathcal{N}_0^{1/2} \mathcal{P} | F_2) \end{aligned} \quad (22)$$

此式实际上也只对物理态有意义, 此式中

$$\mathcal{O}_{HP} = \mathcal{N}_0^{-1/2} \mathcal{O}_D \mathcal{N}_0^{1/2}, \quad (22a)$$

就是相应于算子 \circ 的 Holstein-Primakoff 表示. 现在集体自由度由 $b_{\sigma}^{\dagger}, b_{\sigma}$ 表述, 而单粒子自由度由 $\xi_{m\sigma}^{\dagger}, \xi_{m\sigma}$ 表述. 由于有条件 (15) 式, 不出现赘余自由度问题.

具体求得哈密顿量的 HP 表示为

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{HP} &= -(\varepsilon + \lambda)Q + \frac{1}{2} \sum_m [\varepsilon \xi_{m+}^{\dagger} \xi_{m+} + (\varepsilon + 2\lambda) \xi_{m-}^{\dagger} \xi_{m-}] \\ &+ [\varepsilon b_{+}^{\dagger} b_{+} + (\varepsilon + 2\lambda) b_{-}^{\dagger} b_{-}] \\ &- \lambda b_{+}^{\dagger} \left(Q - \sum_m \xi_{m+}^{\dagger} \xi_{m+} - b_{+}^{\dagger} b_{+} \right) b_{+} \\ &- \lambda b_{-}^{\dagger} \left(Q - \sum_m \xi_{m-}^{\dagger} \xi_{m-} - b_{-}^{\dagger} b_{-} \right) b_{-} \\ &- \lambda \left[b_{+}^{\dagger} \sqrt{Q - \sum_m \xi_{m+}^{\dagger} \xi_{m+} - b_{+}^{\dagger} b_{+}} \right. \\ &\left. \cdot b_{-}^{\dagger} \sqrt{Q - \sum_m \xi_{m-}^{\dagger} \xi_{m-} - b_{-}^{\dagger} b_{-}} + h.c. \right], \end{aligned} \quad (23)$$

粒子数的 HP 表示为

$$\mathcal{H}_{HP} = 2Q + \sum_m (\xi_{m+}^+ \xi_{m+} - \xi_{m-}^+ \xi_{m-}) + 2(b_+^\dagger b_+ - b_-^\dagger b_-), \quad (24)$$

显然

$$[\mathcal{H}_{HP}, \mathcal{H}_{HP}] = 0, \quad (25)$$

所以应考虑它们的共同本征解。

在这个双能级成对力模型不发生成对粒子向不成对粒子的转化, 故粒子数守恒条件化为

$$[n, \mathcal{H}_{HP}] = 0, \quad (26)$$

其中

$$n = b_+^\dagger b_+ - b_-^\dagger b_-, \quad (27)$$

同时还有

$$[s, \mathcal{H}_{HP}] = 0, \quad (28)$$

其中

$$s = \sum_{m\sigma} \xi_{m\sigma}^+ \xi_{m\sigma}. \quad (29)$$

是先辈数。在这里先辈数是一个好量子数。

三、相变条件

在我们所讨论的这个模型中, 集体自由度由两类玻色子 $b_{\sigma=\pm}$ 表述。由于粒子数守恒条件, (27) 式所示的 n 为常数。如成对力消失, 可以经 (23) 式看到还存在额外的守恒关系,

$$b_+^\dagger b_+ + b_-^\dagger b_- = \text{常数} \quad (30)$$

体系犹如两类独立玻色子所构成的系统。

如存在成对力, 而强度较弱, 应可近似地表为两类独立玻色子构成的系统。如成对力强度达到足够强的程度, 则玻色子体系可成为玻色子凝聚态, 在基态时也会出现一定数量的 b_+ 、 b_- 玻色子。因此, 在成对力强度逐渐增大时, 可发生从正常相到超导相的相变。

我们假定对于基态而言,

$$\frac{b_\sigma^\dagger b_\sigma - \langle b_\sigma^\dagger b_\sigma \rangle}{Q} \ll 1$$

并将 (23) 式近似地写为

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{HP} = & \frac{-\varepsilon}{2} \left[\left(Q - \sum_m \xi_{m+}^+ \xi_{m+} \right) + \left(Q - \sum_m \xi_{m-}^+ \xi_{m-} \right) \right] - \lambda \left(Q - \sum_m \xi_{m-}^+ \xi_{m-} \right) \\ & + \left[\varepsilon - \lambda \left(Q - \sum_m \xi_{m+}^+ \xi_{m+} - \langle b_+^\dagger b_+ \rangle \right) \right] b_+^\dagger b_+ \\ & + \left[(\varepsilon + 2\lambda) - \lambda \left(Q - \sum_m \xi_{m+}^+ \xi_{m+} - \langle b_+^\dagger b_+ \rangle \right) \right] b_+^\dagger b_- \\ & - \lambda \left[\left(Q - \sum_m \xi_{m+}^+ \xi_{m+} - \langle b_+^\dagger b_+ \rangle \right) \right] \end{aligned}$$

$$\times \left(Q - \sum_m \xi_m^+ \xi_{m-} - \langle b_{\pm}^{\dagger} b_{\pm} \rangle \right)^{1/2} (b_{\pm}^{\dagger} b_{\pm}^{\dagger} + b_{\pm} b_{\pm}), \quad (31)$$

作变换

$$\begin{pmatrix} c_{\pm}^{\dagger} \\ c_{\pm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh\theta & -\sinh\theta \\ -\sinh\theta & \cosh\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{\pm}^{\dagger} \\ b_{\pm} \end{pmatrix}. \quad (32)$$

它保有下述关系

$$n = b_{\pm}^{\dagger} b_{\pm} - b_{\pm}^{\dagger} b_{\pm} = c_{\pm}^{\dagger} c_{\pm} - c_{\pm}^{\dagger} c_{\pm}. \quad (33)$$

如使 θ 满足下述条件

$$\begin{aligned} \tanh 2\theta = & \left\{ 2\lambda \left[\left(Q - \sum_m \xi_m^+ \xi_{m+} - \langle b_{\pm}^{\dagger} b_{\pm} \rangle \right) \left(Q - \sum_m \xi_m^+ \xi_{m-} - \langle b_{\pm}^{\dagger} b_{\pm} \rangle \right) \right]^{1/2} / \right. \\ & \left. \left\{ 2(\varepsilon + \lambda) + \lambda \left[\left(Q - \sum_m \xi_m^+ \xi_{m+} - \langle b_{\pm}^{\dagger} b_{\pm} \rangle \right) \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + \left(Q - \sum_m \xi_m^+ \xi_{m-} - \langle b_{\pm}^{\dagger} b_{\pm} \rangle \right) \right] \right\} \right\} \\ & \leq 1 \end{aligned} \quad (34)$$

时可消去 $(c_{\pm}^{\dagger} c_{\pm}^{\dagger} + c_{\pm} c_{\pm})$ 项, 体系近似地表为 c_{\pm} 、 c_{\pm} 两类独立玻色子所构成的系统。反之, 条件 (34) 不能满足时, 即使在基态也存在一定数量的 c_{\pm} 、 c_{\pm} 玻色子, 发生玻色子凝聚。

从上式可见, 成对力强度 λ (相对于能级间隔 ε) 增大时, 可发生从正常相到超流相的相变。而成对强度 λ 固定时, 如原属超流相, 可因对破坏, 先辈数 $\sum_{m\sigma} \xi_m^+ \xi_{m\sigma}$ 增大而转变为正常相。

四、某些可观测的相特征变化

相变应由观测到的相特征的变化来肯定。所以我们在这里先从理论上指出这些可观测的相特征的变化。

(A) 相变的能谱特征

在正常相时, c_{\pm} 、 c_{\pm} 两类玻色子数目分别守恒, 呈现典型的对振动谱。在超流相时, 发生相当剧烈的成对激发, 即使是基态, 也存在一定数量的 c_{\pm} 、 c_{\pm} 玻色子。故增减一个核子对, 相差一个 c_{\pm} 或 c_{\pm} 玻色子时, 相应的状态之间的能量差异很小, 近乎简并。这些相应的状态构成一个对转动带。我们可以从这种能谱特征的变化来判定相变。

(B) 相变的对转移几率特征

对转移算子 T 或 T^{\dagger} 如下式所示

$$T = \frac{1}{\sqrt{Q}} (B_{\pm}^{\dagger} + B_{\pm}), \quad (35)$$

它的 HP 表示为

$$J_{HP} = b_+^\dagger \left[1 - \frac{\sum_m \xi_{m+}^\dagger \xi_{m+} + b_+^\dagger b_+}{\Omega} \right]^{\frac{1}{2}} + \left[1 - \frac{\sum_m \xi_{m-}^\dagger \xi_{m-} + b_-^\dagger b_-}{\Omega} \right]^{\frac{1}{2}} b_- \quad (36)$$

约化对转移几率为

$$\sigma_{if} = |\langle i|T|f\rangle|^2 = |\langle \mathcal{N}^{\frac{1}{2}}i|\mathcal{J}_{HP}|\mathcal{N}^{\frac{1}{2}}f\rangle|^2. \quad (37)$$

在正常相(对振动)的情况, 凡初末态间相差一个 b_σ (或 c_σ) 玻色子者, 它们的约化对转移几率大体相等. 而初末态间相差一个以上 b_σ (或 c_σ) 玻色子者, 它们的约化对转移几率要小得多. 在超流相(对转动)的情况, 同一带内相邻两状态之间的约化对转移几率较前大大加强. 而不同带内相邻两状态间的约化对转移几率之值很小. 我们也可以从这种约化对转移几率特征来判定相变.

(C) 相变的能隙特征

由于对确定原子核来说集体激发自由度为 $(b_+^\dagger b_+^\dagger, b_- b_-)$, 因此可进一步引入 β 声子来表示这种集体激发. 使

$$F(b_+^\dagger b_+^\dagger, \xi_{m\sigma}^+ |n)_B |0\rangle_F = W F(\beta^+, \xi_{m\sigma}^+ |0)_\beta |0\rangle_\beta \quad (38)$$

其中

$$|n)_B = (n!)^{-\frac{1}{2}} (b_+^\dagger)^n |0)_B, \quad (39)$$

$$W = {}_\beta \langle 0 | \exp[\beta b_+^\dagger b_+^\dagger] |n)_B, \quad (40)$$

$$[\beta, \beta^+] = 1, \quad (41)$$

$$\beta |0)_\beta = 0. \quad (42)$$

经过直接运算得到

$$W^+ W = \frac{(n^+ + \beta^+ \beta)!}{n!}, \quad (43)$$

以及用 $\beta^+, \beta; \xi_{m\sigma}^+, \xi_{m\sigma}$ 表示的等效哈密顿量

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{HP}(\beta^+, \beta; \xi_{m\sigma}^+, \xi_{m\sigma}) &= -\varepsilon(\Omega - n) - \lambda\Omega(1 + n) + \lambda n(n - 1) \\ &+ 2[(\varepsilon + \lambda) - \lambda(\Omega - n)]\beta^+ \beta + 2\lambda\beta^+ \beta^+ \beta\beta \\ &- \lambda \left\{ \beta^+ \left[(1 + n + \beta^+ \beta^+) \left(\Omega - n - \sum_m \xi_{m+}^\dagger \xi_{m+} - \beta^+ \beta \right) \right. \right. \\ &\times \left. \left. \left(\Omega - \sum_m \xi_{m-}^\dagger \xi_{m-} - \beta^+ \beta \right) \right]^{\frac{1}{2}} + h.c. \right\} \\ &+ \sum_m \xi_{m+}^\dagger \xi_{m+} \left(\frac{\varepsilon}{2} + \lambda n + \lambda\beta^+ \beta \right) + \sum_m \xi_{m-}^\dagger \xi_{m-} \left(\frac{\varepsilon}{2} + \lambda + \lambda\beta^+ \beta \right). \end{aligned} \quad (44)$$

在上式中, 可以认为不成对粒子的能量分别是

$$\frac{\varepsilon}{2} + \lambda n + \lambda\beta^+ \beta, \quad \frac{\varepsilon}{2} + \lambda + \beta^+ \beta \quad (45)$$

因为不成对粒子的存在导致阻塞效应, 使有效成对力强度减弱, 体系的能量相应增大. 但表观上, 这一增大的能量似乎属于具有上述能量的不成对的粒子. 通常称这种不成对的粒子为准粒子. 对于确定核, 准粒子数因对破坏而两个、两个地增加. 在超流相, 基态的 $\langle \beta^+ \beta \rangle$ 较大, 破坏一个粒子对转化为两个不成对粒子时, 突然增大了一分能量

$$\Delta \approx 2\lambda \langle \beta^+ \beta^- \rangle_0 = 2\lambda \langle b^+ b_- \rangle_0, \quad (46)$$

故偶数粒子体系的激发谱中出现一个能隙。奇数和偶数粒子体系在这个能量范围内的状态密度将有显著差异。在正常相,基态的 $\langle \beta^+ \beta^- \rangle_0$ 只是基态关联的贡献,其值远小于1,故不出现能隙。这种可观测的能隙特征可以用作判定相变的依据。

准粒子能量随对激发状态而变化,与 $\langle \beta^+ \beta^- \rangle$ 之值有关。在对振动区,对于第一激发态 $\langle \beta^+ \beta^- \rangle_v \approx 1$,而在对转动区, $\langle \beta^+ \beta^- \rangle_v < \langle \beta^+ \beta^- \rangle_0$,故从振动区到转动区, $\langle \beta^+ \beta^- \rangle_v$ 与 $\langle \beta^+ \beta^- \rangle_0$ 两条曲线将发生交叉。一般来说,实验上不易判定相应于特定对激发状态的准粒子能量,因而上述相特征变化还难以用作判定相变的依据。

五、计算结果与讨论

这里给出了两类计算结果:(1) $Q=10$, 粒子全部成对,先辈数为零,随作用强度 $\frac{\lambda}{\epsilon}$ 变化而发生的从正常相到超流相的相变。(2) $Q=10$, 作用强度 $\frac{\lambda}{\epsilon} = 0.1$, 随粒子对破坏、先辈数不同而发生的相变。对于这两类情形均从三种可观测的相特征变化进行了考察,所得结果如图1、2、3及图4、5、6所示。它们正具有前节所指出的性质。

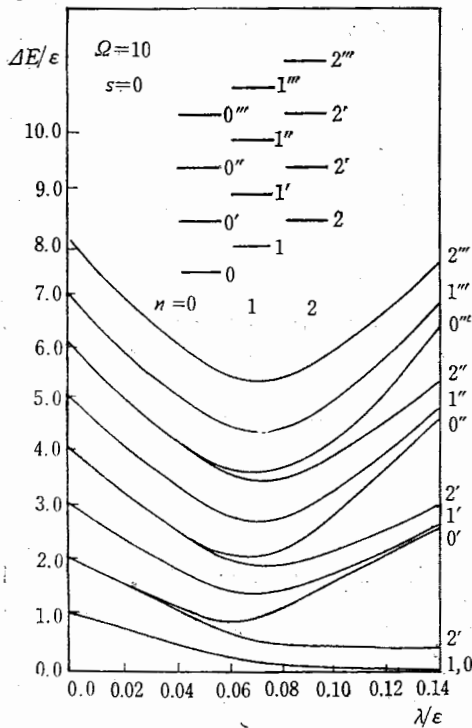


图1 粒子全部成对时,不同成对力强度下不同核的能谱。

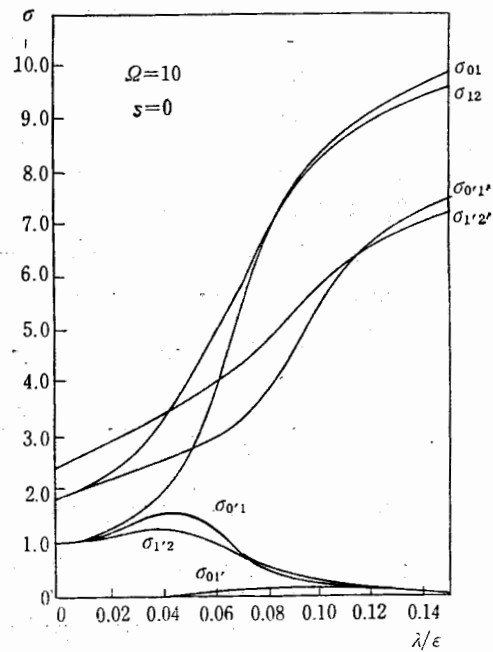


图2 粒子全部成对时,不同成对力强度下一些相邻核间的约化对转移几率。

在这里所讨论的双能级成对力模型中,将集体运动作玻色子表示,涉及 b_{\pm} 两类玻色子,原来费密子间吸引的相互作用可导致这两类玻色子数目的增加,产生成对激发。但有

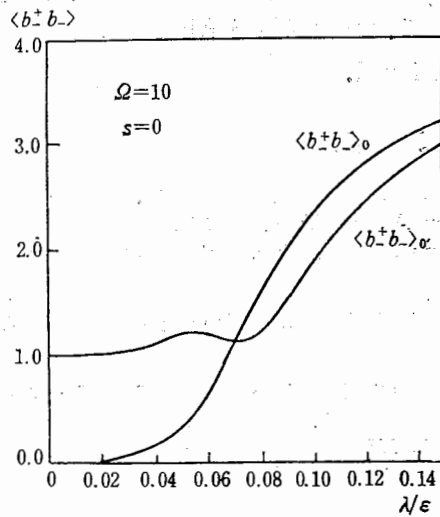


图 3 粒子全部成对时,不同成对力强度下相应于 $n=0$ 的核的基态和第一激发态的 $\langle \beta^\dagger \beta \rangle$.

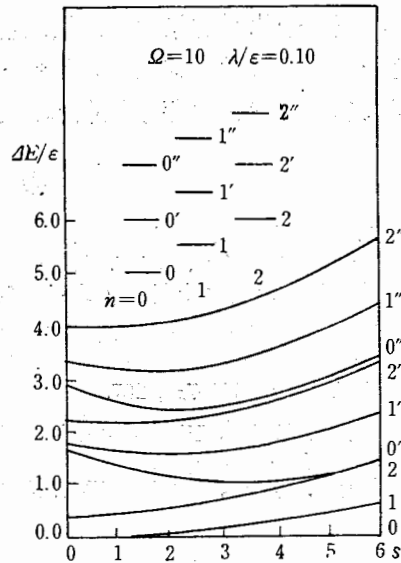


图 4 成对力强度固定时,相应于不同先辈数的不同核的能谱.

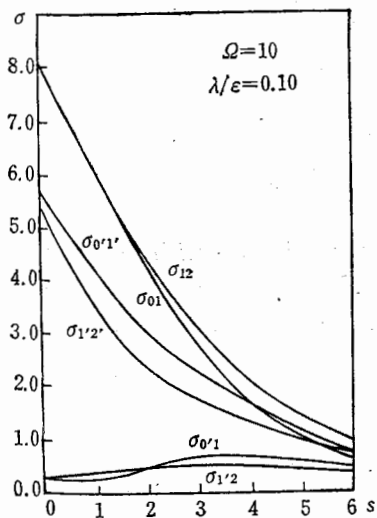


图 5 成对力强度固定时,相应于不同先辈数的一些相邻核间的约化对转移几率.

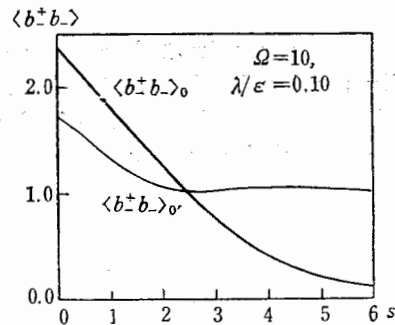


图 6 成对力强度固定时,相应于不同先辈数的 $n=0$ 的核的基态和第一激发态的 $\langle \beta^\dagger \beta \rangle$

效成对作用较弱时,由于玻色子本身的正的能量,只能发生基态关联,呈现为独立玻色子体系的特征.有效成对作用足够强时,则可以发生玻色子凝聚.与规范空间转动不变性相联系,给出规范空间中的对转动谱特征.

粒子对的破坏所造成的阻塞效应使有效强度减弱.因此,随粒子对的破坏的增剧、先辈数的增大,将发生超流性的消失,转化为正常相.

无论 λ 减小或先辈数增大,均使有效成对力强度减弱,故计算结果所给出的相变特

征非常相似。

将费密子体系的集体运动按玻色子体系的行为——或为独立玻色子体系；或为凝聚玻色子体系，来讨论其相变，具有一定的普遍意义。对于双能级单极力 $SU(2)$ 模型^[2]和双能级成对力 $R(4)$ 模型的讨论，清楚地证明了这一点。

参 考 文 献

- [1] A. Bohr, B. R. Mottelson and D. Pines, *Phys. Rev.*, 110(1958), 936. A. Bohr, Nuclear Structure, Dubna Symposium, p. 179. (Intern. Atomic Energy Agency, Vienna, 1968).
- [2] Xu Gong-ou (徐躬耦), Li Fu-li (李福利), *Commun. Theor. Phys.* (理论物理).
- [3] J. Hogaasen-Feldman, *Nucl. Phys.*, 28(1961), 258.
- [4] R. A. Broglia et al., *Nucl. Phys.*, A107(1968), 1. R. A. Broglia, O. Hansen and C. Riedel, *Adv. Nucl. Phys.*, 6(1973), 287.
- [5] 徐躬耦、杨亚天、王顺金, 中国科学, No. 4(1981), p. 427. Xu Gong-ou and Wang Shun-jin, *Nucl. Phys.*, A380(1982), 529.
- [6] 徐躬耦、杨亚天、顾金南, 高能物理与核物理, 8(1984), 275c.

THE PHASE TRANSITION IN THE TWO-LEVEL PAIRING FORCE $R(4)$ MODEL

XU GONG-OU LI FU-LI

(Lanzhou University)

ABSTRACT

The phase transition from the super fluid to normal state with the increase of the seniority number in the two-level pairing force model is studied with a boson-fermion composite representation. Criteria for identifying the phase transition with observable phase characteristics are discussed.