第10卷 第2期　　高能物理与核物理　　Vol. 10, No. 2
1986年3月　　PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS　　Mar., 1986

用3+1维理论计算强子的1—0衰变过程

林进虎　郑哲洙
（延边大学）

摘　要

本文在 Krapchev's L_0 近似下，用3+1维理论讨论强子的1—0衰变过程，计算了耦合常数 f_π，电磁衰变宽度 $\Gamma_{V\to l^+l^-}$ 等. 在计算过程中，不象文献[1]那样引入唯象因子 $\sqrt{V_{\text{bag}}}$，但所得结果较好地符合于实验.

一、引　言

按照 MIT 口袋模型[2]，不同强子具有不同的口袋半径. 当计算具有不同半径的强子态间的跃迁半径时，重迭积分总是在半径较小的口袋中进行的，但具有不同半径的强子态并不是相互正交，这在理论上使人不十分满意的. 根据这些情况，Barnhill III[3] 推广 Krapchev's 方法[4]，讨论了重迭积分中一些含糊不清的问题和不同 bag 态间的正交性问题. 具有半径为 R 的 bag 态 $|M\rangle$ 的归一化方法可写为

$$\left\langle M \left| \int_R d^3r J_0^B(r_0, \boldsymbol{r}) \right| M \right\rangle = 1 \tag{1.1}$$

式中 $J_\mu^B(r)$ 为几率流密度.

在强子的1—0衰变过程中，介子口袋内的正反夸克发生湮没，就剩下一个“空口袋”. 有些人将把“空口袋”等同于物理的真空[1,5]. 譬如，对于赝标介子的衰变，其衰变振幅写成

$$A \sim J_{lept}^\mu(0) \int d^4x e^{iq\cdot x} \langle 0 | A_\mu^{(M)}(x) | M \rangle \tag{1.2}$$

式中 $J_{lept}^\mu(0)$ 为轻子流，q 为四维动量. 在文献[1]中就采用了以

$$\int_{\text{bag}} d^3x \frac{1}{\sqrt{V_{\text{bag}}}} \langle 0 | A_0^{\text{bag}}(\boldsymbol{x}) | M \rangle_B$$

代替矩阵元 $\langle 0 | A_0^{(M)}(0) | M \rangle$ 的方法. 但这样做将会在理论上产生如下三个不清楚的问题：一是如何选择重迭区域；二是出现量纲困难，为了解决此问题，文献[1]中就引入了唯象因子 $\sqrt{V_{\text{bag}}}$；三是真空态的处理.

为避开这些问题，即在讨论过程中不再导致这些困难，本文将采用3+1维理论计算矩阵元 $\langle \overline{M} | A_0^* A_0 | M \rangle$，并以间接方式求 $\langle 0 | A | M \rangle$ 值. 我们利用归一化条件

本文1984年9月10日收到.

$$\left\langle M\left|\int_R d^3r J_0\right|M\right\rangle=1,$$

将给 $\langle 0|A|M\rangle$ 以较满意的相因子. 下面通过 π 介子衰变和矢量介子的电磁衰变过程,具体讨论上述问题.

二、π 介子衰变

在 π 介子静止着的参考系中,衰变过程 $\pi\to\mu+\nu$ 的跃迁振幅公式为

$$A\sim J^{\mu}_{lept}(0)\int d^4x e^{iq\cdot x}\langle 0|A^{(M)}_{\mu}(x)|M\rangle \tag{2.1}$$

若取

$$I=\langle 0|A^{(M)}_0(0)|M\rangle \tag{2.2}$$

则可得

$$\begin{aligned}|I|^2&=\langle\bar{M}|A^{(M)+}_0(0)|0\rangle\langle 0|A^{(M)}_0(0)|M\rangle\\&\approx\langle\bar{M}|A^{(M)+}_0(0)A^{(M)}_0(0)|M\rangle\end{aligned} \tag{2.3}$$

这里我们采用了近似计算

$$1=\sum_n|n\rangle\langle n|\approx|0\rangle\langle 0|.$$

在 (2.3) 式中有

$$\begin{aligned}A^{(M)+}_0(0)A^{(M)}_0(0)&=\int d^3x A^{(M)+}_{0B}(\boldsymbol{x})\,A^{(M)}_{0B}(\boldsymbol{x})\\A^{(M)}_{0B}(\boldsymbol{x})&=i\bar{\psi}(\boldsymbol{x})\gamma_5\gamma_0\psi(\boldsymbol{x})\end{aligned} \tag{2.4}$$

式中 $A^{(M)}_{0B}(\boldsymbol{x})$ 为 bag 轴矢流,$\bar{M}$ 是 M 的反粒子.

按文献[3]的方法,进行变量代换

$$x=\sum_n\frac{R_n}{R_0}\mathscr{P}_n\xi \tag{2.5}$$

则可得

$$\begin{aligned}|I|^2&=\left\langle\bar{M}\left|\int d^3x A^+_{0B}(\boldsymbol{x})A_{0B}(\boldsymbol{x})\right|M\right\rangle\\&=\left\langle\bar{M}\left|\int d^3x\left[\psi^+(\boldsymbol{x})\gamma_5\psi(\boldsymbol{x})\psi^+(\boldsymbol{x})\gamma_5\psi(\boldsymbol{x})\right]\right|M\right\rangle\\&=4\pi\left\langle\bar{M}\left|\int_0^{R_0}\xi^2d\xi\left[\sum_n\left(\frac{R_n}{R_0}\right)^{3/2}\mathscr{P}_n\right]\right.\right.\\&\quad\times\left[\psi^+\left(\sum_n\frac{R_n}{R_0}\mathscr{P}_n\xi\right)\gamma_5\psi\left(\sum_n\frac{R_n}{R_0}\mathscr{P}_n\xi\right)\right.\\&\quad\left.\cdot\psi^+\left(\sum_n\frac{R_n}{R_0}\mathscr{P}_n\xi\right)\gamma_5\psi\left(\sum_n\frac{R_n}{R_0}\mathscr{P}_n\xi\right)\right]\\&\quad\left.\left.\times\left[\sum_n\left(\frac{R_n}{R_0}\right)^{3/2}\mathscr{P}_n\right]\right|M\right\rangle\\&=4\pi\left(\frac{R_M}{R_0}\right)^3\int_0^R\xi^2d\xi\,\psi^+\left(\frac{R_M}{R_0}\xi\right)\gamma_5\psi\end{aligned}$$

$$\times\left(\frac{R_M}{R_0}\xi\right)\psi^+\left(\frac{R_M}{R_0}\xi\right)\gamma_5\psi\left(\frac{R_M}{R_0}\xi\right) \tag{2.6}$$

这里我们假定为 $R_{\bar{M}} = R_M$。

若取:

$$\rho = \frac{\omega}{R_0}\xi \tag{2.7}$$

则得:

$$|I|^2 = \frac{R_M^3 N^4}{4\pi\omega^3}\int_0^\infty \rho^2 d\rho[j_0^2(\rho) - j_1^2(\rho)]^2 \tag{2.8}$$

这里我们引用了如下球腔波函数:

$$\psi_{\alpha(\frac{1}{2})m} = \frac{N_\alpha}{\sqrt{4\pi}}\begin{pmatrix} i\, j_0\left(\frac{\omega_\alpha r}{R_\alpha}\right)U_m \\ -j_1\left(\frac{\omega_\alpha r}{R_\alpha}\right)\boldsymbol{\sigma}\cdot\hat{r}U_m\end{pmatrix}e^{-iE_\alpha t} \tag{2.9}$$

上式中的归一化常数 N_α 由下式确定:

$$1 = \left\langle M\left|\int d^3r\, J_0^B(r_0, \boldsymbol{r})\right|M\right\rangle \tag{2.10}$$

式中 $J_0^B = \bar{\psi}\gamma_0\psi$。由此得

$$N_\alpha^2 = \frac{\omega_\alpha^3}{R^3}\,\frac{1}{\omega_\alpha - \dfrac{\sin^2\omega_\alpha}{\omega_\alpha^4}} \tag{2.11}$$

另一方面,赝标介子衰变的耦合常数 f_M 由下式给出[6]:

$$\langle 0|A_0^{(M)}(0)|M\rangle_1 = \left(\frac{M}{2}\right)^{\frac{1}{2}} f_M \tag{2.12}$$

因此,由 (2.2) 和 (2.6) 式可得

$$f_M^2 = \frac{\alpha}{M}I^2 \tag{2.13}$$

对 π 介子而言,由 (2.13) 式可得

$$f_\pi = \frac{0.36}{R^{3/2}M^{3/2}} \tag{2.14}$$

由此可知,f_π 主要由口袋半径和质量所确定.

根据我们求得的公式 (2.14),计算了 π 介子的耦合常数 f_π 的数值,所得结果与实验结果由表 1 所示。

表 1

R (GeV^{-1})	M (GeV)	f_π (MeV)	$f_\pi^{实}$(MeV)
3.60	0.139	142	93
3.34	0.139	159	93
3.60	0.280	100	93

三、矢量介子的电磁衰变

在介子静止着的参考系中,矢量介子电磁衰变的耦合常数 f_v 的定义为

$$\frac{1}{M_v^2}\langle 0|\mathbf{J}^{em}|V\rangle = \frac{1}{\sqrt{M_v}} f_v \boldsymbol{\epsilon} \tag{3.1}$$

若令:

$$B = \langle 0|J_3^{em}|V\rangle \tag{3.2}$$

则可得

$$\begin{aligned}|B|^2 &= \langle \bar{V}|J_3^{em+}(0)|0\rangle\langle 0|J_3^{em}(0)|V\rangle \\ &\approx \langle \bar{V}|J_3^{em+}(0)J_3^{em}(0)|V\rangle\end{aligned} \tag{3.3}$$

此式的计算过程中,我们采用了类似于计算 (2.3) 的似近. 再经过计算最后可得

$$|B|^2 = \frac{\omega^6}{4\pi R_v^3}\frac{e_v^2}{\left(\omega - \frac{\sin^2\omega}{\omega^4}\right)^2}\frac{1}{9}\int_0^1 \rho^2 d\rho[3j_0^2(\omega\rho) + j_1^2(\omega\rho)]^2 \tag{3.4}$$

由 (3.1) 和 (3.2) 式得

$$f_v^2 = \frac{\alpha}{M_v^2}|B|^2 \tag{3.5}$$

此外,引用文献 [7] 中求得的对耦合常数 f_v 的如下公式:

$$f_v = 2\left(\sum_i a_i \frac{e_i}{e}\right)\phi_v(0)M_v^{-\frac{3}{2}} \tag{3.6}$$

式中 a_i 为 V 中第 i 个夸克的 Clebsch-Gordan 系数, e_i 为第 i 个夸克的电荷, M_v 为介子质量.

由 (3.3) 和 (3.4) 式可得原点上的介子波函数:

$$\phi_v^2(0) = \frac{B^2}{2\left[\sum_i a_i \frac{e_i}{e}\right]^2} \tag{3.7}$$

矢量介子的衰变公式为[7]

$$\Gamma_{v\to ll} = \alpha^2 16\pi\left(\frac{e_v^2}{2}\right)\frac{|\phi_v(0)|^2}{M_v^2} \tag{3.8}$$

表 2

衰变过程	$\sum_i a_i \frac{e_i}{e}$	$\lvert\phi(0)\rvert^2(\mathrm{MeV})^3$	Γ (MeV)	Γ^* (MeV)	$\Gamma^{[1]}$(MeV)
$\rho \to e^+e^-$ $\rho \to \mu^+\mu^-$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1.22×10^6	2.67×10^{-3}	6.67×10^{-3}	2.88×10^{-3}
$\omega \to e^+e^-$ $\omega \to \mu^+\mu^-$	$\frac{1}{3\sqrt{2}}$	1.22×10^6	0.30×10^{-3}	0.77×10^{-3}	0.32×10^{-3}

我们根据上述 (3.5) 和 (3.6) 式,计算了 $\rho\to e^+e^-$ 和 $\omega\to e^+e^-$ 的衰变宽度,计算所得结果与实验结果及文献 [1] 给出的结果由表 2 中列出. 计算过程中我们采用 $R_\rho = R_\omega = 4.71\ \mathrm{GeV}^{-1}$, $m_\rho = 770$ MeV, $m_\omega = 783$ MeV 等.

四、结果和讨论

本文在 Krapchev's L_0 近似下，推广 3+1 维理论，得出膺标介子耦合常数公式和矢量介子衰变宽度公式.

由 (2.14) 式可知，π 介子衰变的耦合常数公式为 $f_\pi = \frac{0.36}{R^{3/2}M^{1/2}}$，由此可见 f_π 主要依赖于口袋的半径 R 和质量 M. 由表 1 可以看出，本文求得的结果比文献 [1] 有较明显的提高. 特别是，若把 m_π 取为口袋质量时，f_π 将更为接近实验值.

由表 2 的数据看来，本文结果和文献 [1] 差不多. 但这极为类似于相对论夸克模型的结果.

利用上述 3+1 维理论还可以直接导出中性介子的电磁衰变宽度.

在推导 (2.3) 和 (3.3) 时采用了类似于插入真空中间态的近似计算方法. 从这一点上可以说，本文工作结果不超过插入真空中间态方法所求得的计算精度，但此方法比通常方法简便得多.

作者对杜东生同志的有益的讨论和帮助表示衷心感谢.

参 考 文 献

[1] Y. Gunduc, A. J. G. Hey and P. J. Walters, *Phys. Rev.*, **D21**(1980), 271.

[2] A. Chodos et al., *Phys. Rev.*, **D9**(1974), 3471.

[3] M. V. Barnhill III, *Phys. Rev.*, **D25**(1980), 860.

[4] V. Krapchev, *Phys. Rev.*, **D13**(1976), 329.

[5] J. F. Donghue, K. Johnson, *Phys. Rev.*, **D21** (1980), 1975.

[6] K. Ishikawa, *Phys. Rev.*, **E19**(1979), 2179.

[7] R. Van Royen, V. F. Weisskipf, *Nuovo Cimento*, **50A**(1967), 617.

THE HADRON 1→0 DECAY PROCESSES IN A 3+1 DIMENSIONAL THEORY

LIN JIN-HU ZHENG ZHE-ZHU

(Yenbian University)

ABSTRACT

The hadron 1→0 decay processes are discussed by using the Krapchev L_0 approximation in a 3+1 dimensional theory. The coupling constant f_π, the electromagnetic decay width $\Gamma_{V\to 1^+1^-}$, etc., are evaluated. Unlike what was done before, the phenomenological factor $\sqrt{V_{bag}}$ is not introduced, however, the results obtained in this paper are in better agreement with the experimental data.