

# 一种在 ISR 能量下精确检验 $\alpha_s$ 的方法

罗 马 孔繁梅 刘浩然  
(南开大学物理系)

## 摘要

本文用微扰 QCD 计算了以下过程的截面差。

- (a)  $d\sigma(p\bar{p} \rightarrow Jet_{\star p_T} + \gamma_{\star p_T} + X) - d\sigma(pp \rightarrow Jet_{\star p_T} + \gamma_{\star p_T} + X)$
- (b)  $d\sigma(p\bar{p} \rightarrow 2\gamma_{\star p_T} + X) - d\sigma(pp \rightarrow 2\gamma_{\star p_T} + X)$
- (c)  $d\sigma(K^- p \rightarrow Jet_{\star p_T} + \gamma_{\star p_T} + X) - d\sigma(K^+ p \rightarrow Jet_{\star p_T} + \gamma_{\star p_T} + X)$
- (d)  $d\sigma(K^- p \rightarrow 2\gamma_{\star p_T} + X) - d\sigma(K^+ p \rightarrow 2\gamma_{\star p_T} + X)$
- (e)  $d\sigma(p\bar{p} \rightarrow 2Jet_{\star p_T} + X) - d\sigma(pp \rightarrow 2Jet_{\star p_T} + X)$

发现胶子和海夸克的分布函数以及许多部分子的碎裂函数都不出现在这些截面差的计算结果中。将这些结果与实验数据作比较，在不必区分胶子喷注与夸克喷注的情况下，有可能精确测定  $\alpha_s/\alpha$  的比值。本文还探讨了进一步提高测量精度的可行方案。

## 一、引言

确定强耦合系数  $\alpha_s = g^2/4\pi$ ，是微扰 QCD 的一个基本课题。近来有些作者利用 3 喷注事例与 2 喷注事例的截面比，测定了  $e^+e^-$  湮灭过程中  $\alpha_s$  的平均值<sup>[1]</sup>。（以下称“ $e^+e^-$  方案”）由于这种方法受唯象因素的影响较小，引起了广泛的注意。

为了验证  $\alpha_s$  的普适性，去测定另外一些强作用过程的耦合系数，并与“ $e^+e^-$  方案”的结果进行比较，也是很重要的。1978 年 Kwang<sup>[2]</sup> 曾提出在有实光子产生的过程中，用微分截面  $d\sigma(pp \rightarrow g + \gamma + X)$  和  $d\sigma(pp \rightarrow 2\gamma + X)$  的比来检验  $\alpha_s$ （以下称“pp 方案”），该方案消掉了子过程的影响，具有结构简单、背景干净的特点。

然而在“pp 方案”中，要求实验上能够区分夸克喷注与胶子喷注，但实际上至今还不能满足这种要求。再者，它的结果不但与质子中的价夸克分布而且与不十分清楚的海夸克分布有关，显然，这些会影响结果的精确性。

近年来人们注意到，利用不同反应截面的某些组合，有助于减少唯象因子对结果的影响<sup>[3]</sup>。我们发现，如用截面差之比

$$\frac{d\sigma(p\bar{p} \rightarrow Jet + \gamma + X) - d\sigma(pp \rightarrow Jet + \gamma + X)}{d\sigma(p\bar{p} \rightarrow 2\gamma + X) - d\sigma(pp \rightarrow 2\gamma + X)}$$

去代替“pp 方案”中截面比

$$\frac{d\sigma(pp \rightarrow r + g + X)}{d\sigma(pp \rightarrow 2r + X)}$$

来检验  $\alpha_s$ , 既能保留“pp 方案”的全部优点, 又能排除海夸克分布函数的影响, 而且不需要在实验上去识别夸克喷注与胶子喷注。这个方案有可能在 ISR 对撞机上实现。

另外, 我们对检验  $\alpha_s$  的其它两个可行方案作了探讨。

第一, 在有直接光子出射的 K-p 碰撞过程中, 通过截面差之比

$$\frac{d\sigma(K^- p \rightarrow Jet + \gamma + X) - d\sigma(K^+ p \rightarrow Jet + \gamma + X)}{d\sigma(K^- p \rightarrow 2\gamma + X) - d\sigma(K^+ p \rightarrow 2\gamma + X)}$$

来测定  $\alpha_s$ , 其结果既不包含子过程截面, 也不受任何(海夸克或价夸克)分布函数的影响。确定这种有奇异粒子参加的强作用过程的耦合系数, 可作为对  $\alpha_s$  普适性的进一步检验。

第二, 通过测定截面差

$$d\sigma(p\bar{p} \rightarrow 2Jet + X) - d\sigma(pp \rightarrow 2Jet + X)$$

可望利用 ISR 能量下的现有实验数据检验  $\alpha_s$ 。

## 二、截面差

下面, 我们通过一个实例, 来阐明如何挑选对初态中正反强子的截面差

$$\Delta_{AB-AB}^{cd} = d\sigma(A\bar{B} \rightarrow CD + X) - d\sigma(AB \rightarrow CD + X)$$

有贡献的 Feynman 图, 并从中引出一个简单规则。

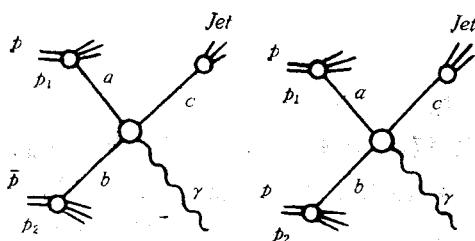


图 1

考虑图 1 中两个反应  $p\bar{p} \rightarrow Jet + \gamma + X$  和  $pp \rightarrow Jet + \gamma + X$  的截面差

$$\begin{aligned} \Delta_1 &\equiv \frac{\Delta_{p\bar{p}-pp}^{c\gamma}}{dx_a dx_b d\hat{t}} \equiv \frac{d\sigma(p\bar{p} \rightarrow Jet + \gamma + X)}{dx_a dx_b d\hat{t}} - \frac{d\sigma(pp \rightarrow Jet + \gamma + X)}{dx_a dx_b d\hat{t}} \\ &= \sum_{abc} [G_p^a(x_a) G_{\bar{p}}^b(x_b) - G_p^a(x_a) G_{\bar{p}}^b(x_b)] \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}} (ab \rightarrow c\gamma) \end{aligned} \quad (1)$$

式中  $\sum_{abc}$  表示对各种部分子味道的允许搭配求和,  $x_a, x_b$  为部分子  $a, b$  所携带的相对纵向动量  $G_{p(\bar{p})}^a(x_a), G_{p(\bar{p})}^b(x_b)$  分别表示部分子  $a, b$  在质子(或反质子)中分布函数,  $d\hat{\sigma}/d\hat{t} (ab \rightarrow c\gamma)$  是子过程  $ab \rightarrow c\gamma$  的不变截面。不难看出, 只有两类子过程  $q\bar{q} \rightarrow g\gamma$  和

A 的分  
△  
在

其  
(见  
绝

$gq \rightarrow q\gamma$  对(1)式有贡献。图 2 中列出了这两类子过程所包含的各种 Feynman 图。

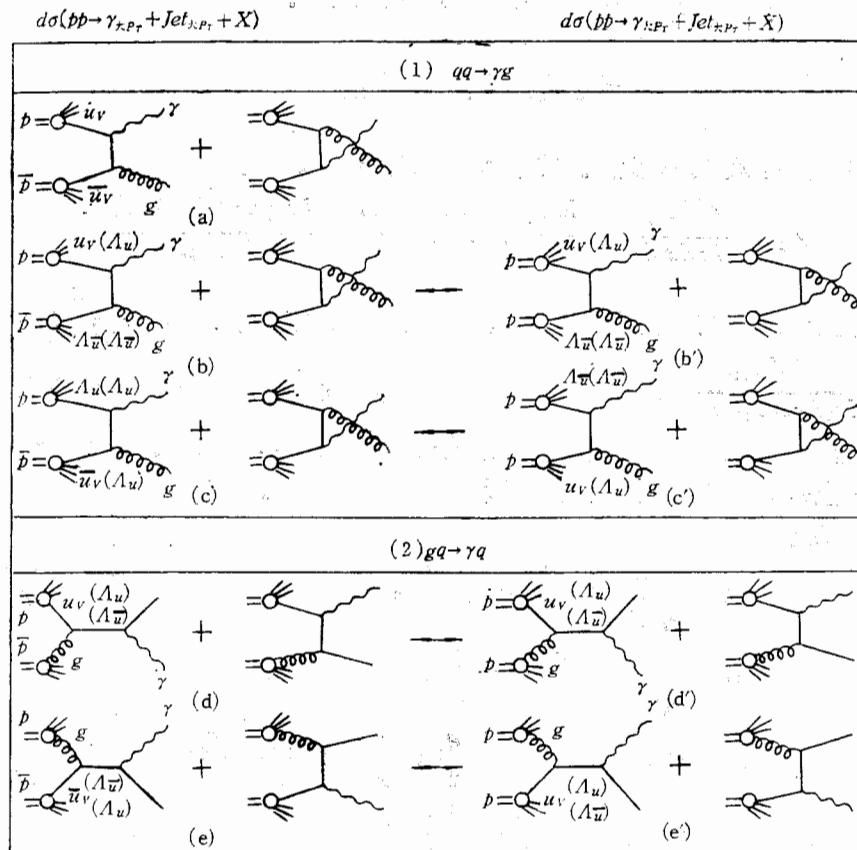


图 2  $d\sigma(p\bar{p} \rightarrow \gamma_{\text{大}P_T} + \text{Jet}_{\text{大}P_T} + X)$  和  $d\sigma(pp \rightarrow \gamma_{\text{大}P_T} + \text{Jet}_{\text{大}P_T} + X)$  子过程的 Feynman 图

取  $G_p^u v(x) = G_{\bar{p}}^{\bar{u}} v(x) \equiv u_v(x)$ ,  $G_p^d v(x) = G_{\bar{p}}^{\bar{d}} v(x) \equiv d_v(x)$ ,  $G_p^A(x) = G_{\bar{p}}^{\bar{A}}(x) \equiv \Lambda(x)$ . 式中  $u_v(x)(d_v(x))$  和  $\bar{u}_v(x)(\bar{d}_v(x))$  分别是  $u$  和  $d$  价夸克在质子(反质子)中的分布函数,  $\Lambda(x)$  是相应的海夸克的分布函数。于是, 图 2 中 (b)、(c)、(d)、(e) 的贡献分别被 (b')，(c')，(d')，(e') 抵消，只有 (a) 对  $\Delta_{pp-p\bar{p}}^{c\gamma}$  有贡献。

$$\frac{d\hat{\sigma}}{dx_a dx_b d\hat{i}} = \left\{ u_v(x_a) u_v(x_b) \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{i}} (u\bar{u} \rightarrow g\gamma) \right\} + \{u \leftrightarrow d\} \quad (2)$$

在领头对数近似下子过程截面<sup>[4]</sup>

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{i}} (q\bar{q} \rightarrow g\gamma) = \frac{8\pi}{9} \alpha \alpha_s e_q^2 \frac{1}{s^2} \left( \frac{\hat{i}}{\hat{s}} + \frac{\hat{u}}{\hat{i}} \right) \quad (3)$$

其中  $s = -(k_1 + k_2)^2$ ,  $\hat{i} = -(k_1 - k_3)^2$ ,  $\hat{u} = -(k_2 - k_3)^2$  (见图 3) 是子过程的 Mandelstam 变量。 $e_q$  是以电子电荷的绝对值为单位的夸克电荷数,  $\alpha$  是精细结构常数。

进一步分析, 我们得到以下简单规则: 只有入射组分  $a$  和  $b$  都是价夸克且具有相同

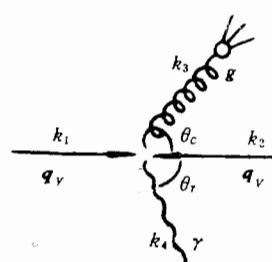


图 3

味道的那种子过程的 Feynman 图才对截面差  $\Delta_{AB-AB}^{ca}$  有贡献；当  $a = \bar{b} = u_V$  (或  $d_V$ ) 时，其贡献为正，当  $a = b = u_V$  (或  $d_V$ ) 时，其贡献为负。

### 三、强耦合系数的确定

方法 1. 测定  $\Delta_1$  与  $\Delta_2$  之比。其中  $\Delta_1$  由(1)式给出，定义

$$\Delta_2 \equiv \frac{\Delta_{pp-pp}^{\gamma\gamma}}{dx_a dx_b d\hat{t}} \equiv \frac{d\sigma(p\bar{p} \rightarrow 2\gamma + X)}{dx_a dx_b d\hat{t}} - \frac{d\sigma(pp \rightarrow 2\gamma + X)}{dx_a dx_b d\hat{t}} \quad (4)$$

为了便于把结果与实验数据作比较，下面将(2)式中微分截面差  $\frac{\Delta_{pp-pp}^{\gamma\gamma}}{dx_a dx_b d\hat{t}}$  换算成微分截面差  $\frac{\Delta_{pp-pp}^{\gamma\gamma}}{dP_T d\cos\theta_r d\cos\theta_c}$ ，其中  $P_T$  是末态光子的横向动量， $\theta_r$  和  $\theta_c$  分别是总过程质心系中末态光子和末态胶子的出射方向与束轴正方向的夹角（见图 3）。由于测不到自由胶子， $\theta_c$  实际上是通过测量末态大  $P_T$  喷注轴的方向来确定的。

通过运动学分析，

$$\left. \begin{aligned} x_a &= \frac{P_T}{\sqrt{S}} \left( \operatorname{ctg} \frac{\theta_r}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\theta_c}{2} \right), \\ x_b &= \frac{P_T}{\sqrt{S}} \left( \operatorname{tg} \frac{\theta_r}{2} + \operatorname{tg} \frac{\theta_c}{2} \right), \\ s &= x_a x_b S = P_T^2 \left( 2 + \operatorname{tg} \frac{\theta_c}{2} \operatorname{ctg} \frac{\theta_r}{2} + \operatorname{tg} \frac{\theta_r}{2} \operatorname{ctg} \frac{\theta_c}{2} \right), \\ \hat{t} &= -P_T^2 \left( 1 + \operatorname{tg} \frac{\theta_c}{2} \operatorname{ctg} \frac{\theta_r}{2} \right), \\ \hat{u} &= -P_T^2 \left( 1 + \operatorname{tg} \frac{\theta_r}{2} \operatorname{ctg} \frac{\theta_c}{2} \right), \\ S &\equiv -(P_1 + P_2)^2 = 4E^2 \end{aligned} \right\} \quad (5a)$$

于是可得

$$\frac{\Delta_{pp-pp}^{\gamma\gamma}}{dP_T d\cos\theta_r d\cos\theta_c} = \frac{8\pi}{9} \alpha \alpha_s \frac{J}{\hat{s}^2} \left( \frac{\hat{t}}{\hat{u}} + \frac{\hat{u}}{\hat{t}} \right) \cdot \left[ \frac{4}{9} u_V(x_a, Q^2) u_V(x_b, Q^2) + \frac{1}{9} d_V(x_a, Q^2) \cdot d_V(x_b, Q^2) \right] \quad (6a)$$

式中

$$J = \frac{dx_a dx_b d\hat{t}}{d\rho_T d\cos\theta_r d\cos\theta_c} = \frac{2P_T^3}{S \sin^2 \theta_c \sin^2 \theta_r} \left( \operatorname{ctg} \frac{\theta_r}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\theta_c}{2} \right) \left( \operatorname{tg} \frac{\theta_r}{2} + \operatorname{tg} \frac{\theta_c}{2} \right) \quad (5b)$$

是坐标变换的 Jacobian。 $Q$  是子过程中的转移动量，通常取

$$Q^2 = \frac{2\hat{t}\hat{u}}{\hat{s} + \hat{t}^2 + \hat{u}^2}$$

利用关系式

$$E, \frac{d^3\sigma}{dP_T^3} = \int d\theta_c \frac{\sin^2 \theta_r \sin \theta_c}{2\pi P_T} \left( \frac{d^3\sigma}{dP_T d\cos\theta_r d\cos\theta_c} \right),$$

还可求得

$$\begin{aligned} \Delta'_1(\theta_r, P_T) &\equiv E_r \frac{d^3\sigma}{dP_r^3} (\bar{p}\bar{p} \rightarrow \gamma + x) - E_r \frac{d^3\sigma}{dP_r^3} (pp \rightarrow \gamma + x) \\ &+ \frac{8\alpha}{9} \int d\theta_c \frac{\alpha_s(Q^2)}{x_a^2 x_b^2 S^2 \sin \theta_c} \left( \frac{\hat{i}}{\hat{u}} + \frac{\hat{u}}{\hat{i}} \right) \cdot \left[ \frac{4}{9} x_a u_V(x_a) x_b u_V(x_b) + \frac{1}{9} x_a d_V(x_a) x_b d_V(x_b) \right] \end{aligned} \quad (6b)$$

其中  $\theta_c$  的积分区间可由条件 (6c) 确定。

$$\begin{cases} 0 < x_a, x_b < 1 \\ Q^2 > Q_0^2 \end{cases} \quad (6c)$$

又据选图规则, 对  $\Delta_{\bar{p}\bar{p}-pp}^{\gamma\gamma}$  有贡献的子过程为  $q_V \bar{q}_V \rightarrow 2\gamma$  (见图 4).

其子过程截面

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}} (q\bar{q} \rightarrow 2\gamma) = \frac{2}{3} \pi \alpha^2 e_q^2 \frac{1}{\hat{s}^2} \left( \frac{\hat{i}}{\hat{u}} + \frac{\hat{u}}{\hat{i}} \right) \quad (7)$$

因而有

$$\begin{aligned} \frac{\Delta_{\bar{p}\bar{p}-pp}^{\gamma\gamma}}{P_T d \cos \theta_r d \cos \theta_{r'}} &= \frac{2\pi}{3} \alpha^2 \frac{J}{\hat{s}^2} \left( \frac{\hat{i}}{\hat{u}} + \frac{\hat{u}}{\hat{i}} \right) \\ &\cdot \left[ \frac{16}{81} u_V(x_a, Q^2) u_V(x_b, Q^2) + \frac{1}{81} d_V(x_a, Q^2) d_V(x_b, Q^2) \right] \end{aligned} \quad (8)$$

将(5)式中  $\theta_c$  换成  $\theta_{r'}$ , 对(8)式也适用。

利用 (6a) 式与(8)式可得:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha(Q^2)}{\alpha} &= \frac{3}{4} \left\{ \left[ \frac{16}{81} u_V(x_a, Q^2) u_V(x_b, Q^2) + \frac{1}{81} d_V(x_a, Q^2) d_V(x_b, Q^2) \right] \right. \\ &\left. / \left[ \frac{4}{9} u_V(x_a, Q^2) u_V(x_b, Q^2) + \frac{1}{9} d_V(x_a, Q^2) d_V(x_b, Q^2) \right] \right\} \\ &\times \left[ \frac{\Delta_{\bar{p}\bar{p}-pp}^{\gamma\gamma}}{dP_T d \cos \theta_r d \cos \theta_c} / \frac{\Delta_{\bar{p}\bar{p}-pp}^{\gamma\gamma}}{dP_T d \cos \theta_r d \cos \theta_{r'}} \right] \end{aligned} \quad (9)$$

式(9)表明, 通过测量以上截面差之比, 可间接求出  $\alpha_s/\alpha$  来。

显然, 使用这种方法可以提高精度。其原因如下: 首先, 它在不必区分夸克喷注和胶子喷注的前提下, 消去了除  $q_V + \bar{q}_V \rightarrow g + \gamma$  之外的一切子过程以及与之相关的胶子和海夸克分布函数等唯象因素的影响, 从而使得反应过程单纯了。其次, 唯一能影响(9)式的唯象因素——质子的价夸克分布, 已在各种深度非弹性散射实验中得到比较精确的测定<sup>[5,6]</sup>。此外, 还应当指出, 用这种方法测出的  $\alpha_s$  对  $u_V$  和  $d_V$  的变化并不敏感。因为利用从实验中测到的  $\Delta_1/\Delta_2$  值, 通过(9)式去推算  $\alpha_s/\alpha$ , 只应与  $u_V$  和  $d_V$  的客观分布有关, 而实际上所代入的却是对分布函数的某种唯象描述, 记作  $u'_V$  和  $d'_V$ , 把(9)式中的  $u_V$ 、 $d_V$ 换成  $u'_V$ 、 $d'_V$  后, 再与(9)式联立可得

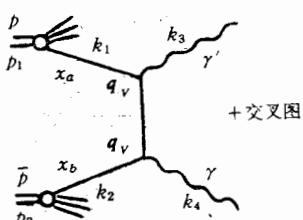


图 4

$$\alpha'_s/\alpha_s = \alpha_s/\alpha(A'/A)$$

其中

$$A = \left\{ \begin{array}{l} \frac{16}{81} + \frac{1}{81} \frac{d_V(x_a)}{u_V(x_a)} \cdot \frac{d_V(x_b)}{u_V(x_b)} \\ \frac{4}{9} + \frac{1}{9} \frac{d_V(x_a)}{u_V(x_a)} \cdot \frac{d_V(x_b)}{u_V(x_b)} \end{array} \right\} \quad (10)$$

把  $A$  中的  $u_V, d_V$  换成  $u'_V, d'_V$  即为  $A'$ 。也就是说，用(9)式通过  $u'_V$  和  $d'_V$  算出的  $\alpha'_s$  与强耦合系数的真值  $\alpha_s$  之间差一个比例因子  $A'/A$ 。其中  $A'$  对  $A$  的偏离可能是所预言的强耦合系数误差的重要来源。普遍认为，质子的价夸克分布应当满足下面的求和规则<sup>[7]</sup>：

$$\int_0^1 u_V(x) dx = 2 \int_0^1 d_V(x) dx \quad (11a)$$

而它的任何一种参数式都应当满足

$$0 < \frac{d'_V(x)}{u'_V(x)} < 1 \quad (11b)$$

由(11.b)得  $0.378 < A' < 0.444$ 。如果把(11a)简单地取作  $u_V/d_V = 2$ <sup>[6]</sup>，有  $A = 0.425$ ，则  $-4.5\% < \frac{A' - A}{A} < 11\%$  这说明只要排除了海夸克分布函数的影响，即使  $u'_V$  和  $d'_V$  不很精确，也只会给结果带来很小的影响。

方法 2. 测定  $\frac{\Delta_{K^-p-K^+p}^{c\gamma}}{dx_a dx_b d\hat{t}}$  与  $\frac{\Delta_{K^-p-K^+p}^{\gamma\gamma}}{dx_a dx_b d\hat{t}}$  之比。

$$\frac{\Delta_{K^-p-K^+p}^{c\gamma}}{dx_a dx_b d\hat{t}} \equiv \frac{d\sigma(K^-p \rightarrow Jet + \gamma + X)}{dx_a dx_b d\hat{t}} - \frac{d\sigma(K^+p \rightarrow Jet + \gamma + X)}{dx_a dx_b d\hat{t}} \quad (12)$$

其中

$$\frac{\Delta_{K^-p-K^+p}^{\gamma\gamma}}{dx_a dx_b d\hat{t}} \equiv \frac{d\sigma(K^-p \rightarrow 2\gamma + X)}{dx_a dx_b d\hat{t}} - \frac{d\sigma(K^+p \rightarrow 2\gamma + X)}{dx_a dx_b d\hat{t}} \quad (13)$$

由选图规则知，对  $\Delta_{K^-p-K^+p}^{c\gamma}$  和  $\Delta_{K^-p-K^+p}^{\gamma\gamma}$  有贡献的子过程分别为： $u_V + \bar{u}_V \rightarrow \gamma + g$  和  $u_V + \bar{u}_V \rightarrow 2\gamma$ ，它们的 Feynman 图和截面以及各种运动学变量的表达式都与方法 1 相仿，只不过其中的  $q_V \equiv u_V$ ,  $\bar{q}_V \equiv \bar{u}_V$ ，由此可得<sup>8)</sup>

$$\frac{\Delta_{K^-p-K^+p}^{c\gamma}}{dP_T d \cos \theta_\gamma d \cos \theta_c} = \frac{8\pi}{9} \alpha \alpha_s \frac{J}{\hat{s}^2} \left( \frac{\hat{t}}{\hat{u}} + \frac{\hat{u}}{\hat{t}} \right) \cdot \left[ \frac{4}{9} G_K^{uv}(x_a) u_V(x_b) \right] \quad (14)$$

$$\frac{\Delta_{K^-p-K^+p}^{\gamma\gamma}}{dP_T d \cos \theta_\gamma d \cos \theta_{\gamma'}} = \frac{2\pi}{3} \alpha^2 \frac{J}{\hat{s}^2} \left( \frac{\hat{t}}{\hat{u}} + \frac{\hat{u}}{\hat{t}} \right) \cdot \left[ \frac{16}{81} G_K^{uv}(x_a) u_V(x_b) \right] \quad (15)$$

其中  $G_K^{uv}(x)$  为 K 介子中的  $u$  价夸克分布函数，因而有

$$\alpha_s/\alpha = \frac{1}{3} \left( \frac{\Delta_{K^-p-K^+p}^{c\gamma}}{dP_T d \cos \theta_\gamma d \cos \theta_c} / \frac{\Delta_{K^-p-K^+p}^{\gamma\gamma}}{dP_T d \cos \theta_\gamma d \cos \theta_{\gamma'}} \right) \quad (16)$$

显然,用方法 2 测出的  $\alpha_s$ , 与子过程截面角分布无关,也不受任何分布函数的影响.

### 方法 3. 测定

$$\frac{\Delta_{pp-pp}^{2Jet}}{dx_a dx_b d\hat{t}} = \frac{d\sigma(pp \rightarrow 2Jet + X)}{dx_a dx_b d\hat{t}} - \frac{d\sigma(pp \rightarrow 2Jet + X)}{dx_a dx_b d\hat{t}} \quad (17)$$

由选图规则不难判断,下列子过程:  $q\bar{q} \rightarrow gg$ ,  $q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$ ,  $q\bar{q} \rightarrow \bar{q}\bar{q}$ ,  $q\bar{q} \rightarrow q'\bar{q}'$ ,  $q\bar{q} \rightarrow \bar{q}'\bar{q}'$  对  $\Delta_{pp-pp}^{2Jet}$  的贡献为正,而子过程  $qq \rightarrow qq$  的贡献为负. 如果认为在 ISR 能量下有四种夸克 ( $u, d, s, c$ ) 参加相互作用,则  $q'$  (或  $\bar{q}'$ ) 的味道数为 3. 则有

$$\begin{aligned} 1a) \quad & \frac{\Delta_{pp-pp}^{2Jet}}{dP_T d \cos \theta_1 d \cos \theta_2} = J \times [u_V(x_a)u_V(x_b) + d_V(x_a)d_V(x_b)] \\ & \times \left[ \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(q\bar{q} \rightarrow gg) + \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}) + \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(q\bar{q} \rightarrow \bar{q}\bar{q}) \right. \\ 1b) \quad & \left. + 3 \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(q\bar{q} \rightarrow q'\bar{q}') + 3 \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(q\bar{q} \rightarrow \bar{q}'\bar{q}') - \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(qq \rightarrow qq) \right] \quad (18) \end{aligned}$$

其中  $P_T$  为任意一个大角度高能 Jet 的横向动量,  $\theta_1$  和  $\theta_2$  分别是总过程质心系中两个大  $P_T$  喷注的轴与束流正方向的夹角,其它变量的定义同方法 1.

(18) 式中各种子过程截面的树图结果已算出<sup>[4]</sup>, 在忽略夸克质量的情况下, 它们分别等于:

$$\begin{aligned} (12) \quad & \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(q\bar{q} \rightarrow gg) = \frac{\pi \alpha_s^2}{\hat{s}^2} \left( \frac{32}{27} \frac{\hat{u}^2 + \hat{t}^2}{\hat{u}\hat{t}} - \frac{8}{3} \frac{\hat{u}^2 + \hat{t}^2}{\hat{s}^2} \right) \\ & \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}) = \frac{\pi \alpha_s^2}{\hat{s}^2} \left[ \frac{4}{9} \left( \frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{t}^2} + \frac{\hat{t}^2 + \hat{u}^2}{\hat{s}^2} \right) - \frac{8}{27} \frac{\hat{u}^2}{\hat{s}\hat{t}} \right] \\ & \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(q\bar{q} \rightarrow \bar{q}\bar{q}) = \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{u}}(q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}) \quad \left. \right\} \quad (19) \end{aligned}$$

$$(13) \quad \begin{aligned} & \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(q\bar{q} \rightarrow q'\bar{q}') = \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(q\bar{q} \rightarrow \bar{q}'\bar{q}') = \frac{4\pi \alpha_s^2}{9\hat{s}^2} \frac{\hat{t}^2 + \hat{u}^2}{\hat{s}^2} \\ & \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(qq \rightarrow qq) = \frac{\pi \alpha_s^2}{\hat{s}^2} \left[ \frac{4}{9} \left( \frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{t}^2} + \frac{\hat{s}^2 + \hat{t}^2}{\hat{u}^2} \right) - \frac{8}{27} \frac{\hat{s}^2}{\hat{u}\hat{t}} \right] \end{aligned}$$

把(19)式代入(18)式,就得到

$$(14) \quad \begin{aligned} & \frac{\Delta_{pp-pp}^{2Jet}}{dP_T d \cos \theta_1 d \cos \theta_2} = \frac{2\pi \alpha_s^2 P_T^3 \left( \operatorname{ctg} \frac{\theta_1}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\theta_2}{2} \right) \left( \operatorname{tg} \frac{\theta_1}{2} + \operatorname{tg} \frac{\theta_2}{2} \right)}{\sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 x_a^2 x_b^2 S^3} \\ & \times \left[ \frac{40}{27} \frac{\hat{u}^2 + \hat{t}^2}{\hat{u}\hat{t}} + \frac{8}{27} \left( \frac{\hat{s}^2}{\hat{u}\hat{t}} - 1 \right) + \frac{8}{9} \frac{\hat{u}^2 + \hat{t}^2}{\hat{s}^2} \right] \\ (15) \quad & \times [u_V(x_a)u_V(x_b) + d_V(x_a)d_V(x_b)] \quad (20) \end{aligned}$$

当实验上不能对两个末态喷注加以区分时,利用关系式  $P_T = E_1 \sin \theta_1$ , 可将上式化成

$$(16) \quad \begin{aligned} \Delta_3 & \equiv E_1 \frac{d^3 \sigma}{dP_T^3} (pp \rightarrow Jet + X) - E_1 \frac{d^3 \sigma}{dP_T^3} (pp \rightarrow Jet + X) \\ & = 2\alpha_s^2 \int d\theta_2 \left\{ \frac{1}{x_a^2 x_b^2 S^2 \sin \theta_2} \left[ \frac{40}{27} \frac{\hat{u}^2 + \hat{t}^2}{\hat{u}\hat{t}} + \frac{8}{27} \left( \frac{\hat{s}^2}{\hat{u}\hat{t}} - 1 \right) + \frac{8}{9} \frac{\hat{u}^2 + \hat{t}^2}{\hat{s}^2} \right] \right. \end{aligned}$$

$$\times [x_a u_V(x_c) x_b u_V(x_b) + x_a d_V(x_a) x_b d_V(x_b)] \} \quad (21)$$

其中  $\theta_2$  的积分上下限也可由条件 (6c) 确定。

#### 四、数值计算与讨论

本文在 ISR 能量  $\sqrt{s} = 63\text{GeV}$  和  $45\text{GeV}$  下, 分别对  $\Delta'_1(\theta_1 = 90^\circ, P_T)$  和  $\Delta_3(\theta_1 = 90^\circ, P_T)$  作了数值计算。其结果分别示于图 5(a) 和 (b) 中。(a) 中还分别标出了由

$$E_\gamma \frac{d^3\sigma}{dP_\gamma^3} (\bar{p}p \rightarrow \gamma + X) \text{ 和 } E_\gamma \frac{d^3\sigma}{dP_\gamma^3} (pp \rightarrow \gamma + X)$$

的计算结果绘出的曲线以及  $pp \rightarrow \gamma + X$  过程的不变截面实验数据<sup>[10]</sup>, 以便与  $\Delta'_1$  相比较。结果表明,  $\Delta'_1$  只比  $E_\gamma \frac{d^3\sigma}{dP_\gamma^3} (\bar{p}p \rightarrow \gamma + X)$  小了 1—2 倍。这说明由截面差所得的结果与由截面所得的结果具有相同数量级, 而截面差却收到了“提纯”反应过程的明显效果。

计算中选用了文献[5]的质子中介夸克分布函数的参数化形式。关于  $u$ 、 $d$  两种介夸克分布函数之间的关系, 按照文献[5]、[6]简单地取作  $u_V = 2d_V$ 。又取  $\Lambda = 0.6\text{ GeV}/c$ ,  $Q_0^2 = 5\text{GeV}^2$ 。

表 1  $\sqrt{s} = 63\text{GeV}, \Delta_3(\theta_1 = 90^\circ, P_T)$  的理论值与  $E \frac{d\sigma}{dP^3}$  的实验值比较

$P_T(\text{GeV}/c)$	$E \frac{d\sigma}{dP^3}(pp \rightarrow Jet + X)(nb\text{GeV}^{-2}c^3)$	$\Delta_3(\theta_1 = 90^\circ, P_T)(nb\text{GeV}^{-2}c^3)$			
		$\alpha_s = 0.2$	$\alpha_s = 0.3$	$\alpha_s = 0.4$	$\alpha_s = 0.5$
6.66	$(7.02 \pm 2.35) \times 10^1$	$2.27 \times 10^0$	$5.12 \times 10^0$	$9.10 \times 10^0$	$1.42 \times 10^1$
7.96	$(1.07 \pm 0.45) \times 10^1$	$7.68 \times 10^{-1}$	$1.73 \times 10^0$	$3.07 \times 10^0$	$4.80 \times 10^0$
9.16	$(3.61 \pm 0.69) \times 10^0$	$2.99 \times 10^{-1}$	$6.73 \times 10^{-1}$	$1.20 \times 10^0$	$1.87 \times 10^0$
10.46	$(8.84 \pm 1.80) \times 10^{-1}$	$1.12 \times 10^{-1}$	$2.52 \times 10^{-1}$	$4.48 \times 10^1$	$7.00 \times 10^{-1}$
11.46	$(2.42 \pm 0.47) \times 10^{-1}$	$5.35 \times 10^{-2}$	$1.20 \times 10^{-1}$	$2.14 \times 10^{-1}$	$3.34 \times 10^{-1}$
12.85	$(9.00 \pm 1.33) \times 10^{-2}$	$1.93 \times 10^{-2}$	$4.35 \times 10^{-2}$	$7.73 \times 10^{-2}$	$1.21 \times 10^{-1}$

值得注意的是, 目前在 ISR 能量下, 已经有了  $E_1 \frac{d^3\sigma}{dP_1^3}(pp \rightarrow Jet + X)$  的实验数据<sup>[8]</sup> (在表 1, 2 中已列出, 并与  $\Delta_3$  的计算作了对照), 也积累了很多  $p\bar{p}$  碰撞生成各种强子的不变截面资料<sup>[9]</sup>。如果将这些强子截面的原始资料经过整理能够给出

$$E_1 \frac{d^3\sigma}{dP_1^3} (\bar{p}p \rightarrow Jet + X)$$

的实验结果。于是, 也就得到了  $\Delta_3$ , 并可以从中定出强子碰撞过程的  $\alpha_s$ 。另外, 如果实验上能对  $p\bar{p} \rightarrow \gamma + X$ ,  $p\bar{p} \rightarrow 2\gamma$ ,  $pp \rightarrow 2\gamma$  等过程的截面进行测量, 并把它们与目前已经

得至  
定。

表2  $\sqrt{S} = 45 \text{ GeV}$ ,  $\Delta_3(\theta_1 = 90^\circ, P_T)$  的理论值与  $E \frac{d\sigma}{dP_T^3}$  的实验值比较

$P_T(\text{GeV}/c)$	$E \frac{d\sigma}{dP_T^3}(\text{pp} \rightarrow \text{Jet} + X)(nb \text{GeV}^{-2}c^3)$	$\Delta_3(\theta_1 = 90^\circ, P_T)(nb \text{GeV}^{-2}c^3)$			
		$\alpha_s = 0.2$	$\alpha_s = 0.3$	$\alpha_s = 0.4$	$\alpha_s = 0.5$
6.4	$(3.04 \pm 1.45) \times 10^1$	$1.55 \times 10^0$	$3.50 \times 10^0$	$6.22 \times 10^0$	$9.71 \times 10^0$
7.6	$(3.86 \pm 0.85) \times 10^0$	$4.43 \times 10^{-1}$	$9.97 \times 10^{-1}$	$1.77 \times 10^0$	$2.77 \times 10^0$
8.7	$(7.62 \pm 2.58) \times 10^{-1}$	$1.45 \times 10^{-1}$	$3.25 \times 10^{-1}$	$5.78 \times 10^{-1}$	$9.03 \times 10^{-1}$
9.4	$(3.90 \pm 1.17) \times 10^{-1}$	$7.11 \times 10^{-2}$	$1.60 \times 10^{-1}$	$2.84 \times 10^{-1}$	$4.44 \times 10^{-1}$
11.0	$(4.68 \pm 2.47) \times 10^{-2}$	$1.37 \times 10^{-2}$	$3.09 \times 10^{-2}$	$5.50 \times 10^{-2}$	$8.58 \times 10^{-2}$

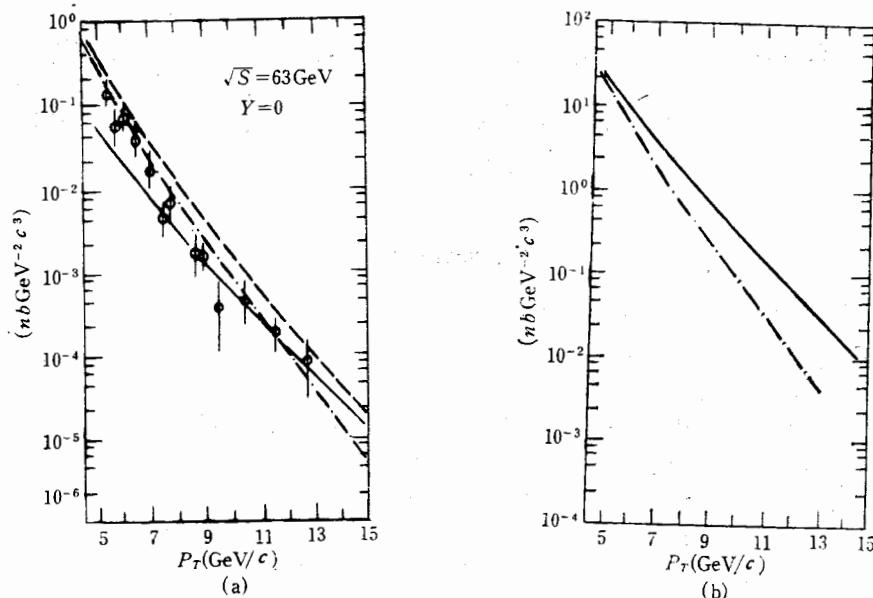


图 5

(a) 虚线表示:  $E \frac{d^3\sigma}{dP_T^3}(\text{pp} \rightarrow r + X)$  点划线表示:  $E \frac{d^3\sigma}{dP_T^3}(\text{pp} \rightarrow r + X)$ 实线表示:  $\Delta_3(\theta_1 = 90^\circ, P_T)$ (b)  $\alpha_s = 0.3$  时,  $\Delta_3(\theta_1 = 90^\circ, P_T)$  的曲线——  $\sqrt{S} = 63 \text{ GeV}$ , -·-  $\sqrt{S} = 45 \text{ GeV}$ 

得到的  $\text{pp} \rightarrow r + X$  的实验数据<sup>[10]</sup> 结合起来, 将会对强子碰撞过程的  $\alpha_s$  做出更精确的测定。

作者感谢高能所杜东生教授的有益讨论!

## 参考文献

- [1] A. ALI, *Phys. Lett.*, **110B** (1982), 67.
- [2] Kwang Sup Soh, Pong Youl Pac, H. W. Lee, and J. B. Choi, *Phys. Rev.*, **D18** (1978), 751.
- [3] M. FONTANNAZ, A. MANTRACH, B. PIRE and D. SCHIFF, *Phys. Lett.*, **89B** (1980), 263; M. Anselmino and E. Leader, *Z. Phys.*, **C18** (1983), 307; 孔繁梅、罗马、刘浩然, «高能物理与核物理» (待发表)。
- [4] D. I. Sivers et al., *Phys. Rep.*, **23** (1976), 1.
- [5] J. G. H. de Groot et al., *Phys. Lett.*, **82B** (1979), 456.
- [6] H. Abramowicz et al., Preprint CERN-EP/82-210.
- [7] A. J. Buras and K. J. P. Gaemers, *Nucl. Phys.*, **B132** (1978), 249.
- [8] T. Akson et al., *Phys. Lett.*, **123B** (1983), 133.
- [9] T. Akson et al., Preprint CERN-EP/83-75; UA5 Collaboration, *Physica Scripta* **23** (1981), 642.
- [10] J. Lefrancois, High Energy Physics-1980 (XX International conference, Madison, Wisconsin) 1319.

A CLEAR TEST OF  $\alpha_s$  IN QCD AT ISR ENERGIES

LUO MA KONG FAN-MEI LIU HAO-RAN

(Nankai University)

## ABSTRACT

We calculate the cross-section differences:

- (a)  $d\sigma(p\bar{p} \rightarrow Jet + \gamma + X) - d\sigma(pp \rightarrow Jet + \gamma + X)$
- (b)  $d\sigma(p\bar{p} \rightarrow 2\gamma + X) - d\sigma(pp \rightarrow 2\gamma + X)$
- (c)  $d\sigma(K^- p \rightarrow Jet + \gamma + X) - d\sigma(K^+ p \rightarrow Jet + \gamma + X)$
- (d)  $d\sigma(K^- p \rightarrow 2\gamma + X) - d\sigma(K^+ p \rightarrow 2\gamma + X)$
- e)  $d\sigma(p\bar{p} \rightarrow 2Jet + X) - d\sigma(pp \rightarrow 2Jet + X)$ ,

and find that they are not affected by gluon and sea-quark distribution functions and various fragmentation functions. Comparing these results with the corresponding experimental data, one can accurately determine the ratio  $\alpha_s/\alpha$  under the present experimental conditions.

缺是给的称实缺性也围

 $I_\alpha$