

正负电子对撞机平均亮度与 正电子产生能量

谢家麟

(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

本文从正电子产生能量的角度研究了如何优化正负电子对撞机的平均亮度的问题。文中指出：当注入能量低于储存环最高工作能量时，在固定的直线加速器总能量下，存在着能给出最大平均亮度的正电子产生能量。讨论了两种典型情况：一是理想的，储存环中无单束不稳定性；一是较现实的，存在快头尾不稳定性。分析的结果说明：注入时间对正电子产生能量存在最小值，但此值并不相应于现实情况的最大平均亮度。对北京正负电子对撞机 (BEPC) 而言，相应于最大平均亮度的正电子产生能量是在注入器总能量的 1/10 附近。

一、引 言

在正负电子对撞机中，以直线加速器作全能量注入，运行可靠，平均亮度最高。但是，直线加速器造价昂贵，一般使用注入能量低于储存环最高工作能量，在环中再行加速。在这种投资限制直线加速器总能量的情况下，应该在什么能量产生正电子以使对撞机平均亮度较高？这是一个有待回答的问题，国际上正电子产生能量与注入器总能量之比 TRISTAN AR 是 7%^[1]，D. C. I. 是 45%^[2]。本文试图探讨如何选择合理的比值。

二、背景材料^[3-5]

根据基本定义，在一般简化情况下亮度的表现式为：

$$\hat{L} = \frac{I^2}{4\pi f e^2 \epsilon_x \beta_y^*} \quad (1)$$

式中假设每束只有一个束团，且正、负电子束流 I 相等， f 为束流回旋频率， ϵ_x 为束流水平发射度， β_y^* 为在对撞点的垂直 β 函数，束流受下式给出的最大允许束-束频移所限制：

$$\Delta Q_{x,y} = \frac{\gamma_c}{2\pi f e} \frac{I}{\gamma \epsilon_x} \leq \text{const} \quad (2)$$

代入(1)式，可得：

$$\hat{L} = \frac{\pi f}{r_c^2} (\Delta Q)^2 \epsilon_x r^2 \frac{1}{\beta_y^*} \quad (3)$$

式中 r_c 为经典电子半径, $r = E/m_0 c^2$.

上面式(2)和式(3)说明: 若发射度维持常数, 不随能量而变化, 则电流随 r 变化, 亮度随 r^2 变化. 由于存在各种束流损失的机制, 束流 I 近似地按下规律衰减:

$$I(t) = I_0 e^{-t/T_0} \quad (4)$$

式中 T_0 为总束流寿命. 代(4)入(1):

$$\hat{L}(t) = \frac{I_0^2}{4\pi f e^2 \epsilon_x \beta_y^*} e^{-2t/T_0} = \hat{L}_0 e^{-2t/T_0} \quad (5)$$

积分可得平均亮度:

$$\bar{L} = \hat{L}_0 \left(\frac{\tau_c}{\tau_i + \tau_c} \right) \left(\frac{1 - e^{-2\tau_c}}{2\tau_c} \right) \quad (6)$$

式中 $\tau_c = T_c/T_0$, $\tau_i = T_i/T_0$; T_c , T_i 分别为碰撞时间和注入时间, \hat{L}_0 为对撞开始时的峰值亮度.

由(6)式可得当

$$e^{-2\tau_c} = \frac{1}{1 + 2(\tau_i + \tau_c)} \quad (7)$$

时, 平均亮度有最大值:

$$\bar{L}_{\max} = \hat{L}_0 e^{-2\tau_c} \quad (8)$$

另一方面, 可以调整耦合或发射度以维持束-束频移最佳, 这时相应于(1)(5)两式有:

$$\hat{L} = \frac{I r \Delta Q}{2 r_c e \beta_y^*} \quad (9)$$

$$\hat{L}(t) = \frac{I_0 r \Delta Q}{2 r_c e \beta_y^*} e^{-t/T_0} \quad (10)$$

而(6)(7)(8)式成为:

$$\bar{L} = \hat{L}_0 \left(\frac{\tau_c}{\tau_i + \tau_c} \right) \left(\frac{1 - e^{-\tau_c}}{\tau_c} \right) \quad (11)$$

$$e^{-\tau_c} = \frac{1}{1 + (\tau_i + \tau_c)} \quad (12)$$

$$\bar{L}_{\max} = \hat{L}_0 e^{-\tau_c} \quad (13)$$

在上面各式中, 以后我们将采用足标 f, e 代表固定发射度, 即发射度不随能量变化; f, ϵ 代表固定频移, 即对不同电流调节 ϵ_x 以保持束-束频移不变.

三、束流强度不受单束不稳定性限制情况下平均亮度的优化

假设不存在单束不稳定性限制储存环的束流, 试问在注入器总能量(或总投资)固定的情况下, 什么是相应于最大 \bar{L}_{\max} 的最佳正电子产生能量?

当对撞机对撞能量 $E_{\text{opt}} >$ 注入能量 E_i 时, 注入时间 T_i 由下式给出:

$$T_i = T_+ + T_- + T_r = \frac{N_b}{Y(E)E_+n_-\eta_+} T_x + \frac{N_b}{n_-\eta_-} T_x + T_r \quad (14)$$

式中 T_+ , T_- 分别为正、负电子注入时间, T_r 为磁铁标准化、切换及加速时间. $Y(E)$ 为每打靶电子每 GeV 能量产生并被俘获加速的正电子数, N_b 为每束粒子数, n_- 为每直线加速器脉冲的电子数, η_{\pm} 为储存环对正、负电子的俘获效率, E_+ 为正电子产生能量. T_x 为束流横向阻尼时间, 由下式给出:

$$T_x = \frac{4\pi R\rho}{C_r C E_i^3} = \frac{K}{E_i^3(\text{GeV})} \quad (15)$$

对一具体装置而言, $Y(E)$ 与靶、聚焦、群聚和几何安排有关, 但理论分析和实验结果说明它基本是一不变的常数. Chehab 等^[2]给出用 1GeV 束流的实验测量结果是 $3.3 \times 10^{-2} e^+/e^- \cdot \text{GeV}$, 而 James 等^[6]的理论计算结果是 $2.7 \times 10^{-2} e^+/e^- \cdot \text{GeV}$ (1GeV 束), $3.9 \times 10^{-2} e^+/e^- \cdot \text{GeV}$ (80MeV 束). BEPC 初步设计中给出的计算值为 $3.1 \times 10^{-2} e^+/e^- \cdot \text{GeV}$ (370MeV 束). STANGE^[12] 的实验结果是 $2.7 \times 10^{-2} e^+/e^- \cdot \text{GeV}$ (300MeV 束). 在下面分析中, 我们将近似地认为它是一常数.

(14)式可写做:

$$T_i \simeq \frac{1}{Y E_+} \frac{N_b T_x}{n_-\eta_+} + T_r \quad (16)$$

因为一般 $1/YE_+ \gg 1/(\eta_-/\eta_+)$. 将(15)式代入并注意 E_i (注入器总能量) = $E_+ + E_e$, 得

$$\tau_i \simeq \frac{N_b K}{T_0 Y n_-\eta_+ E_i^3} \frac{1}{(E_+/E_i)(1 - E_+/E_i)^3} + \tau_r \quad (17)$$

对 E_+ 微分并令等于零, 得当

$$E_+ = \frac{1}{4} E_i \quad (18)$$

时, τ_i 有下式给出的最小值:

$$\frac{(\tau_i)_{\min} - T_r}{N_b K / T_0 n_-\eta_+ Y E_i^4} = \frac{4^4}{3^3} \quad (19)$$

τ_i 随 E_+/E_i 的变化如图 1(a) 所示.

根据(17)式给出的 τ_i , 可由(7)式解出 τ_c , 并用下式计算平均亮度:

$$\bar{L}_{\max}/\hat{L}_0 = e^{-2\tau_c} \left(\frac{E_{\text{opt}}}{E_0} \right)^2 \quad (20)$$

此处 \hat{L}_0 为对撞机设计能量 E_0 下的设计峰值亮度, E_{opt} 为实际对撞能量.

以上结果假设了无单束不稳定性存在, 这是极端理想的情况. 实际上, 储存环能够储存的电流依赖于注入能量. 这个更现实的情况将在下节进行分析.

四、当储存环束流受快头尾不稳定性所限时平均亮度的优化

当注入能量较低时, 储存环能储存的电流一般受快头尾不稳定性的限制. 但阈值难以由理论计算准确地给出, 因此, 下面我们将按照 SPEAR 对撞机的实验结果, 根据无标

度性关系加以估算。知快头尾不稳定性阈值表现式可写为^[10]:

$$I_{th} \sim \frac{E_i Q_s}{\beta_1 R_1 + \beta_2 R_2} \quad (21)$$

式中 Q_s 为相振荡频率, $\beta_{1,2}$ 分别为高频腔处的平均 β 值和整体平均垂直 β 值, $R_{1,2}$ 分别为高频腔和真空盒的横向阻抗。

与 SPEAR 类似机器的电流阈值可以写做:

$$I_{th} = \left(\frac{E_i Q_s}{\beta_1 R_1 + \beta_2 R_2} \right) \times \left(\frac{\beta_1 R_1 + \beta_2 R_2}{E_i Q_s} \right)_{\text{SPEAR}} \times I_{th(\text{SPEAR})}$$

或

$$I_{th} = k E_i \quad (22)$$

因此,注入时间表达式(17)可写为:

$$\tau_i = \frac{N_b K}{T_0 n - \eta + Y E_i^2} \frac{k}{I_0} \frac{1}{x(1-x)^2} + \tau_r \quad (23)$$

式中 $x = E_+/E_i$.

由 $\partial \tau_i / \partial x = 0$, 可得在快头尾不稳定性限制下最短注入时间的条件是:

$$E_+ = \frac{1}{3} E_i \quad (24)$$

而

$$\frac{(\tau_i)_{\min} - \tau_r}{\frac{k}{I_0} \left(\frac{N_b K}{T_0 n - \eta + Y E_i^2} \right)} = \frac{3^3}{2^2} \quad (25)$$

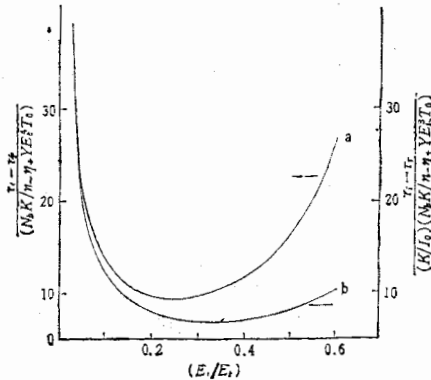


图1 注入时间随 E_+/E_i 的变化 a 无单束不稳定性 b 快头尾不稳定性

图1b 给出这种情况的 τ_i 随 E_+/E_i 的变化。

此时,峰值亮度依赖于注入能量,如下式所示:

$$\hat{L}_{f,c} = \hat{L}_0 (k E_i / I_0)^2 \quad (26)$$

$$\hat{L}_{f,t} = \hat{L}_0 (k E_i / I_0) (E_{\text{opt}} / E_0) \quad (27)$$

应该指出,取得上面的结果,在(26)式中假设了使用扭摆磁铁来保持发射度不变;在(27)式中假设了调整聚焦结构来保持束一束频移不变。将上两式代入式(6)(11),可分别得出固定发射度和固定频移的最大平均亮度的表现式:

$$\bar{L}_{f,c} = \hat{L}_0 \left(\frac{k E_i}{I_0} \right)^2 (1-x)^2 \left(\frac{\tau_c}{\tau_i + \tau_c} \right) \left(\frac{1 - e^{-2\tau_c}}{2\tau_c} \right) \quad (28)$$

$$\bar{L}_{f,t} = \hat{L}_0 \left(\frac{E_{\text{opt}}}{E_0} \right) \left(\frac{k}{I_0} \right) E_i (1-x) \left(\frac{\tau_c}{\tau_i + \tau_c} \right) \left(\frac{1 - e^{-\tau_c}}{\tau_c} \right) \quad (29)$$

给出对撞机参数后,可以计算出相应于特定 x 值的 τ_i 。然后以不同的 τ_c 值为参量即可求得做为 x 函数的最大平均亮度。

五、数值计算

以 BEPC 设计参数为例^[8],取:

$$T_0 = 6.7\text{hrs}$$

$$T_r = 24\text{min}$$

$$\tau_r = 0.06$$

$$K = 0.187(\text{sec} - \text{GeV}^3)$$

$$N_b = 3.3 \times 10^{11} \times E_{\text{opt}}^{(\text{GeV})}/2.8$$

$$n_- = 1 \times 0.5 \times 6.2 \times 10^{18} \times 2.5 \times 10^{-9} = 7.8 \times 10^9$$

(假设电子枪发射电流 1A, 50% 俘获效率, 束流脉冲宽度 2.5ns)

$$\eta_+ = 10\%$$

$$Y = 0.025e^+/e^- \cdot \text{GeV}$$

$$N_b K / T_0 Y n_- \eta_+ = 0.131 E_{\text{opt}}(\text{GeV}) / 2.8(\text{GeV}^4)$$

注入器总能量与速调管功率的关系可近似地写为:

$$E_i(\text{GeV}) = 0.405 \sqrt{P(\text{MW})} \tag{30}$$

将以上数值代入(17)式, 可得相应不同 E_+/E_i 值的 τ_i , 然后可由(7)式解出最佳的 τ_c 值. 如以 \hat{L}_0 代表在 2.8GeV 的设计亮度 $1.7 \times 10^{31} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$, 则由(20)式可得归一化平均亮度做为 E_+/E_i 的函数. 图 2 给出束流强度不受单束不稳定性限制时的情况. 由图可见, 在 $E_+/E_i = 1/4$ 时, 全部曲线具有最大值. 但是, 我们必须注意, 这些曲线在最高点附近的变化是很缓慢的, 举例来说, 如果采用 E_+/E_i 为 1/10 而非 1/4, 对大多数情况而言, 归一化平均亮度只减少百分之几, 而注入能量却都提高了 20%. 所以, 即便是对无单束不稳定性情况而言, 如何选择 E_+/E_i , 是否应该选在曲线最高点, 也是值得考虑的. 对更接近实际情况的存在快头尾不稳定性时, 可将下列数值代入(22)式来计算不稳定性阈

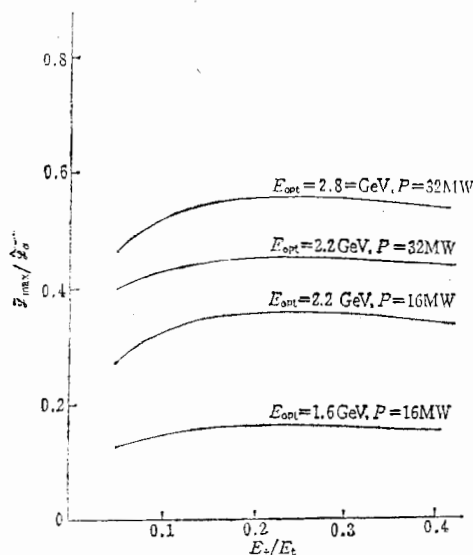


图 2 $\bar{L}_{\text{max}}/\hat{L}_0$ 随 E_+/E_i 的变化 (BEPC 无单束不稳定性情况)

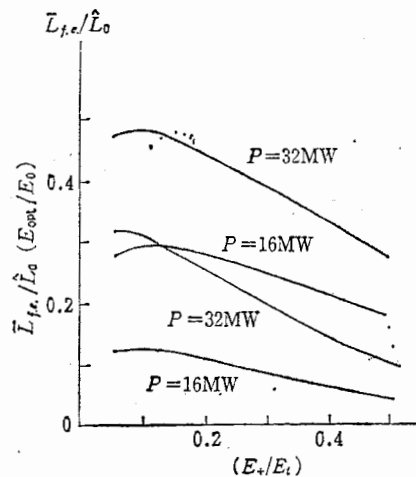


图 3 $\bar{L}_{f.e.}/\hat{L}_0(E_{\text{opt}}/E_0)$ 和 $\bar{L}_{f.e.}/\hat{L}_0$ 随 E_+/E_i 的变化 (BEPC)

值电流. 知对 SPEAR^[9,11] 而言: $E_i = 1.5\text{GeV}$, $Q_s = 0.035$, $\beta_1 = 14\text{m}$, $\beta_2 = 20\text{m}$, $R_1 = 0.3R$, $R_2 = 0.7R$ (R 为总横向阻抗值) 时, 电流阈值为 5ma. 对 BEPC^[8] 而言: $Q_s =$

0.02, $\beta_1 = 8\text{m}$, $\beta_2 = 12\text{m}$, 真空盒阻抗如设为 SPEAR 的 $1/7$, 高频腔阻抗可设为 SPEAR 的 $1/10$. 这样, 可得 $k = 24$. 将 2.8GeV 时设计电流 I_0 为 66ma 代入 (23) 式, 即可计算出 τ_i 做为 E_+/E_i 的函数, 而最后在代入最佳的 τ_i 值后, 由 (28)(29) 式可分别算得固定发射度和固定频移的最大归一化平均亮度, 如图 3 所示. 由图中曲线可见, 当束流强度受快头尾不稳定性限制时, 对大多 $f.o$ 和 $f.t$ 情况而言, 在速调管功率为 $16\text{MW} - 32\text{MW}$ 的范围, 最大平均亮度出现在 $E_+/E_i = 1/10$ 附近.

以上结果的物理机制是不难理解的. 无单束不稳定性时, 决定最佳正电子产生能量的是两个相互竞争的物理过程. 高的正电子产生能量对正电子产额有利, 但低的正电子产生能量(高注入能量)对阻尼时间有利. 当存在快头尾不稳定性时, 另一个因子出现, 较低的正电子产生能量可给出较高的电流阈值, 因此, 最大平均亮度向低能处移动.

六、参数变化的影响

上面得到的结论与对撞机参数的数值有关, 我们并不能肯定前面给出的设计参数就代表对撞机的实际运行情况. 因此, 下面将研究各参数偏离设计值时对最佳平均亮度的影响.

(A) 快头尾不稳定性电流阈值正比于注入能量, 但比例常数难以准确地确定. 故 (22) 式可写为:

$$I_{th} = 24(1 + a)E_i$$

(B) 根据 (17) 式和 (23) 式计算 τ_i 时, $Y_{n-\eta_+}$ 乘积在实际情况可能有较大的变化, 可写为:

$$Y_{n-\eta_+}(1 + b)$$

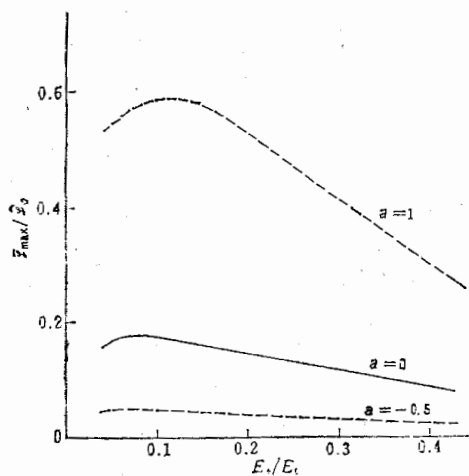


图 4 \bar{L}_{max}/\bar{L}_0 随 E_+/E_i 变化 (BEPC, $f.e$ 情况, 参量 a 变化, $\bar{P} = 20\text{MW}$)

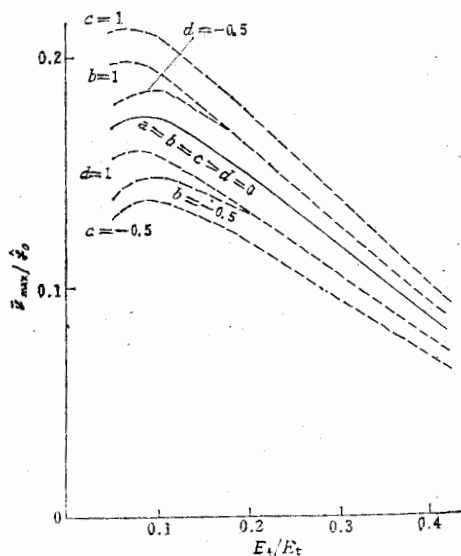


图 5 \bar{L}_{max}/\bar{L}_0 随 E_+/E_i 变化 (BEPC, $f.e$ 情况, 参量 b, c, d 变化, $\bar{P} = 20\text{MW}$)

(C) 束流总寿命 T_0 随运行条件, 如对撞能量, 真空度等而变化, 可写为:

$$T_0(1+c)$$

(D) 对撞机由注入状态转换到对撞状态所需的时间 T_r , 包括磁铁标准化, 切换和加速时间, 难以在设计中确切规定, 可写为:

$$T_r = 0.4(1+d)$$

以上 a, b, c 和 d 可分别取值 $-0.5, 0$ 和 1 以代表变化的范围, 则注入时间表达式 (23) 成为:

$$\tau_i = \frac{N_b K}{T_0 n_{-} \eta_{+} Y E_i^3} \left(\frac{b}{I_0} \right) \frac{1}{x(1-x)^2} \frac{(1+a)}{(1+b)(1+c)} + \frac{T_r(1+d)}{T_0(1+c)} \quad (31)$$

在图 4 到图 7 中给出了在典型的速调管功率为 20MW 的运行情况下, 各参数变化对归一化平均亮度的影响。由图可见, 参数取值不同曲线并无本质的变化, 这是因为函数的关系并未改变。由这些曲线, 可估计各参数变化的影响。

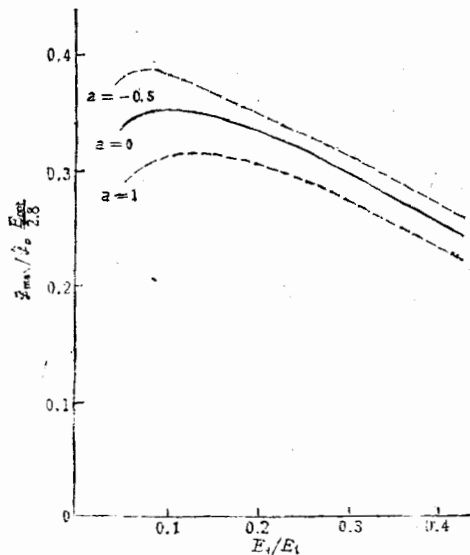


图 6 $\bar{L}_{max}/\hat{L}_0(E_{opt}/2.8)$ 随 E_+/E_t 变化 (BEPC, f, t 情况, 参量 a 变化, $\hat{P} = 20\text{MW}$)

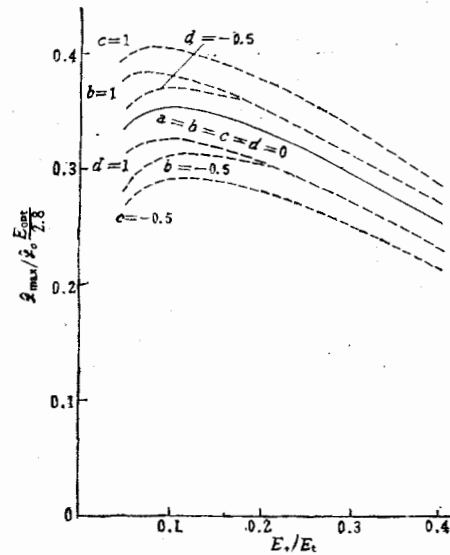


图 7 $\bar{L}_{max}/\hat{L}_0(E_{opt}/2.8)$ 随 E_+/E_t 变化 (BEPC, f, t 情况, 参量 b, c, d 变化, $\hat{P} = 20\text{MW}$)

七、结 语

尽管上文是对一个复杂问题的简化了的分析, 但可以看出 BEPC 取 $E_+/E_t \sim 1/10$ 代替 $1/4$ 是较好的选择, 原因归纳如下:

1) 当储存束流不受单束不稳定性限制时, 最短注入时间或最大平均亮度发生于 $E_+/E_t \sim 1/4$ 处, 但曲线变化平坦, 如取 E_+/E_t 为 $1/10$, 平均亮度降低很少而注入能量则可得 20% 的提高。

2) 当储存束流受快头尾不稳定性限制时, 最短注入时间发生于 $E_+/E_t = 1/3$ 处, 但

由于储存电流强度依赖于注入能量,固定发射度和固定频移两种情况的归一化最大平均亮度均发生于 $E_+/E_i \sim 1/10$ 附近. 当速调管的功率为 32MW 时,将 E_+/E_i 选在 $1/10$ 比在 $1/4$ 处平均亮度对固定发射度和固定频移两种情况可分别提高 36% 及 17%, 而同时注入能量提高 20%, 扩大了全能量注入的范围.

3) 在扩大的全能量注入范围内,平均亮度可得大幅度提高,对这一能区的可能进行的物理工作十分有利. 但扩大的范围内,是否有重要的需要高亮度的物理工作,则视速调管输出功率分布的具体情况而定.

4) 注入能量提高使多种束流不稳定性的增长率变慢,故易于阻尼而不影响储存环的正常工作.

5) 由于轰击正电子产生靶的束流功率有所减少,冷却和辐射防护的要求降低,特别是靶附近部件的辐射损伤将得到缓解. 辐射损伤常常构成产生靶可靠性的限制.

在本工作的研究过程中,作者曾与中国科学院高能物理研究所和美国斯坦福直线加速器中心的同事们进行讨论. 于清浮同志协助进行了计算,张闯同志阅读了原稿, A. Chao (赵武), H. Wiedemann 和 H. Leboutet 教授都提了宝贵的意见,在此并致谢忱.

参 考 文 献

- [1] T. Nishikawa and G. Horikoshi, "Status of KEK Tristan Project" Proc. 1983 Particle Accelerator Conf. Santa Fe, P. 1983.
- [2] R. Chehab etc., "An Adiabatic Matching Device for the Orsay Linear Positron Accelerator", Proc. 1983 Particle Accelerator Conf. Santa Fe, P. 2850.
- [3] M. Sands, "The Physics of Electron Storage Rings" SLAC-RPT 121 (1970).
- [4] LEP Study Group, "Design Study of a 15--100 GeV e^+e^- colliding Beam Machine" CERN/ISR-LEP/78-17 (1978).
- [5] 方守贤, 国智元, "平均亮度与注入时间之关系" BEPC/TH(1982).
- [6] M. B. James etc., Xth International Conf. On High Energy Accelerator, Serpukhov, U. S. S. R. July 11--17, 1977.
- [7] 周述, EGS 程序计算正电子产生,私人通信(1983).
- [8] BEPC 设计组, 2.2/2.8 亿电子伏北京正负电子对撞机初步设计提要(1982).
- [9] P. B. Wilson, private communication (1982).
- [10] K. Satoh and Y. Chin "Transverse Mode Coupling in a Bunched Beam", *Nucl. Instr. Meth.* 207 (1983), 309.
- [11] Spear Group, "Spear 11 Performance" SLAC-PUB-1562 (1975)
- [12] G. Stange, "An Inexpensive Positron Converter of High Reliability And High Yield" Proc. 1979 Particle Accelerator Conf. IEEE NS-26, No. 3. p. 4146.

ON THE AVERAGE LUMINOSITY OF ELECTRON POSITRON COLLIDER AND POSITRON-PRODUCING ENERGY

XIE JIA-LIN

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

In this paper, the average luminosity of linac injected electron positron collider is investigated from the positron-producing energy point of view. When the energy of the linac injector is fixed to be less than the operating energy of the storage ring, it has been found that there exists a positron-producing energy to give optimum average luminosity. Two cases have been studied, one for an ideal storage ring with no single-beam instability and the other for practical storage ring with fast head-tail instability. The result indicates that there is a positron-producing energy corresponding to the minimum injection time, but this does not correspond to the optimum average luminosity for the practical storage rings. For Beijing Electron Positron Collider (BEPC), the positron-producing energy corresponding to the optimum average luminosity is about one tenth of the total injector energy.