第9卷 第4期 高能物理与核物理 Vol. 9, No. 4
1985年7月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS July, 1985

# $SU(3)$ 格点规范理论两种新作用量的 Monte Carlo 研究

李文铸 董绍静
(浙 江 大 学)

## 摘 要

我们对 $SU(3)$ 格点规范理论的两种新作用量进行了 Monte Carlo 模拟，计算了元格平均内能和比热。内能曲线都趋向共同的弱耦合极限，比热都有峰。我们观察到了由于格点间隔 $a$ 的高次幂项不同引起的比热峰明显漂移的现象。

格点规范理论的作用量形式是不唯一的[1]。研究作用量的变化对格点系统的性质的影响是一件很有意义的工作[2]。在这方面已有人做了许多工作[4]。本文对 QCD 的基础的 $SU(3)$ 规范群用我们提出的新作用量中的两种[3]进行了 Monte Carlo 模拟。我们用的作用量是

$$\begin{cases} S_P = 2\sin\dfrac{1-\dfrac{1}{3}\mathrm{Tr}U_P}{2}\cos\dfrac{1+\dfrac{1}{3}\mathrm{Tr}U_P}{2}, \\ \beta = 6/(g^2\cos 1); \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} S_P = 1 - \exp\left(\dfrac{1}{3}\mathrm{Tr}U_P - 1\right), \\ \beta = 6/g^2. \end{cases} \tag{2}$$

其中 $U_P = U_{ij}\cdot U_{jk}\cdot U_{kl}\cdot U_{li}$ 是围绕元格 $P=(i,j,k,l)$ 的四链有序积。格点的路径积分是

$$Z = \int \prod_b dU(b)\exp\left\{-\beta\sum_P S_P\right\}, \tag{3}$$

其中 $dU(b)$ 是群的不变测度。(1)，(2) 两式都符合 Wilson 提出的格点作用量的条件[3]。尤其对于(2)式作用量，按格点间隔 $a$ 幂次展开时有

$$\begin{aligned} S_P &= 1 - \exp\left(\frac{1}{3}\mathrm{Tr}U_P - 1\right) \\ &\approx \frac{g^2}{12}a^4F_{\mu\nu}F_{\mu\nu} + 0(a^8), \end{aligned} \tag{4}$$

当 $a\to 0$ 时有 QCD 连续极限

---

本文1984年7月2日收到。

$$\beta\sum_{P} S_{P} \xrightarrow[a\to 0]{} \frac{1}{4}\int d^{4}X F_{\mu\nu}F_{\mu\nu}. \tag{5}$$

其中

$$F_{\mu\nu}=\partial_{\mu}A_{\nu}-\partial_{\nu}A_{\mu}+ig[A_{\mu}, A_{\nu}], \tag{6}$$

$A_{\mu}$ 是 $SU(3)$ 群的李代数. (4)式表明，(2)式作用量在 $a^{4}$ 阶上与 Wilson 作用量完全相同，它们的差异在高阶项上.

在计算中我们采取了快捷的非物理取样方法[5]. 我们在 $4^{4}$ 大小并具有周期性边界条件的四维超立方格点上进行模拟. 对每条给定的链进行 6 次修改后再转移到下一条，对所有链变量均完成修改称为完成一次 Monte Carlo 迭代. 对(1)式所示的作用量，我们取 $\beta_{0}=7.0$, $6.0,\cdots,1.0$，初始态是 $\beta=7.0$ 的带权随权组态. 每个数据点上做 100 次 Monte Carlo 迭代，在后 70 次上求平均. 对于(2)式所示的作用量，我们取 $\beta_{0}=16.0$，$14.0,\cdots$，$2.0$，初始态是 $\beta=16.0$ 的带权随机组态. 每个数据点上做 50 次 Monte Carlo 迭代，在后 30 次上求平均. 对这两种作用量我们计算了每个元格的平均内能和比热，计算结果见图 1. 其中 (a)，(b) 分别对应(1)式和(2)式作用量. 内能图中细实线是弱耦合展开近似. 比热是按下式计算的，

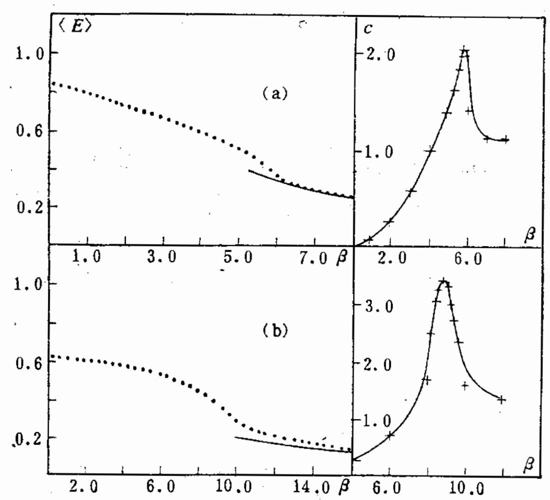


图 1　$SU(3)$格点规范理论两种新作用量的 $\langle E\rangle$-$\beta$ 图及 $C$-$\beta$ 图

$$C=-\beta^{2}\{\langle E\rangle^{2}-\langle E^{2}\rangle\}. \tag{7}$$

统计误差可按下式估算，

$$\Delta E\sim(M-1)^{-1/2}\{\langle(E-\langle E\rangle)^{2}\rangle\}^{1/2}. \tag{8}$$

其中$M$是迭代次数. 对(1)式作用量在 $5.0\leqslant\beta\leqslant 7.0$ 范围内有 $\Delta E\lesssim 4.3\times 10^{-3}$，对(2)式作用量在 $9.0\leqslant\beta\leqslant 16.0$ 范围内有 $\Delta E\lesssim 3.2\times 10^{-3}$.

我们的计算表明，这两种作用量均未见到一阶相变迹象. 每个元格的平均内能当 $\beta$ 大时均趋向共同的弱耦合近似. 它们都有比热峰标志着强耦合向弱耦合过渡的临界点，位置分别是 $\beta_{c}\approx 5.8\pm 0.1$ 和 $\beta_{c}\approx 8.8\pm 0.2$. 与 Wilson 作用量的结果相比较[6]($\beta_{c}\approx 6.0$)，我们注意到(2)式作用量，其 $a^{4}$ 项及 $\beta$ 均与 Wilson 作用量相同，比热峰却漂移到 $\beta_{c}\approx 8.8$. 这与弦张力密切相关，是很令人感兴趣的现象. 但有限大小格点的体积效应的影响还应再作进一步研究.

感谢长沙国防科技大学计算机研究所同志们的大力协助，感谢核工业部原子能研究所 TQ-6 机房同志们的大力协助. 感谢汪容教授和吴济民老师和我们作的有益的讨论.

## 参 考 文 献


[1] K. G. Wilson, *Phys. Erv.*, D, 10(1974), 2445.
[2] J. B. Kogut, *Rev. Mod. Phys.*, **51**(1979), 659; B. Grossman, S. Samuel, *Phys. Lett.*, **120**, B, (1983), 383; T. V. Shahbazyan, *Phys. Lett.*, **128**, B (1983), 79.
[3] Dong Shaojing, Li Wenzhu, ZUP-305 Zhejiang University Preprint.
[4] J. Villain, *J. de Phys.*, **36**(1975), 581; N. S. Manton, *Phys. Lett.*, **96**, B(1980), 328; S. J. Anthony, *Phys. Lett.*, **110**, B (1982), 271; G. Bhanot, M. Creutz, *Phys. Rev.*, D, **24**(1981), 3212; C. B. Lang, C. Rebbi, P. Salomonson and B. S .Skagerstam, *Phys. Lett.*, **101**, B (1981), 173; G. Martinelli, G. Parisi, R. Petronzio, *Phys. Lett.*, **114**, B (1982), 251.
[5] Dong Shaojing, ZUP-306 Zhejiang University preprint.
[6] R. C. Edgar, L. Mc. Crossen, K. J. M. Moriarty, *J. Phys.*, G7(1981), L85; M. Creutz, Phys. Rev. Lett., 45(1980), 313; E. Pietarinen, *Nucl. Phys.*, B. **190** (1981), 349.


# MONTE CARLO STUDY OF *SU*(3) LATTICE GAUGE THEORY FOR TWO ALTERNATIVE ACTIONS


DONG SHAO-JING LI WEN-ZHU

*(Physical Department, Zhejiang University)*



ABSTRACT

For $SU(3)$ lattice gauge theory two alternative actions proposed by us are studied by means of Monte Carlo method, their internal energy per plaquette and specific heat are calculated. The curves of their internal energy approach to the same weak-coupling approximation when is large, there are peaks on their specific heat curves. The deviation of the peaks of the specific heat owing to the difference of higher order terms of lattice spacing a is observed.