

$d+{}^6\text{Li}$ 散射态的 QRGM 分析

凌有光 赵玄 曾繁安

(中国科学院原子核研究所)

摘 要

本文利用工作[1]中得到的结果,即 ${}^6\text{Li}$ 集团结构显著和可以略去与 α 集团的反对称交换效应,计算了 $d+{}^6\text{Li}$ 的弹性散射相移和微分截面. 这个工作表明,在 $d+{}^6\text{Li}$ 弹性散射中,也可以忽略与 α 集团的反对称交换效应,而得到与严格的共振群方法基本一致的结果.

一、引 言

在工作[1]中,我们利用三集团的略去与其中双幻数集团的反对称交换的共振群方法(简称 QRGM),研究了 $n+{}^6\text{Li}$ 的散射态,得到了比较满意的结果. 本文把这种大为简化的 QRGM 推广到 $d+{}^6\text{Li}$ 系统中去. 这种系统含有两个束缚很松的氘核集团,若能用 QRGM 处理好,则能进一步说明对含有双幻数核集团的系统应用 QRGM 是行之有效的. 我们的计算结果表明,在 $d+{}^6\text{Li}$ 系统中也可以略去与 α 集团的反对称交换效应,而得到令人满意的结果. 因此本工作进一步证实了[1]中的结论,即 ${}^6\text{Li}$ 确实存在着 $d+\alpha$ 集团结构现象,且可以略去与 α 集团的反对称交换,而能得到与严格的共振群方法(RGM)基本一致的结果.

二、理论描述

按照 RGM 的表述方法, $d+{}^6\text{Li}$ 系统的波函数可写成

$$\Psi = \mathcal{A} \{ \phi_{6\text{Li}} \phi_d F_1(\mathbf{R}) \xi_1 \} Z(\mathbf{R}_{cm}). \quad (1)$$

其中 $Z(\mathbf{R}_{cm})$ 是 $d+{}^6\text{Li}$ 系统的总质心运动波函数,在 RGM 处理中它可以被分离出来,在我们研究的问题中可以不管它. $\phi_{6\text{Li}}$ 是 ${}^6\text{Li}$ 内部波函数的空间部分. 和[1]一样,本文仍利用 Y. C. Tang^[2] 等人提出的 ${}^6\text{Li}$ 集团波函数. $\phi_{6\text{Li}}$ 的具体形式是

$$\phi_{6\text{Li}} = \phi_\alpha(1, 2, 3, 4) \phi_d(5, 6) \phi_{\text{rel}}(\mathbf{R}_{ad}), \quad (2a)$$

$$\phi_\alpha(1, 2, 3, 4) = \exp \left[-\frac{\alpha}{2} \sum_{j=1}^4 (\mathbf{r}_j - \mathbf{R}_\alpha)^2 \right], \quad (2b)$$

$$\phi_{d'}(5,6) = \exp \left[-\frac{\alpha'}{2} \sum_{i=5}^6 (r_i - R_{d'})^2 \right], \quad (2c)$$

$$\phi_{\text{rel}}(\mathbf{R}_{\alpha d'}) = R_{\alpha d'}^n \exp \left[-\frac{2}{3} \beta R_{\alpha d'}^2 \right] Y_{LM}(\hat{\mathbf{R}}_{\alpha d'}) \quad (2d)$$

ϕ_{α} 和 $\phi_{d'}$ 分别是 ${}^6\text{Li}$ 集团内 α 和 d' 核集团内部波函数的空间部分, 1, 2, 3 和 4 是 α 内各核子的编号, 5 和 6 是 d' 核内各核子的编号. ϕ_{rel} 是 α 与 d' 核的相对运动波函数, 在 [1] 中已指出对它作适当的选取是很重要的. 最近, 在 Y. C. Tang 等人 [3] 的工作中, 取 (2d) 中的 $n=2$, 选定参数 $\alpha = \alpha' = 0.514 \text{ fm}^{-2}$, 再根据电荷分布均方根半径的实验值, 定出 $\beta = 0.20 \text{ fm}^{-2}$. 本工作就利用这套波函数和他们选定的这组参数进行计算. 在计算中仍取 $L = M = 0$. (1) 中的 ϕ_d 是入射 d 核内部波函数的空间部分. 我们取 ϕ_d 为

$$\phi_d = \phi_d(7,8) = \exp \left[-\frac{\bar{\alpha}}{2} \sum_{i=7}^8 (r_i - R_d)^2 \right] \quad (3)$$

其中 7 和 8 是 d 核内核子的编号. 按照 [4], $\bar{\alpha}$ 取为 $\bar{\alpha} = 0.20 \text{ fm}^{-2}$. $F_{\lambda}(\mathbf{R})$ 是最终所要求解的相对运动波函数. ξ_{λ} 是系统的总自旋-同位旋波函数; λ 表示道自旋, 对 $d+{}^6\text{Li}$ 系统, λ 可取 0、1 和 2. 利用 Clebch-Gordon 系数可以得到 ξ_{λ} 的具体表达式. 在我们的计算中, 对每一个 λ 的各个 $\xi_{\lambda, m_{\lambda}}$ 算出的矩阵元是一样的, 因此对每一个 λ 只取一个 $\xi_{\lambda, m_{\lambda}}$ 来进行计算即可. 我们取 $\xi_{\lambda, m_{\lambda}=\lambda} = \chi_{\lambda}$ 来进行计算.

$$\chi_2 = \left| \begin{array}{cc} \uparrow\uparrow & \uparrow\downarrow \\ 5 & 6 \end{array} \right| \left| \begin{array}{cc} \uparrow\uparrow & \uparrow\downarrow \\ 7 & 8 \end{array} \right| \chi_{\alpha}, \quad (4a)$$

$$\begin{aligned} \chi_1 = & \frac{1}{2} \left\{ \left(\left| \begin{array}{cc} \uparrow\uparrow & \downarrow\downarrow \\ 5 & 6 \end{array} \right\rangle + \left| \begin{array}{cc} \downarrow\uparrow & \uparrow\downarrow \\ 5 & 6 \end{array} \right\rangle \right) \left| \begin{array}{cc} \uparrow\uparrow & \uparrow\downarrow \\ 7 & 8 \end{array} \right\rangle \right. \\ & \left. - \left| \begin{array}{cc} \uparrow\uparrow & \uparrow\downarrow \\ 5 & 6 \end{array} \right\rangle \left(\left| \begin{array}{cc} \uparrow\uparrow & \downarrow\downarrow \\ 7 & 8 \end{array} \right\rangle + \left| \begin{array}{cc} \downarrow\uparrow & \uparrow\downarrow \\ 7 & 8 \end{array} \right\rangle \right) \right\} \chi_{\alpha}, \end{aligned} \quad (4b)$$

$$\begin{aligned} \chi_0 = & \frac{1}{\sqrt{3}} \left\{ \left| \begin{array}{cc} \uparrow\uparrow & \uparrow\downarrow \\ 5 & 6 \end{array} \right\rangle \left| \begin{array}{cc} \downarrow\downarrow & \downarrow\downarrow \\ 7 & 8 \end{array} \right\rangle + \left| \begin{array}{cc} \downarrow\uparrow & \downarrow\downarrow \\ 5 & 6 \end{array} \right\rangle \left| \begin{array}{cc} \uparrow\uparrow & \uparrow\downarrow \\ 7 & 8 \end{array} \right\rangle \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} \left(\left| \begin{array}{cc} \uparrow\uparrow & \downarrow\downarrow \\ 5 & 6 \end{array} \right\rangle + \left| \begin{array}{cc} \downarrow\uparrow & \uparrow\downarrow \\ 5 & 6 \end{array} \right\rangle \right) \left(\left| \begin{array}{cc} \uparrow\uparrow & \downarrow\downarrow \\ 7 & 8 \end{array} \right\rangle + \left| \begin{array}{cc} \downarrow\uparrow & \uparrow\downarrow \\ 7 & 8 \end{array} \right\rangle \right) \right\} \chi_{\alpha}. \end{aligned} \quad (4c)$$

以上各式中 χ_{α} 是 α 集团的自旋-同位旋波函数,

$$\chi_{\alpha} = \left| \begin{array}{cccc} \uparrow\uparrow & \uparrow\downarrow & \downarrow\uparrow & \downarrow\downarrow \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \right\rangle \quad (5)$$

其中 $\uparrow\uparrow_1$ 的第一个箭号表示自旋第三分量, 第二个箭号表示同位旋第三分量, 朝上的箭号表示分量是正的, 朝下的箭号表示分量是负的. 其余各箭号的意义相同. (1) 式中的 \mathcal{A} 是全反对称化交换算符, 在本文中 \mathcal{A} 可以近似地表示为

$$\mathcal{A} \approx \mathcal{A}_{d-d'} \mathcal{A}_{d\alpha} \mathcal{A}_{d'\alpha}. \quad (6)$$

上式中, $\mathcal{A}_{d-d'}$ 表示 d 和 d' 之间的反对称交换, \mathcal{A}_{α} , \mathcal{A}_d 和 $\mathcal{A}_{d'}$ 分别表示 α 集团内部、 d 集团内部和 d' 集团内部的反对称交换算符.

相对运动波函数 $F_{\lambda}(\mathbf{R})$ 是投影方程

$$\langle \delta\Psi | H - E_T | \Psi \rangle = 0 \quad (7)$$

的解,其中

$$H = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \sum_{i=1}^8 \nabla_i^2 + \sum_{i<j=1}^8 V_{ij} - T_{cm} \quad (8)$$

E_T 是系统在质心系中的总能量,

$$E_T = E + E_{Li} + E_d \quad (9)$$

E 是入射 d 和 ${}^6\text{Li}$ 在质心系中的相对运动能量, E_{Li} 是 ${}^6\text{Li}$ 的内能, E_d 是入射氘核的内能, T_{cm} 是系统的质心动能算符, V_{ij} 是核子-核子两体势, 取为

$$V_{ij} = -V_{0r} \left[\frac{u}{4} + \frac{u}{4} P_{ij}^{\sigma} + \frac{\alpha - u}{4} (-P_{ij}^{\tau}) + \frac{\alpha - u}{4} (-P_{ij}^{\sigma} P_{ij}^{\tau}) \right] e^{-k_r(r_i - r_j)^2} \\ - V_{0s} \left[\frac{u}{4} + \frac{u}{4} (-P_{ij}^{\sigma}) + \frac{\alpha - u}{4} P_{ij}^{\tau} + \frac{\alpha - u}{4} (-P_{ij}^{\sigma} P_{ij}^{\tau}) \right] e^{-K_s(r_i - r_j)^2} \quad (10)$$

其中

$$V_{0r} = 66.92 \text{ MeV}, \quad V_{0s} = 29.05 \text{ MeV} \\ K_r = 0.415 \text{ fm}^{-2}, \quad K_s = 0.292 \text{ fm}^{-2} \quad (11)$$

(10)式中的 u 是一个可调参数(交换混合参数)。

由投影方程(7)可以得到相对运动波函数 $F_{\lambda}(\mathbf{R})$ 的径向分波 $f_{l\lambda}(R)$ 所满足的积分-微分方程:

$$\left[\frac{\hbar^2}{2\mu} \left(\frac{d^2}{dR^2} - \frac{l(l+1)}{R^2} \right) + E - V_{N\lambda}(R) \right] f_{l\lambda}(R) = \int_0^{\infty} K_{l\lambda}(R, R') f_{l\lambda}(R') dR' \quad (12)$$

其中 $V_{N\lambda}(R)$ 是直接核势, $K_{l\lambda}(R, R')$ 是核函数的分波表达式。利用数值方法求解方程(12)便可得到 $f_{l\lambda}$ 和相应的相移。 $V_{N\lambda}(R)$, 特别是 $K_{l\lambda}(R, R')$ 的表示式都很冗长, 故不在此列出。

为了考虑反应道的影响, 我们在 $V_{N\lambda}(R)$ 中引入了虚部势

$$iW(R) = i[1 + C_I(-1)^l] W_0 \left(\frac{1}{1 + e^{\frac{R-R_0}{a}}} + \frac{4e^{\frac{R-R_0}{a}}}{(1 + e^{\frac{R-R_0}{a}})^2} \right) \quad (13)$$

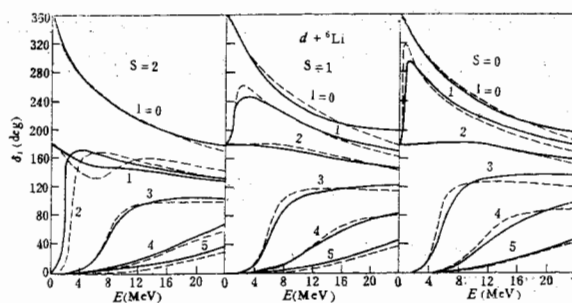
它的形式和参数与[1]一样, 即 R_0 和 a 也都分别取定为 $R_0 = 3.3\text{fm}$ 和 $a = 0.5\text{fm}$, C_I 和 W_0 则是可调参数。

三、计算结果和讨论

在图1中, 画出了我们计算的相移, 并画出了用严格的RGM计算的结果^[4]。对 $\lambda = 2$, 取 $u = 0.98$ (对 $l = 1$, 这里 u 用了 0.91); 对 $\lambda = 1$ 和 0 , 取 $u = 1.05$ 。从图1可以看出, 我们的QRGM结果与严格的RGM结果基本上是一致的。在图2中, 画出了我们计算的微分散射截面, 与实验相比也是令人满意的, 且与标准的RGM结果也基本上一致。对能量为 $9.0, 10.2$ 和 14.7MeV , W_0 和 C_I 分别选为 $W_0 = -9.4\text{MeV}$, $C_I = 0.6$; $W_0 = -19.1\text{MeV}$, $C_I = 0.6$ 和 $W_0 = -24.5\text{MeV}$, $C_I = 0$ 。

我们在工作[1]中, 波函数(2a-2d)中的参数选为 $\alpha = \alpha' = 0.35\text{fm}^{-2}$ 和 $\beta = 0.20\text{fm}^{-2}$, 这样可以得到和实验相近的均方根半径和内能。在[1]中也就(2d)中的 n 取为 0.2 、

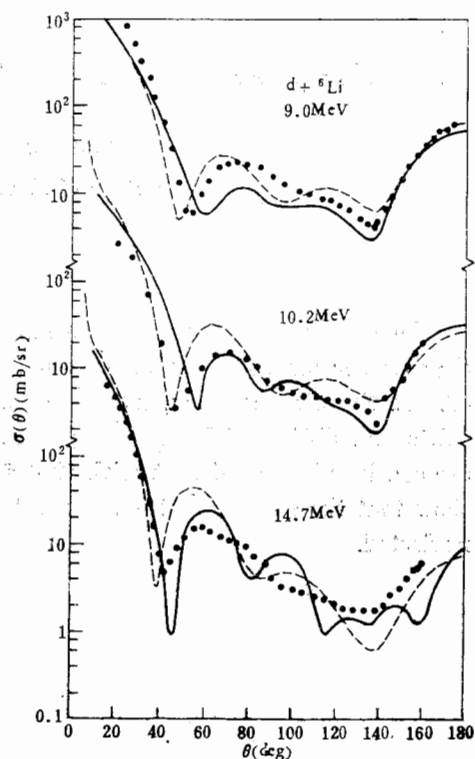
三
日
月
n
及
系
参
差
堆
集
所
中
以
的
的
和
能
带
带
旋
在
一
书
些
为
自
是

图 1 $d + {}^6\text{Li}$ 散射相移. ---RGM^[4]; ——QRGM(本文)

3 三种情况计算了相移,并且认为 $n = 3$ 时,由于 ${}^6\text{Li}$ 中的 d 集团和 α 集团相距较远,故这时不考虑 d 集团和 α 集团之间的反对称交换,所得的结果与严格的 RGM 结果最符合. 但 $n = 3$ 时所用的 μ 值显得有些过大. 前面已提及,最近 Y. C. Tang 等^[3]用波函数 $(2a-2d)$ 和严格的 RGM 计算分析了 $n + {}^6\text{Li}$ 的弹性散射,他们选用的 ${}^6\text{Li}$ 中的 α 集团 d' 集团的宽度参数比我们在[1]中用的要大些. 显然,宽度参数大意味着集团半径小,且扩散不厉害些,因而增大了两个集团之间的有效距离,从而使两个集团的重迭几率减小,所以说这与我们在[1]中所作的分析是一致的. 因此,当我们在 $(2a-2d)$ 中取 $n = 2$ 和 $\alpha = \alpha' = 0.514\text{fm}^{-2}$ 时,同样可以得到与严格的 RGM 基本上一致的结果.

从图 1 可看出,在 8MeV 以下,相移随能量的变化是很大的,在 $s = 2$ 的情况有 $l = 2$ 和 3 的 $d + (d' + \alpha)$ 集团结构的锐共振,在 $s = 1$ 和 0 的情况有 $l = 1$ 和 3 的锐共振. 从 ${}^8\text{Be}$ 的能级来看, $l = 2$ 的共振属于 ${}^8\text{Be}$ 的基态转动带,而 $l = 1$ 和 3 的共振属于 ${}^8\text{Be}$ 的负宇称转动带^[3]. 值得注意的是, $l = 1$ 和 2 的共振对道自旋的依赖特别强,这说明对这类道自旋不为 0 的系统的描述必须适当地考虑道自旋效应. 在 8MeV 以上,相移变化较平滑,无 $d + (d' + \alpha)$ 锐共振.

图 2 所示的是 8MeV 以上的微分散射截面,其对能量的依赖是有一定的规律性的. 其一是能量增大时总的积分散射截面随之减小. 这是因为能量越高反应道的竞争就越厉害,从理论角度来看,能量高时为了考虑反应道的影响而加入的虚数势的强度也要大一些,因而使散射截面减少. 其二是能量越高绕射图样就越显著,而且波变密一些. 这是因为能量越高吸收越厉害,且波数也越大的结果. 至于背角区微分散射截面的增大,则主要是由于入射 d 与 ${}^6\text{Li}$ 中的 d' 发生交换的效应.

图 2 $d + {}^6\text{Li}$ 散射微分散射截面.---RGM^[4]; ——QRGM(本文)

综上所述,通过对 $d + {}^6\text{Li}(d' + \alpha)$ 弹性散射的研究,进一步说明了即使是对于含有两个松散束缚的氘核集团的 $d + {}^6\text{Li}(d' + \alpha)$ 系统,略去与双幻数核集团的反对称交换的 QRGM 也是行之有效的.

参 考 文 献

- [1] 凌有光、赵玄,高能物理与核物理, 8(1984), 227.
- [2] Y. C. Tang et al., *Phys. Rev.*, 123(1961), 548.
- [3] Y. Fujiwara and Y. C. Tang, 1983 年预印本.
- [4] M. Lemere and Y. C. Tang, *Nucl. Phys.*, A339(1980), 43.

ANALYSES OF THE $d+{}^6\text{Li}$ SCATTERING STATES WITH QRGM

LING YOU-GUANG ZHAO XUAN ZENG FAN-AN

(Institute of Nuclear Research, Academia Sinica)

ABSTRACT

In the previous paper of the authors, it has been concluded that ${}^6\text{Li}$ has obvious $d+\alpha$ cluster structure and the exchange effect connecting with α cluster may be neglected. In the present work, using the above results, the $d+{}^6\text{Li}$ elastic scattering phase-shifts and differential scattering cross sections are calculated. The calculated results are considerably consistent with that from the exact RGM calculations. These results show that the exchange effect connecting with α cluster in the $d+{}^6\text{Li}$ system may also be neglected.