第8卷 第3期　　高能物理与核物理　　Vol. 8, No. 3
1984年5月　　PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS　　May, 1984

研究简报

核集体运动的耗散过程和内禀自由度趋向平衡过程的理论描述

冯仁发　张竞上　马中玉　吴锡真　卓益忠

(中国科学院原子能研究所)

摘　要

对一个具有集体运动和内禀激发相互耦合的系统，采用模型哈密顿量并同时考虑单体和两体相互作用，讨论了集体运动和单粒子自由度的耦合．得到的耦合方程组可描述集体运动的耗散动力学过程和内禀自由度趋向平衡的过程．

这篇报告作为工作[1]的扩充，给出了采用模型哈密顿量和投影算符技术[2]导出密度矩阵对角线主方程的步骤，并引入无规矩阵模型用 τ_{SP}（单粒子特征时间）和 τ_{corr}（二体剩余相互作用关联时间）的高斯分布函数来替代占有数主方程中的 δ 函数，使结果更为合理．

对重离子深度非弹、核裂变等集体运动和单粒子激发相耦合的系统，总哈密顿量为：

$$H = H_1(\boldsymbol{R}) + H_2(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{x}_i), \tag{1}$$

其中集体运动哈密顿量 $H_1(\boldsymbol{R})$ 和内禀哈密顿量 $H_2(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{x}_i)$ 分别为：

$$H_1(\boldsymbol{R}) = \frac{P^2}{2\mu} + U(R), \tag{2}$$

$$H_2(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{x}_i) = \sum_i h_0(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{x}_i) + \sum_{i>j} V(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_j), \tag{3}$$

这里 h_0 是单体哈密顿量，V 是两体剩余相互作用．内禀波函数 $|A_{tt'}\rangle$ 满足与时间有关的薛定格方程

$$\begin{cases} i\hbar \dfrac{\partial}{\partial t}|A_{tt'}\rangle = H_2(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{x}_i)|A_{tt'}\rangle, \\ |A_{t't'}\rangle = |A\rangle, \quad t' \text{ 为初始时刻} \end{cases} \tag{4}$$

定义密度矩阵 $\rho(t) = |A_{tt'}\rangle\langle A_{tt'}|$，它满足冯·诺伊曼方程

$$i\hbar \frac{\partial \rho(t)}{\partial t} = [H_2(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{x}_i), \rho(t)], \tag{5}$$

为了简化，我们不直接求解与时间有关的薛定格方程，而用模型哈密顿量（例如取尼

本文1982年6月14日收到．

尔逊模型位[31]) 得到单粒子的一套正交完备的瞬时定态解:

$$h_0(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{x})\varphi_i(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{x}) = \varepsilon_i(\boldsymbol{R})\varphi_i(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{x}), \tag{6}$$

单粒子能量和波函数随时间的变化可由集体运动轨迹随时间的变化唯一确定. 当不考虑剩余相互作用时,体系的波函数和能级为

$$\psi(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{x}_1\cdots\boldsymbol{x}_n) = \frac{1}{\sqrt{n!}}\mathscr{A}\prod_i \varphi_i(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{x}_i), \tag{7}$$

$$H_0(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{x}_1\cdots\boldsymbol{x}_n)\psi_n = E_n(\boldsymbol{R})\psi_n, \tag{8}$$

以 H_0 的本征波函数 ψ_n 为基展开,密度矩阵为

$$\rho(t) = \sum_{nm}\rho_{nm}\psi_n\psi_m^*, \tag{9}$$

文章中以 n, m 等标记多体态而以 i, j, k 等标记单粒子态. 令 $\hbar = 1$,由方程式(5)得:

$$i\langle n|\dot{\rho}|m\rangle = (E_n - E_m)\rho_{nm} + \sum_{n'}V_{nn'}\rho_{n'm} - \sum_{m'}\rho_{nm'}V_{m'm}, \tag{10}$$

利用关系式

$$\dot{\rho}_{nm} = \langle n|\dot{\rho}|m\rangle + \sum_{n'm'}\left[\left\langle n\left|\frac{\partial}{\partial t}\right|n'\right\rangle\delta_{mm'} + \left\langle m\left|\frac{\partial}{\partial t}\right|m'\right\rangle^*\delta_{nn'}\right]\rho_{n'm'}, \tag{11}$$

可得

$$i\dot{\rho}_{nm} = \sum_{n'm}(L_0 + L_1)_{nmn'm'}\rho_{n'm'}, \tag{12}$$

其中刘维算符分别为

$$(L_0)_{nmn'm'} = (E_n - E_m)\delta_{nn'}\delta_{mm'} \tag{12a}$$

$$(L_1)_{nmn'm'} = V_{nn'}\delta_{mm'} - V_{mm'}\delta_{nn'} + \left\langle n\left|i\frac{\partial}{\partial t}\right|n'\right\rangle\delta_{mm'} - \left\langle m\left|i\frac{\partial}{\partial t}\right|m'\right\rangle^*\delta_{nn'}. \tag{12b}$$

再引入对角投影算符 D

$$(D\rho)_{nm} = \rho_{mm}\delta_{nm}, \tag{13}$$

它的具体表示为

$$(D)_{nmik} = \delta_{nm}\delta_{ni}\delta_{mk}, \tag{14}$$

利用投影算符的性质,可把密度矩阵分成对角元部分 $\rho^d(t)$ 和非对角元部分 $\rho^{Nd}(t)$, 方程(12)为:

$$\begin{cases}\dot{\rho}^d(t) = -iDL\rho^d(t) - iDL\rho^{Nd}(t),\\ \dot{\rho}^{Nd}(t) = -i(1-D)L\rho^d(t) - i(1-D)L\rho^{Nd}(t),\end{cases} \tag{15}$$

引入传播子 $g(t, t')$, 使之满足下列方程和初始条件

$$\begin{cases}\dfrac{\partial}{\partial t'}g(t, t') = ig(t, t')(1-D)L,\\ g(t', t') = 1,\end{cases} \tag{16}$$

则有形式解(其中 T 为时序算子):

$$g(t, t') = T\exp\left\{-i\int_{t'}^{t}dt''(1-D)L\right\}, \tag{17}$$

忽略初始关联，可得：

$$\rho^{Nd}(t) = -i\int_0^t g(t,t')(1-D)L\rho^d(t')dt', \tag{18}$$

(18)式代入(15)且若 L 中不显含 t，令 $t-t'=\tau$，则密度矩阵的对角元部分方程可写成：

$$\dot{\rho}_{mm} = -\int_0^t d\tau \sum_{n\neq m} K_{mmnn}(\tau)(\rho_{nn}(t-\tau)-\rho_{mm}(t-\tau)), \tag{19}$$

其中

$$K_{mmnn}(\tau) = \sum_{pq}(L_1)_{mmpq}\cdot(e^{-i(1-D)L\tau})_{pqpq}\cdot(L_1)_{pqnn}.$$

在弱耦条件和一级玻恩近似下，把(12a)，(12b)代入(19)，得到密度矩阵的对角线化主方程为：

$$\begin{aligned}\frac{d\rho_{mm}}{dt} = 2\sum_{n\neq m}\int_0^t d\tau\cos(\omega_{nm}\tau)\cdot\Big[V_{mn}V_{nm} + \left|\left\langle m\left|\frac{\partial}{\partial t}\right|n\right\rangle\right|^2 \\ - iV_{mn}\left\langle m\left|\frac{\partial}{\partial t}\right|n\right\rangle^* + iV_{nm}\left\langle m\left|\frac{\partial}{\partial t}\right|n\right\rangle\Big] \\ \cdot(\rho_{nn}(t)-\rho_{mm}(t)),\end{aligned} \tag{20}$$

这里　$\omega_{nm} = E_n - E_m,\ V_{nm} = \left\langle n\left|\sum_{i>j}V(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{x}_j)\right|m\right\rangle.$

独立粒子模型中，H_0 的本征函数 $|m\rangle$ 可写成

$$|m\rangle = \prod_j a_j^{+n_j(m)}|0\rangle, \tag{21}$$

单粒子态 $|j\rangle$ 在多体态 $|m\rangle$ 中的占据数 $n_j(m)$ 为：

$$n_j(m) = \begin{cases}1 & \text{在 } m \text{ 态上第 } j \text{ 个单粒子态上有粒子,} \\ 0 & \text{在 } m \text{ 态上第 } j \text{ 个单粒子态上无粒子,}\end{cases}$$

设单粒子态 $|i\rangle$ 的平均占有几率为

$$\langle n_i\rangle = \sum_m n_i(m)\rho_{mm}, \tag{22}$$

二次量子化表象中单体和两体算符 $\frac{\partial}{\partial t}$、$V$ 分别为：

$$\frac{\partial}{\partial t} = \sum_{ij}\left\langle i\left|\frac{\partial}{\partial t}\right|j\right\rangle a_i^+a_j \tag{23}$$

$$V = \sum_{ijkl}\langle ij|V|kl\rangle a_i^+a_j^+a_la_k \tag{24}$$

我们又假定单体和两体矩阵元具有无规矩阵性质（即高斯型分布），其奇次项系综平均值为 0，对二次项有

$$\overline{\left\langle i\left|\frac{\partial}{\partial t}\right|j\right\rangle_t\left\langle i\left|\frac{\partial}{\partial t}\right|j\right\rangle^*_{t-\tau}} = \overline{\left|\left\langle i\left|\frac{\partial}{\partial t}\right|j\right\rangle\right|^2}\cdot\exp(-\tau^2/(2\tau^2_{\rm SP})), \tag{25}$$

和　$$\overline{\langle ij|V|kl\rangle_t\langle ij|V|kl\rangle^*_{t-\tau}} = \overline{|\langle ij|V|kl\rangle|^2}\cdot\exp(-\tau^2/(2\tau^2_{\rm corr})), \tag{26}$$

其中单粒子特征时间一般为 $\tau_{SP} \sim 2 \times 10^{-22}$sec 量级，在这一时间内单粒子态可近似有瞬时定态解[4]；表示平均二次 V 事件的间隔时间称为关联时间 τ_{corr}，约为 10^{-21}sec[4].

(20)式两边乘以 $\sum_m n_p(m)$，利用关系(21)—(26)并对整个方程取系综平均，可推得单粒子态平均占据数主方程

$$
\begin{aligned}
\frac{d\langle n_i\rangle}{dt} = & \sum_j F(\varepsilon_i,\varepsilon_j)\cdot \dot{R}^2\overline{\left|\left\langle i\left|\frac{\partial h_0}{\partial R}\right|j\right\rangle\right|^2}\cdot[\langle n_j\rangle(1-\langle n_i\rangle)-\langle n_i\rangle(1-\langle n_j\rangle)] \\
& + \sum_{jkl} G(\varepsilon_i+\varepsilon_j,\ \varepsilon_k+\varepsilon_l)\cdot\overline{|\langle ij|V|kl-lk\rangle|^2} \\
& \cdot[(1-\langle n_i\rangle)(1-\langle n_j\rangle)\langle n_k\rangle\langle n_l\rangle-\langle n_i\rangle\langle n_j\rangle(1-\langle n_k\rangle) \\
& \cdot(1-\langle n_l\rangle)],
\end{aligned}
\tag{27}
$$

其中

$$
F(\varepsilon_i,\ \varepsilon_j)=\sqrt{2\pi}\,\tau_{SP}\cdot(\varepsilon_j-\varepsilon_i)^{-2}\cdot\exp(-(\varepsilon_i-\varepsilon_j)^2\tau_{SP}^2/(2\hbar^2)),
$$

$$
G(\varepsilon_i+\varepsilon_j,\varepsilon_k+\varepsilon_l)=\frac{\sqrt{2\pi}\,\tau_{corr}}{\hbar^2}\cdot\exp(-(\varepsilon_i+\varepsilon_j-\varepsilon_k-\varepsilon_l)^2\tau_{corr}^2/(2\hbar^2)),
$$

由于自由度间的耦合，碰撞事件可发生在几个 MeV 的能壳内，这就是离壳现象，它是耦合系统的动力学特征[5].

如果引入熵 $S(t)$，可证明 $dS(t)/dt \geqslant 0$，这表示主方程(27)可描述有集体运动条件下系统趋向平衡的过程，且为不可逆过程.

对集体运动作经典近似，则有[2]

$$
\mu\ddot{\boldsymbol{R}}=-\frac{\partial U(R)}{\partial\boldsymbol{R}}-\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{R}}\langle A_{tt'}|H_2(\boldsymbol{R}_1,\ \boldsymbol{x}_i)|A_{tt'}\rangle,
\tag{28}
$$

且假定两体剩余相互作用不随 $\boldsymbol{R}$ 变化，可得

$$
\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{R}}\langle A_{tt'}|H_2|A_{tt'}\rangle=\frac{\dot{\boldsymbol{R}}}{\dot{R}^2}\sum_i\left[\frac{d\langle n_i\rangle}{dt}\varepsilon_i+\langle n_i\rangle\frac{d\varepsilon_i}{dt}\right],
\tag{29}
$$

利用 $\langle i|h_0|i\rangle$ 无规矩阵性质，其系综平均值为零. 应用关系式

$$
\frac{d}{dt}\varepsilon_i=\dot{R}\frac{\partial}{\partial R}\langle i|h_0|i\rangle,
\tag{30}
$$

把(27),(29)代入(28)式可得到集体运动满足的方程

$$
\begin{aligned}
\mu\ddot{\boldsymbol{R}}= & -\frac{\partial U}{\partial\boldsymbol{R}}-\dot{\boldsymbol{R}}\sum_{i,j}F(\varepsilon_i,\ \varepsilon_j)(\varepsilon_i-\varepsilon_j)\overline{\left|\left\langle i\left|\frac{\partial h_0}{\partial R}\right|j\right\rangle\right|^2}\cdot\langle n_j\rangle(1-\langle n_i\rangle) \\
& -\frac{\dot{\boldsymbol{R}}}{2\dot{R}^2}\sum_{ijkl}G(\varepsilon_i+\varepsilon_j,\ \varepsilon_k+\varepsilon_l)\cdot(\varepsilon_i+\varepsilon_j-\varepsilon_k-\varepsilon_l) \\
& \cdot\overline{|\langle ij|V|kl-lk\rangle|^2}\cdot(1-\langle n_i\rangle)(1-\langle n_j\rangle)\langle n_k\rangle\langle n_l\rangle,
\end{aligned}
\tag{31}
$$

上式的物理意义是清楚的，右边第一项是保守力，第二、三项是摩擦力. 耦合方程组(27)和(31)用来描述集体运动耗散和内禀自由度趋向平衡的过程. 当然进行实际计算时，为减少计算量可通过封闭费米海底及高激发的单粒子态.

参　考　文　献

[1] 卓益忠等，科学通报，**7**(1981)，401.
[2] 卓益忠等，高能物理与核物理，**3**(1979)，501；**5**(1981)，584.
[3] 冯仁发等，原子能科学技术，**6**(1981)，703.
[4] C. M. Nemes and H. A. Weidenmüller, *Phys. Rev. C*, (in press).
[5] G. Schütte and L. Wilets, *Phys. Rev.*, **C25**(1982), 673.

DESCRIPTIONS OF THE EQUILIBRATION PROCESS OF THE INTRINSIC DEGREES OF FREEDOM AND DISSIPATIVE PROCESS OF THE NUCLEAR COLLECTIVE MOTION

Feng Ren-fa　Zhang Jing-shang　Ma Zhong-yu　Wu Xi-zhen　Zhuo Yi-zhong
(Institute of Atomic Energy, Academia Sinica)

Abstract

In this paper the Hamiltonian model is used for studying the nuclear dynamics by taking both the one-body and two-body interaction mechanisms into account. On the basis of the Von Neuman equation the coupling between the collective motion and the single particle degrees of freedom is discussed. Thus, the equations obtained are physically transparent and easy for numerical computations. They may be useful for describing the dissipative process of the nuclear collective motion as well as the equilibration process of the intrinsic degrees of freedom.