

非阿贝尔手征陪集纯规范场的禁闭性质

阮图南 刘祖伟 井思聪
(中国科学技术大学近代物理系)

摘 要

本文利用格点规范理论的方法讨论手征对称性的非阿贝尔陪集纯规范场对体系禁闭性质的影响。具体计算了陪集 $G/H = SU(2)_L \times SU(2)_R/SU(2)$ 模型的流-流传播子,发现陪集空间纯规范场只提供一个线度律因子,不影响物理系统的禁闭性质。

一、引 言

层子禁闭问题是当前粒子物理学中最重要的问题之一。自从提出用非阿贝尔规范理论描述强子内部层子之间的相互作用以来,我们对于层子的禁闭机制有了更深入的理解,规范群的拓扑结构很可能是造成层子之间线性禁闭位势的内在原因。因此,近年来人们对非阿贝尔规范理论进行了许多研究工作,陪集空间纯规范场的理论就是其中之一^[1]。

为了利用格点规范理论^[2]研究陪集空间纯规范场对于体系禁闭性质的影响,我们在文献[3]中建立了陪集空间纯规范场的点阵形式,并证明了在阿贝尔 $U(1) \times U(1)^2/U(1)$ 模型中,当冻结 Higgs 场的径向分量时,陪集纯规范场对子群 $H = U(1)$ 的 Wilson 回路积分的规范场平均值提供一个线度律因子,因而不影响体系的禁闭性质。本文则进一步研究非阿贝尔手征群的情形,具体计算了 $SU(2)_L \times SU(2)_R/SU(2)$ 模型的流-流传播子,也得到陪集纯规范场积分对子群 $H = SU(2)$ 的 Wilson 回路算子的平均值提供线度律因子的结果。

本文的安排如下,在第二节中给出了 $SU(2)_L \times SU(2)_R/SU(2)$ 模型的点阵作用量。由于计算流-流传播子时涉及对于非阿贝尔陪集的积分,所以在第三节中通过用群空间不变长度定义陪集不变测度的方法^[4],给出了 $SU(2)^2$ 陪集的积分公式。然后,在第四节中计算了流-流传播子,并对结果进行了一些讨论。

二、 $SU(2)_L \times SU(2)_R/SU(2)$ 模型

按照陪集空间纯规范场的一般理论^[1],在群 $G = SU(2)_L \times SU(2)_R$ 下定域规范不变的拉氏函数可以写为

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^i F_{\mu\nu}^i - \bar{\psi} \gamma_\mu (\partial_\mu + \hat{B}_\mu) \psi - G \bar{\psi} \left(\frac{1+\gamma_5}{2} \psi + \frac{1-\gamma_5}{2} \psi^+ \right) \psi \\ & - \frac{1}{4} \text{Tr} \{ (\partial_\mu \Phi^+ + \hat{B}_{\mu L} \Phi^+ - \Phi^+ \hat{B}_{\mu R}) (\partial_\mu \Phi + \hat{B}_{\mu R} \Phi - \Phi \hat{B}_{\mu L}) \} \\ & - V \left(\frac{1}{2} \text{Tr} \Phi^+ \Phi \right), \end{aligned} \quad (2.1)$$

其中 $F_{\mu\nu}^i$ 是子群 $H = SU(2)$ 的规范场强,

$$F_{\mu\nu}^i = \partial_\mu A_\nu^i - \partial_\nu A_\mu^i + g f_{ijk} A_\mu^j A_\nu^k, \quad (2.2)$$

\hat{B}_μ 是由陪集空间纯规范场构成的群 G 上的规范势,

$$\hat{B}_\mu = \phi_0 (\partial_\mu + \hat{A}_\mu) \phi_0^{-1}, \quad \phi_0 \in G/H, \quad (2.3)$$

而 $\hat{B}_{\mu L}$ 和 $\hat{B}_{\mu R}$ 由下式决定

$$\hat{B}_\mu = \frac{1+\gamma_5}{2} \hat{B}_{\mu L} + \frac{1-\gamma_5}{2} \hat{B}_{\mu R}. \quad (2.4)$$

根据文献[3]的讨论, (2.1) 相应的点阵作用量是

$$\begin{aligned} A = & \frac{1}{2g^2} \sum_{n,\mu,\nu} \text{Tr} (U_{n\mu} U_{n+\hat{\mu},\nu} U_{n+\hat{\nu},\mu}^+ U_{n\nu}^+) - K \sum_{n,\mu} \bar{\psi}_n \gamma_\mu e^{i\hat{\theta}_n^0 \tau_3} U_{n\mu} e^{-i\hat{\theta}_{n+\hat{\mu}}^0 \tau_3} \psi_{n+\hat{\mu}} \\ & + K \sum_{n,\mu} \bar{\psi}_{n+\hat{\mu}} \gamma_\mu e^{i\hat{\theta}_{n+\hat{\mu}}^0 \tau_3} U_{n\mu}^+ e^{-i\hat{\theta}_n^0 \tau_3} \psi_n - G a^4 \sum_n \bar{\psi}_n \left(\frac{1+\gamma_5}{2} \psi_n + \frac{1-\gamma_5}{2} \psi_n^+ \right) \psi_n \\ & + \frac{a^2}{4} \sum_{n,\mu} \text{Tr} (e^{i\hat{\theta}_n^0} U_{n\mu} e^{-i\hat{\theta}_{n+\hat{\mu}}^0} \Phi_{n+\hat{\mu}}^+ e^{-i\hat{\theta}_{n+\hat{\mu}}^0} U_{n\mu}^+ e^{i\hat{\theta}_n^0} \Phi_n + \text{h.c.}) \\ & - \frac{5}{4} a^2 \sum_n \text{Tr} (\Phi_n^+ \Phi_n) - a^4 \sum_n V \left(\frac{1}{2} \text{Tr} \Phi_n^+ \Phi_n \right), \end{aligned} \quad (2.5)$$

其中 $K = \frac{a^3}{2}$, $U_{n\mu} = e^{a A_{n\mu}}$, $\hat{A}_{n\mu} = -ig \frac{\boldsymbol{\tau}}{2} \cdot \mathbf{A}_{n\mu}$, $\boldsymbol{\tau}$ 是 Pauli 矩阵, Φ_n 是 Higgs 场. 在

上式中已经将陪集纯规范场 ϕ_n^0 参数化为 $\hat{\theta}_n^0$, 即

$$\phi_n^0 = e^{i\hat{\theta}_n^0 \tau_3}, \quad \hat{\theta}_n^0 = \boldsymbol{\theta}_n^0 \cdot \frac{\boldsymbol{\tau}}{2}. \quad (2.6)$$

容易看出作用量 (2.5) 在下列点阵上的定域规范变换下不变,

$$\begin{cases} \psi'_n = e^{i\hat{a}_n \tau_3} e^{i\hat{b}_n} \psi_n \\ \Phi'_n = e^{-i\hat{a}_n} e^{i\hat{b}_n} \Phi_n e^{-i\hat{b}_n} e^{-i\hat{a}_n} \\ U'_{n\mu} = e^{i\hat{b}'_n} U_{n\mu} e^{-i\hat{b}'_{n+\hat{\mu}}} \\ \hat{\theta}'_n = \hat{\theta}_n, \end{cases} \quad (2.7)$$

其中 $g_n = e^{i\hat{a}_n \tau_3} e^{i\hat{b}_n}$ 是群 G 的任一元素, $\hat{a}_n = \boldsymbol{\alpha}_n \cdot \frac{\boldsymbol{\tau}}{2}$, $\hat{b}_n = \boldsymbol{b}_n \cdot \frac{\boldsymbol{\tau}}{2}$, 而 $\hat{b}'_n, \hat{\theta}'_n$ 满足条件

$$e^{i\hat{a}_n \tau_3} e^{i\hat{b}_n} e^{i\hat{\theta}_n^0 \tau_3} = e^{i\hat{b}'_n \tau_3} e^{i\hat{\theta}'_n}. \quad (2.8)$$

由于理论具有 γ_5 对称性, 费米子可以通过 Higgs 场 Φ_n 的真空自发破缺获得质量. 把 Φ_n 场参数化, 即引入实数场 ρ_n 和 χ_n , 使

$$\Phi_n = \rho_n e^{i\hat{\chi}_n}, \quad \hat{\chi}_n = \boldsymbol{\chi}_n \cdot \frac{\boldsymbol{\tau}}{2}. \quad (2.9)$$

由于讨论层子的禁闭性质就是讨论静态层子之间的相互作用,因此可以在基态附近作微扰展开. 这样一种图象相当于冻结标量场 ρ_n , 即令 $\rho_n = \rho_0$. 在舍去一些常数项之后,作用量 A 可以写为

$$\begin{aligned}
 A = & \frac{1}{2g^2} \sum_{n,\mu,\nu} \text{Tr} (U_{n\mu} U_{n+\hat{\mu},\nu} U_{n+\hat{\mu},\nu}^+ U_{n\nu}^+) - K \sum_{n,\mu} \bar{\psi}_n \gamma_\mu e^{i\hat{\theta}_n^0 \gamma_\mu} U_{n\mu} e^{-i\hat{\theta}_{n+\hat{\mu}}^0 \gamma_\mu} \psi_{n+\hat{\mu}} \\
 & + K \sum_{n,\mu} \bar{\psi}_{n+\hat{\mu}} \gamma_\mu e^{i\hat{\theta}_{n+\hat{\mu}}^0 \gamma_\mu} U_{n\mu}^+ e^{-i\hat{\theta}_n^0 \gamma_\mu} \psi_n - c \sum_n \bar{\psi}_n e^{i\hat{\chi}_n \gamma_5} \psi_n \\
 & + \frac{a^2 \rho_0^2}{4} \sum_{n,\mu} \text{Tr} (e^{i\hat{\theta}_n^0} e^{i\hat{\chi}_n} e^{i\hat{\theta}_n^0} U_{n\mu} e^{-i\hat{\theta}_{n+\hat{\mu}}^0} e^{-i\hat{\chi}_{n+\hat{\mu}}} e^{-i\hat{\theta}_{n+\hat{\mu}}^0} U_{n\mu}^+ + \text{h.c.}), \quad (2.10)
 \end{aligned}$$

其中 $c = Ga^4 \rho_0$.

下面通过计算点阵上的流-流传播子来讨论体系的禁闭性质^[2]. 按照格点规范理论,在点阵上计算场论的传播子可以取相应物理量的统计平均值来代替. 因此;可将点阵上的流-流传播子写为

$$D_{l_0} = \frac{\int [dU][d\phi][d\chi][d\phi d\bar{\psi}][\bar{\psi}_l \Gamma \phi_l \bar{\psi}_0 \Gamma_0 \phi_0] e^A}{\int [dU][d\phi][d\chi][d\phi d\bar{\psi}] e^A}, \quad (2.11)$$

其中 $\int [dU]$ 表示子群 H 上的不变积分, $\int [d\phi]$ 表示对陪集元素的参数的积分, $\int [d\chi]$ 表示对 Higgs 场相角的积分, $\int [d\phi d\bar{\psi}]$ 表示对费米子场的积分, A 是作用量(2.10), Γ 和 Γ_0 是各种 γ 矩阵. 由于应该选取在群 G 的定域规范变换(2.7)下不变的物理量的平均值作为关联函数^[4], 所以 Γ 和 Γ_0 可以取 γ_μ 或 $\gamma_\mu \gamma_5$. 又由于在(2.11)中含有对子群元素及陪集元素的积分,因此在下一节中先计算这些积分.

三、陪集元素的积分

按照李群的理论,对于任一给定的紧致李群 G , 存在唯一的群上积分测度, 它应该是群上不变的, 而且是可归一的, 即

$$\int [dg] f(g) = \int [dg] f(g_0 g g_1) = \int [dg] f(g^{-1}), \quad \int [dg] = 1. \quad (3.1)$$

其中 g 是群 G 的元素, $f(g)$ 是 g 的任一函数, 而 g_0 和 g_1 是群 G 的任意固定的元素. Creutz 曾给出计算 $SU(N)$ 不变积分的图解法^[4], 但他并未给出陪集元素积分的计算方法. 我们采用文献[1]的方法, 从群流形空间的不变长度来确定子群和陪集上积分的不变测度, 从而得到子群上不变积分和陪集元素积分的解析计算方法.

对于子群 $H = SU(2)$ 选取一个定域坐标系 $b_l (l = 1, 2, 3)$ 把群元 h 参数化为

$$h = e^{i\mathbf{b} \cdot \frac{\boldsymbol{\tau}}{2}} = \cos \frac{b}{2} + i \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n} \sin \frac{b}{2}, \quad (3.2)$$

其中 $b = |\mathbf{b}|$, $\mathbf{n} = \frac{\mathbf{b}}{b}$. 定义子群 H 的流形空间上的不变长度

$$dS_H^2 = \frac{1}{2} \text{Tr}(hdh^{-1})^+(hdh^{-1}) = d\mathbf{b} \cdot \mathbf{g}_H \cdot d\mathbf{b}, \quad (3.3)$$

其中

$$\mathbf{g}_H = \tilde{\mathbf{n}}\tilde{\mathbf{n}} + \frac{4\sin^2 \frac{b}{2}}{b^2} (\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{n}}\tilde{\mathbf{n}}), \quad (3.4)$$

而 \mathbf{I} 是单位并矢. 可以求得 \mathbf{g}_H 的行列式为

$$g_H = \det(\mathbf{g}_H) = \left(\frac{4\sin^2 \frac{b}{2}}{b^2} \right)^2. \quad (3.5)$$

由此可得子群 H 上的不变测度为

$$[dh] = N \frac{4\sin^2 \frac{b}{2}}{b^2} d^3b. \quad (3.6)$$

根据群 $SU(2)$ 与群 $O(3)$ 的同态关系, 可以确定积分区域是参数 b , 空间中半径为 2π , 中心在坐标原点的球, 因此由归一化条件可得 $N = \frac{1}{16\pi^2}$. 于是 (3.6) 式可以写为

$$[dh] = \frac{dQ}{4\pi} \frac{\sin^2 \frac{b}{2}}{\pi} db, \quad (3.7)$$

其中 dQ 是立体角元. 求得子群 H 的不变测度之后, 就可以计算群上积分. 例如一般地有

$$\int [dh] f(h) = \int \frac{dQ}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{db}{\pi} \sin^2 \frac{b}{2} f\left(\cos \frac{b}{2} + i\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n} \sin \frac{b}{2}\right). \quad (3.8)$$

对于陪集 $G/H = SU(2)^3$, 也可以选取一个定域坐标系 $\mathbf{a}_l (l=1, 2, 3)$ 把陪集元素 ϕ 参数化为

$$\phi = e^{i\boldsymbol{\alpha} \cdot \frac{\boldsymbol{\tau}}{2}} = \cos \frac{a}{2} + i\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{e} \gamma_5 \sin \frac{a}{2}, \quad (3.9)$$

其中 $a = |\boldsymbol{\alpha}|$, $\mathbf{e} = \frac{\boldsymbol{\alpha}}{a}$. 引进群 $G = SU_L(2) \times SU_R(2)$ 流形空间上的不变长度

$$dS^2 = \frac{1}{2} \text{Tr}(gdg^{-1})^+(gdg^{-1}). \quad (3.10)$$

利用 $g = \phi h$ 以及 ϕ 和 h 的参数表示, 同样可以求得群 G 的不变测度为

$$[dg] = N \frac{4\sin^2 \frac{b}{2}}{b^2} d^3b \cdot N' \frac{\sin^2 a}{a^2} d^3a = [dh][d\phi], \quad (3.11)$$

其中 $[d\phi]$ 是陪集 G/H 的不变测度. 取陪集元素的积分区域为参数 a , 空间中半径为 2π , 中心在坐标原点的球, 则由归一化条件可得 $N' = \frac{1}{4\pi^2}$. 于是陪集 G/H 的不变测度可以写为

$$[d\phi] = \frac{dQ}{4\pi} \frac{\sin^2 a}{\pi} da, \quad (3.12)$$

从而陪集元素的积分可按式计算

$$\int [d\phi] f(\phi) = \int \frac{dQ}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{da}{\pi} \sin^2 a f\left(\cos \frac{a}{2} + i\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{e} \gamma_5 \sin \frac{a}{2}\right). \quad (3.13)$$

特别地,若记 $\varphi = e^{i\mathbf{a} \cdot \frac{\boldsymbol{\tau}}{2}}$, 对于偶数个 φ^2 的乘积

$$f(\varphi^2) = \varphi^2(1) \cdots \varphi^2(2K), \quad (3.14)$$

有公式

$$\int [d\phi] f(\varphi^2) = \int [dh] f(h). \quad (3.15)$$

因此对于(3.14)式类型的陪集元素的函数的积分,可以直接利用子群不变积分的一些相应结果.

四、流-流传播子的计算

现在计算点阵上的流-流传播子(2.11)式. 将式中的 e^A 按 K 的幂次展开, 先对费米子场积分, 显然在 e^A 的展开式中只有经过 l 和 o 两个格点并且构成封闭迴路的项才对积分有贡献. 对于图1所示的平面矩形迴路, 流-流传播子可以写为:

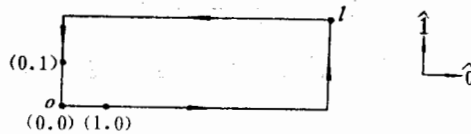


图 1

$$\begin{aligned} D_{lo} = & \frac{1}{Z} \int [dU][d\phi][d\chi][d\psi d\bar{\psi}] \bar{\psi}_l \Gamma \psi_l \bar{\psi}_o \Gamma_o \psi_o \\ & \cdot (-)^{\frac{1}{2}KL} \bar{\psi}_{00} \gamma_o e^{i\delta_{00}^0 \gamma_5} U_{00,0} e^{-i\delta_{10}^0 \gamma_5} \psi_{10} \bar{\psi}_{10} \gamma_o e^{i\delta_{10}^0 \gamma_5} U_{10,0} e^{-i\delta_{20}^0 \gamma_5} \psi_{20} \\ & \cdots \bar{\psi}_{01} \gamma_1 e^{i\delta_{01}^0 \gamma_5} U_{00,1} e^{-i\delta_{00}^0 \gamma_5} \psi_{00} e^{-\sum_n \bar{\psi}_n e^{i\delta_n^0 \gamma_5} \psi_n} e^{A'_0 + A''_0}, \end{aligned} \quad (4.1)$$

其中 L 是经过 o 和 l 两个格点的最短封闭迴路所含的键数, 不妨设 $\frac{L}{2}$ 是偶数, 而

$$Z = \int [dU][d\phi][d\chi][d\psi d\bar{\psi}] e^{A'_0 + A''_0}, \quad (4.2)$$

$$A'_0 = \frac{1}{2g^2} \sum_{n,\mu,\nu} \text{Tr}(U_{n\mu} U_{n+\hat{\mu},\nu} U_{n+\hat{\mu},\nu}^+ U_{n\mu}^+), \quad (4.3)$$

$$A''_0 = \frac{a^2 \rho_0^2}{4} \sum_{n,\mu} (T_{n\mu} + T_{n\mu}^+), \quad (4.4)$$

其中

$$T_{n\mu} = \text{Tr}(e^{i\delta_n^0} e^{i\delta_n^0} e^{i\delta_n^0} U_{n\mu} e^{-i\delta_{n+\hat{\mu}}^0} e^{-i\delta_{n+\hat{\mu}}^0} e^{-i\delta_{n+\hat{\mu}}^0} U_{n\mu}^+), \quad (4.5)$$

$$T_{n\mu}^+ = \text{Tr}(e^{i\delta_{n+\hat{\mu}}^0} e^{i\delta_{n+\hat{\mu}}^0} e^{i\delta_{n+\hat{\mu}}^0} U_{n\mu}^+ e^{-i\delta_n^0} e^{-i\delta_n^0} e^{-i\delta_n^0} U_{n\mu}). \quad (4.6)$$

在完成对费米子场的积分之后,可以得到

$$D_{10} = \frac{-K^L}{C^{L+2}} \text{Tr}(\cdots \Gamma \cdots \Gamma_0) \int [dU][d\phi][d\chi] \text{Tr}(U_{00,0} e^{i\theta_{10}^0} e^{i\chi_{10}^0} e^{i\theta_{10}^0} \\ \times U_{10,0} e^{-i\theta_{20}^0} e^{-i\chi_{20}^0} e^{-i\theta_{20}^0} \cdots e^{-i\theta_{01}^0} e^{-i\chi_{01}^0} e^{-i\theta_{01}^0} U_{00,1}^+) e^{A'_0 + A''_0} / Z_0, \quad (4.7)$$

其中

$$Z_0 = \int [dU][d\phi][d\chi] e^{A'_0 + A''_0}, \quad (4.8)$$

而 $\text{Tr}(\cdots \Gamma \cdots \Gamma_0)$ 表示对费米子场积分后得到的一系列 γ 矩阵乘积的迹. (4.7) 式表明对费米子积分的结果留下了这样的迴路积分: 除了格点 O 和 l 之外,

$$e^{i\theta_n^0} e^{i\chi_n^0} e^{i\theta_n^0} \text{ 和 } e^{-i\theta_m^0} e^{-i\chi_m^0} e^{-i\theta_m^0}$$

依次相间地沿迴路放置在格点上,而迴路的键上则放有子群规范场所构成的 $U_{n\mu}$.

由于 Higgs 场的相角 χ_n 是独立的自由度,所以 (4.7) 式中对 χ_n 的积分可以利用前一节的积分公式 (3.8). 先把 (4.7) 式中的 $e^{A''_0}$ 按 $\frac{a^2 \rho_0^2}{4}$ 的幂次展开,显然在分母的展开式中只有 $\frac{a^2 \rho_0^2}{4}$ 的偶次幂项有贡献,在分子的展开式中只有 $\frac{a^2 \rho_0^2}{4}$ 的 $\frac{L}{2} + 2p$ 次幂项有贡献 ($p = 0, 1, 2, \cdots$).

首先计算 (4.7) 式的分母,这实际上是一系列真空图之和:

$$Z_0 = \int [dU] e^{A'_0} \int [d\phi][d\chi] \exp \left\{ \frac{a^2 \rho_0^2}{4} \sum_{n,\mu} (T_{n\mu} + T_{n\mu}^+) \right\} \\ = \int [dU] e^{A'_0} \int [d\phi][d\chi] \left\{ 1 + \frac{(a^2 \rho_0^2)^2}{2! 4^2} \left[\sum_{n,\mu} (T_{n\mu} + T_{n\mu}^+) \right]^2 + \cdots \right\}. \quad (4.9)$$

上式的二次项中只有在同一键放置两个 $T_{n\mu}$ 、 $T_{n\mu}^+$ 类型的量的那些项才不为零,在每个键上放置两个 $T_{n\mu}$ 、 $T_{n\mu}^+$ 的方式共有 4 种,即 $T_{n\mu} T_{n\mu}$ 、 $T_{n\mu} T_{n\mu}^+$ 、 $T_{n\mu}^+ T_{n\mu}$ 和 $T_{n\mu}^+ T_{n\mu}^+$. 由前一节的积分公式可知每种放置方式的贡献都相等,即

$$\int [d\phi][d\chi] T_{n\mu} T_{n\mu} = \int [d\phi][d\chi] T_{n\mu} T_{n\mu}^+ = \int [d\phi][d\chi] T_{n\mu}^+ T_{n\mu} \\ = \int [d\phi][d\chi] T_{n\mu}^+ T_{n\mu}^+ = 1$$

设整个点阵上有 M 条键,则 (4.9) 式等于

$$Z_0 = \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{a^2 \rho_0^2}{4} \right)^2 4M + \cdots \right] \int [dU] e^{A'_0}. \quad (4.10)$$

其次,在 (4.7) 式的分子中有贡献的最低次项为 $\frac{L}{2}$ 次项. 当 $T_{n\mu}$ 或 $T_{n\mu}^+$ 沿迴路依次相间地排列时,正好可以使迴路上各格点的积分均不为零. 这是一个基本的“半线度”图形 (见图 2). 考虑到在每一键上或者放置 $T_{n\mu}$ 或者放置 $T_{n\mu}^+$, 因此共有

$$2 \times 2^{\frac{L}{2}} \times \left(\frac{L}{2} ! \right)$$

种可能的放置方式,这里第一个因子 2 表示图 2 的“半线度”图形有两种. 每一种放置方式的贡献用前一节的积分公式可以求出,它们都等于

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{L}{2}} \int [dU] W(c) e^{A'_0}, \quad (4.11)$$

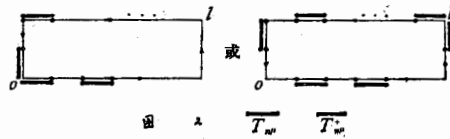


图 2

即对每一对格点上的陪集元素和 Higgs 场的相角积分后都得到一个因子 $\frac{1}{2}$, 而 $W(c)$ 是通常的 Wilson 迴路算子, 在此处它等于

$$W(c) = \text{Tr}(U_{00,0} U_{10,0} \cdots U_{00,1}). \quad (4.12)$$

因此, (4.7) 式的分子中有贡献的第一项等于

$$\frac{1}{\left(\frac{L}{2}\right)!} \left(\frac{a^2 \rho_0^2}{4}\right)^{\frac{L}{2}} 2 \cdot 2^{\frac{L}{2}} \left(\frac{L}{2}\right)! \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{L}{2}} \int [dU] W(c) e^{A'_0} = 2 \left(\frac{a^2 \rho_0^2}{4}\right)^{\frac{L}{2}} \int [dU] W(c) e^{A'_0}. \quad (4.13)$$

(4.7) 式的分子中有贡献的下一项是 $\frac{L}{2} + 2$ 次项, 这时 $\frac{L}{2} + 2$ 个 $T_{n\mu}$ 或 $T_{n\mu}^+$ 可以

在点阵上排成如图 3 所示的五类图形.

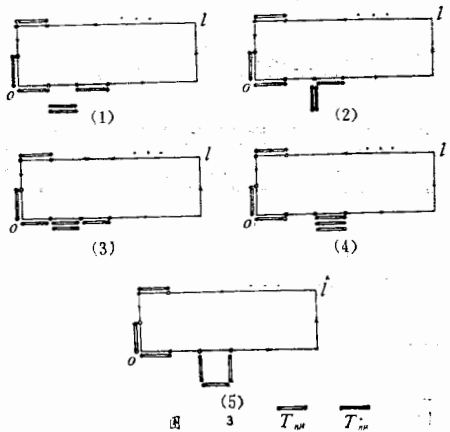


图 3

第一类图形以 $\frac{L}{2}$ 个 $T_{n\mu}$ 或 $T_{n\mu}^+$ 构成基本的“半线度”图形, 还剩下的 2 个 $T_{n\mu}$ 或 $T_{n\mu}^+$ 共同放置在点阵上与迴路不相联接的任意一条键上. 第二类图形与第一类图形的不同之处在于构成“半线度”图形之外剩下的 2 个 $T_{n\mu}$ 或 $T_{n\mu}^+$ 共同放置在点阵上与迴路相联的任一条键上. 在第三类图形中这剩下的 2 个 $T_{n\mu}$ 或 $T_{n\mu}^+$ 共同放置在迴路上“半线度”图形以外的任一条键上. 第四类图形中这剩下的 2 个 $T_{n\mu}$ 或 $T_{n\mu}^+$ 共同放置在迴路上“半线度”图形内的任一条键上. 第五类图形以 $\frac{L}{2} + 2$ 个 $T_{n\mu}$ 或 $T_{n\mu}^+$ 构

成了带有一个新的附加基本方格的“半线度”图形.

将上述五类图形的贡献相加, 得到 (4.7) 式分子中有贡献的第二项等于

$$4 \left(\frac{a^2 \rho_0^2}{4}\right)^{\frac{L}{2}+2} \left(M + \frac{4}{3}L\right) \int [dU] W(c) e^{A'_0}. \quad (4.14)$$

由于 M 是整个点阵上的总键数, 远远大于 L , 即 $M \gg L$, 所以 (4.14) 式近似地等于

$$4 \left(\frac{a^2 \rho_0^2}{4}\right)^{\frac{L}{2}+2} M \int [dU] W(c) e^{A'_0}. \quad (4.15)$$

把 (4.10)、(4.13) 和 (4.15) 式的结果代入 (4.7) 式, 可以得到

$$D_{I_0} \sim \frac{2 \left(\frac{\alpha^2 \rho_0^2}{4} \right)^{\frac{L}{2}} \left\{ 1 + 2M \left(\frac{\alpha^2 \rho_0^2}{4} \right)^2 + \dots \right\} \int [dU] W(c) e^{A_0}}{\left\{ 1 + 2M \left(\frac{\alpha^2 \rho_0^2}{4} \right)^2 + \dots \right\} \int [dU] e^{A_0}}. \quad (4.16)$$

若继续考虑高阶修正, 则由于 $M \gg L$, 这种高阶修正仍然会被高阶真空图所抵消. 因此

$$D_{I_0} \sim \exp \left(\frac{L}{2} \ln \frac{\alpha^2 \rho_0^2}{4} \right) \cdot \langle W(c) \rangle, \quad (4.17)$$

其中

$$\langle W(c) \rangle = \frac{\int [dU] W(c) e^{A_0}}{\int [dU] e^{A_0}}. \quad (4.18)$$

是子群上 Wilson 迴路算子的子群规范场平均值. 由此可见, 陪集纯规范场与 Higgs 场相角的积分对流-流传播子只提供一个线度律因子.

我们知道, 只要耦合常数 g 充分大, 任何紧致李群的格点规范理论都存在禁闭相^[5]. 从(4.17)式可见, 在子群规范场是强耦合的情形, 由于 $\langle W(c) \rangle$ 遵从面积律, 手征陪集纯规范场提供的线度律不能改变线性位势的结果. 即使在弱耦合情形, 只要子群是非阿贝尔规范群, 对于 4 维时空的理论也不出现相变^[6], 即 $\langle W(c) \rangle$ 仍然遵从面积律. 因此, 体系的禁闭性质完全由子群所决定.

参 考 文 献

- [1] 周光召、杜东生、阮图南, 中国科学, **22**(1979), 142; 周光召, 中国科学, **23**(1980), 19;
Zhou Guang-zhao, Ruan Tu-nan, Proceedings of the 1980 Guangzhou Conference on Theoretical Particle Physics, P. 902.
- [2] K. Wilson, *Phys. Rev.*, **D10** (1974), 2445.
- [3] 阮图南、井思聪、刘祖伟, «陪集纯规范场的点阵形式» (待发表), «阿贝尔手征陪集纯规范场的禁闭性质», (本期).
- [4] M. Creutz, *J. Math. Phys.*, **19** (1978), 2043.
- [5] J. Kogut, *Rev. Mod. Phys.*, **51** (1979), 659.
- [6] L. Kadanoff, *Rev. Mod. Phys.*, **49** (1977), 267.

CONFINEMENT PROPERTIES OF THE PURE GAUGE FIELDS ON COSET SPACE OF A NON-ABELIAN CHIRAL GROUP

RUAN TU-NAN LIU ZU-WEI JING SI-CONG

(University of Science and Technology of China)

ABSTRACT

The influence of coset pure gauge fields of a non-abelian chiral group on confinement properties of a quark system is discussed in lattice gauge theories. By calculating the current-current propagator of the model $G/H = SU(2)_L \times SU(2)_R/SU(2)$, it is found that the pure gauge fields on coset space contribute only a perimeter law factor which has no influence on confinement properties of the system.