

# 关于钠 D 线反常色散区 切伦柯夫辐射的讨论

冯正永 徐克尊 王明谦 杨炳忻

(中国科学技术大学近代物理系)

## 摘 要

本文考虑到发射和吸收同是反常切伦柯夫辐射物理机制的重要内容,讨论了电子束流通过钠蒸汽产生反常切伦柯夫辐射的可能性及其特征,计算了入射束流能量、钠蒸汽压、出射光子穿越介质厚度诸因素对于辐射流强、角分布和谱线红移的影响。

## 一、引 言

当带电粒子穿过透明介质,如果它的速度  $v$  大于光在该介质中的相速度  $c/n$  ( $c$  为真空中光速,  $n$  为介质折射率),就会产生切伦柯夫辐射<sup>[1]</sup>。由量子理论的计算得到,单位路程放出的频率在  $\nu \sim \nu + d\nu$  之间的光子数为:

$$dN = \frac{1}{137} \frac{2\pi Z^2}{c} \left(1 - \frac{1}{n^2\beta^2}\right) d\nu \quad (1)$$

而辐射光子与带电粒子运动方向之夹角  $\theta$  由下式决定:

$$\cos\theta = \frac{1}{n\beta} \quad (2)$$

其中,  $\beta = v/c$ 。辐射的连续谱、确定的发射角和要求一个较大的带电粒子能量阈值

$$\beta \geq \beta_m = \frac{1}{n} \quad (3)$$

是通常情况下气体 ( $n_v \sim 1.00$ ) 切伦柯夫辐射的特点。

尤峻汉、程富华在讨论类星体光谱时指出<sup>[2]</sup>,由于在气体介质的特征谱线近傍的反常色散区内,  $n_v$  可以显著大于 1, 此时就会产生相应谱率的切伦柯夫线谱辐射。因为此处  $n_v \gg 1.00$ , 故所需带电粒子能量阈值也就比通常切伦柯夫辐射所要求的阈值低得多。这就是反常切伦柯夫辐射。徐克尊实验小组用最大能量为 2.2MeV 的 <sup>90</sup>Sr  $\beta$  源,分别测量并初步证明了空气、溴蒸汽、钠蒸汽中反常切伦柯夫辐射的存在<sup>[3]</sup>。本文目的是从理论上探讨钠蒸汽切伦柯夫线谱辐射的可能性及其特征,并计算其流强、角分布以及气压等因素对它们的影响。

进  
和

核

P.  
An-

n is  
hous  
fitt-  
the  
just-  
the

## 二、基本公式

在原子本征频率附近,其复折射率  $n' = n - ik_0$  (实部表示折射率,虚部  $k_0$  即消光系数)满足洛伦斯-洛伦兹方程<sup>[4]</sup>:

$$\frac{n'^2 - 1}{n'^2 + 2} = \frac{4\pi}{3} N_0 \alpha \quad (4)$$

其中,  $N_0$  为原子数密度,  $\alpha$  是原子极化率. 对于一个处在量子态  $m$  上的原子,极化率为

$$\alpha(\omega) = \frac{e^2}{m} \sum_{n \neq m} \frac{f_{mn}}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2) + i\Gamma_{mn}\omega} \quad (5)$$

求和遍及所有可能的量子态;  $\omega_{mn}$  是  $m \rightarrow n$  的辐射跃迁频率,  $f_{mn}$  为吸收振子强度,  $\Gamma_{mn}$  为量子阻尼常数.

对于象钠D线这样的双特征谱线或更多重的特征谱线区域,(5)式可写为

$$\alpha(\omega) = \frac{e^2}{m} \sum_j \frac{f_j}{(\omega_j^2 - \omega^2) + i\Gamma_j\omega} \quad (6)$$

以  $\nu_j = \omega_j/2\pi$  代入,(4)式化为

$$\frac{n'^2 - 1}{n'^2 + 2} = \frac{2N_0 e^2}{3m} \sum_j \frac{f_j}{2\pi(\nu_j^2 - \nu^2) + i\Gamma_j\nu} \quad (7)$$

解得:

$$n'^2 = \frac{1 + \frac{4N_0 e^2}{3m} \sum_j \frac{f_j}{2\pi(\nu_j^2 - \nu^2) + i\Gamma_j\nu}}{1 - \frac{2N_0 e^2}{3m} \sum_j \frac{f_j}{2\pi(\nu_j^2 - \nu^2) + i\Gamma_j\nu}} \quad (8)$$

令

$$b_j = \frac{2e^2}{3m} N_0 f_j \quad (9)$$

(8)式变为:

$$n'^2 = \frac{1 + 2 \sum_j \frac{b_j}{2\pi(\nu_j^2 - \nu^2) + i\Gamma_j\nu}}{1 - \sum_j \frac{b_j}{2\pi(\nu_j^2 - \nu^2) + i\Gamma_j\nu}} \quad (10)$$

而

$$\frac{b_j}{2\pi(\nu_j^2 - \nu^2) + i\Gamma_j\nu} = \frac{b_j[2\pi(\nu_j^2 - \nu^2) - i\Gamma_j\nu]}{4\pi^2(\nu_j^2 - \nu^2)^2 + \Gamma_j^2\nu^2}$$

故令

$$A_j = \frac{2\pi b_j(\nu_j^2 - \nu^2)}{4\pi^2(\nu_j^2 - \nu^2)^2 + \Gamma_j^2\nu^2}$$

$$B_j = \frac{b_j\Gamma_j\nu}{4\pi^2(\nu_j^2 - \nu^2)^2 + \Gamma_j^2\nu^2} \quad (11)$$

(10)式化为:

再

解

其

(1

射

粒

值

发

背

其

连

N<sub>0</sub>

大

理

$$n^2 = \frac{1 + 2 \sum_j (A_j - B_j i)}{1 - \sum_j (A_j - B_j i)} \quad (12)$$

再令:  $A = \sum_j A_j$ ,  $B = \sum_j B_j$ , 则有

$$n^2 = \frac{1 + 2A - 2Bi}{1 - A + Bi} \quad (13)$$

解之得:

$$n_v^2 = (S + \sqrt{S^2 + 9B^2})/2T \quad (14)$$

$$k_{0v}^2 = (-S + \sqrt{S^2 + 9B^2})/2T \quad (15)$$

其中,

$$S = (1 + 2A)(1 - A) - 2B^2 \quad (16)$$

$$T = (1 - A)^2 + B^2$$

(14)、(15) 式中, 用  $n_v$ 、 $k_{0v}$  代替  $n$  和  $k_0$  以表示它们随频率  $\nu$  而变化。考虑切伦柯夫辐射, (1)、(2) 式中的  $n$  亦应代以  $n_v$ 。因此, 如果不考虑吸收, 对于一定能量 ( $\beta$  一定) 的带电粒子, 对应于较大的  $n_v$  有较多的发射光子数和较大的发射角。只要原子数密度达到一定值, 比如 0.0005 大气压的钠蒸汽 5890 Å 谱线,  $n_v$  就可能很大, 以致由 (1)、(2) 式得到的发射极大值在接近  $\theta = 90^\circ$  处。

事实上, 发射光子还受到介质本身的吸收, 总的吸收系数包括介质的本征吸收和连续背景吸收(主要是光电吸收)两部分:

$$k_\nu = k_{\nu_1} + k_{\nu_2} \quad (17)$$

其中本征吸收为:

$$k_{\nu_1} = \frac{4\pi\nu}{c} k_{0\nu} \quad (18)$$

连续吸收为<sup>[5]</sup>:

$$k_{\nu_2} = \sum_n N_n \frac{32\pi^2 e^6 R Z^4 g'}{3 \sqrt{3} h^3 \nu^3 n^5} \quad (19)$$

$N_n$  是主量子数为  $n$  的原子数密度,  $R$  是里德堡常数,  $h$  是普朗克常数,  $g'$  是与 1 相差不大的冈特因子。求和对于所有电离能小于吸收光子能量  $h\nu$  的量子态进行。

发射和吸收同是反常切伦柯夫辐射机制的两个主要方面。在作反常切伦柯夫辐射的理论计算时, 必须同时考虑这两个因素。

### 三、关于钠 D 线的数值计算

#### 1. 折射率 $n_\nu$ 、吸收系数 $k_\nu$ 和 $n_\nu \sim k_\nu$ 曲线

对于钠 D 双线,  $\Gamma_{5895.92} = A_{5895.92} = 6.18 \times 10^7 \text{ 秒}^{-1}$ ,  $\Gamma_{5889.95} = A_{5889.95} = 6.22 \times 10^7 \text{ 秒}^{-1}$ ,  $f$  可以由下式算得:

$$g_i f = 1.499 \times 10^{-8} \lambda^2 g_k A \quad (20)$$

这里,  $A$  是相应能级的自发跃迁几率,  $g_i, g_k$  是低、高能级的统计权重,  $\lambda$  用微米作单位. 因此,  $f_{5895.92} = 0.3241$ ,  $f_{5889.95} = 0.6469^{[5,7]}$ .

根据(14)式计算得到的  $n_\nu$  值示于图1, 其中纵轴表示  $n_\nu$ , 横轴上面一行是  $\Delta\nu = \nu_{5889.95} - \nu$  (单位: 赫兹), 下面一行是波长位移量  $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_{5889.95}$  (单位:  $\text{\AA}$ ). 图中只画了在谱线  $5889.95 \text{ \AA}$  近傍  $n_\nu$  的变化, 在  $5895.92 \text{ \AA}$  近傍, 情形类似. 可见, (a) 当气压达到一并不很大的值时,  $n_\nu$  就可能很大; (b)  $n_\nu$  的极值位置随着气压的升高而逐渐远离本征频率, 向红端移动.

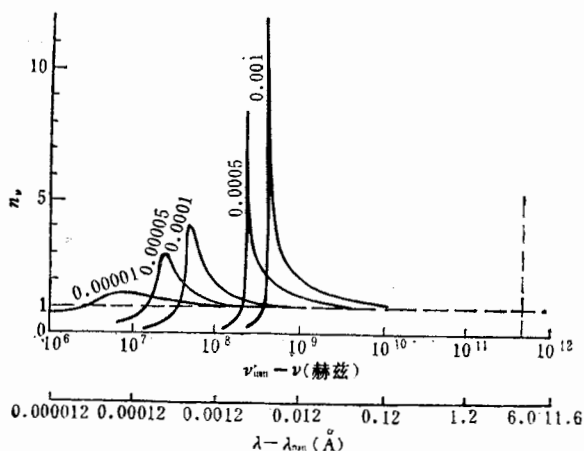


图1 在 Na 5890 线附近, 不同钠蒸汽压引起折射率  $n_\nu$  的变化

根据钠的能级图<sup>[8]</sup>, 能吸收钠 D 双线辐射光子而产生电离的较低能级是  $3d_{5/2}, 3d_{3/2}, 4p_{1/2}, 4p_{3/2}, 5s_{1/2}$  等等, 由玻耳兹曼分布, 处在这些能级的原子数密度是基态原子数密度的  $2.5 \times 10^{-46}$  (设温度  $T = 400^\circ\text{K}$ ), 因而连续吸收的贡献在我们的讨论中应予忽略. 主要的吸收来自本征频率附近的吸收, 即(15)、(18)式的计算结果.

计算表明, 对于图1的  $n_\nu$  曲线, 不论在何种气压下, 极值点左侧的吸收系数  $k_\nu$  都非常大, 趋于  $\infty$ . 因此, 我们只讨论对于切伦柯夫辐射有贡献的  $n_\nu$  曲线极值点右侧的部分. 图2是对于 Na5889.95 和 Na5895.92 计算得到的  $n_\nu \sim k_\nu$  曲线. 纵轴  $k_\nu$  是对数坐标, 单位:  $\text{cm}^{-1}$ . 可见, (a) 在同一气压下,  $n_\nu$  和  $k_\nu$  是同时增大的; (b) 随着气压的升高,  $n_\nu \sim k_\nu$  曲线将变得稍为平坦. 两组曲线的主要区别在于: 在 Na5889.95 情形, 曲线下部有一个向  $n_\nu = 1.00$  的突变, 这是由于 Na5895.92 谱线吸收区的影响.

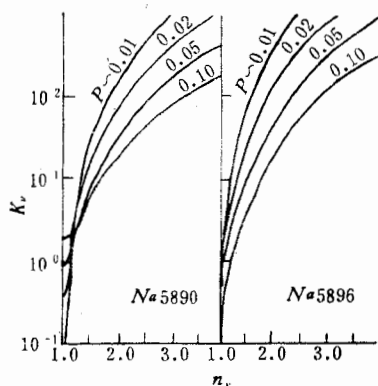


图2 钠蒸汽的  $n_\nu \sim k_\nu$  曲线

区, 才能实现切伦柯夫线谱辐射.

要得到显著的切伦柯夫线谱辐射, 必须有较大的  $n_\nu$  值和较小的  $k_\nu$  值. 由图2可见, 只在反常色散

2  
这  
为:

在传籍

所有过  
的球面

在  $\theta$  不  
J

$J_\nu(\theta)$   
反常切  
流, 束  
射束流

3.

图  
的流强  
由 Na  
而 Na  
线的不  
着汽日  
谱线系  
线, 随  
随着  $\theta$   
过小  
要面  
角  
机制

## 2. 辐射流强 $J_\nu(\theta)$

设入射带电粒子束流为  $I$ , 则单位路程上每秒产生的频率为  $\nu \sim \nu + d\nu$  的光子数为:

$$dN_\nu = \frac{1}{137} \frac{2\pi Z^2}{c} \left(1 - \frac{1}{n_\nu^2 \beta^2}\right) \frac{I}{e} d\nu \quad (21)$$

在传输过程中光子将被吸收一部分. 设光子穿越该介质厚度为  $l$ , 则

$$dN'_\nu = \frac{1}{137} \frac{2\pi Z^2 I^2}{ce} \left(1 - \frac{1}{n_\nu^2 \beta^2}\right) e^{-k_\nu l} d\nu \quad (22)$$

所有这些光子将沿着  $\theta_\nu = \cos^{-1}\left(\frac{1}{n_\nu \beta}\right)$  的方向成锥体发射, 打在离发射中心为  $l$ 、宽为  $d$  的球面带(图 3) 单位面积上的光子数为:

$$dN''_\nu = \frac{\frac{1}{137} \frac{2\pi Z^2 I}{ce} \left(1 - \frac{1}{n_\nu^2 \beta^2}\right) e^{-k_\nu l}}{2\pi dl \sin \theta_\nu} d\nu \quad (23)$$

在  $\theta$  不很小时, 为简便计, 取  $d = 1\text{cm}$ , 有

$$\begin{aligned} J_\nu(\theta) &= \frac{dN''_\nu}{d\nu} = \frac{1}{137} \frac{Z^2 I}{ce l \sin \theta_\nu} \left(1 - \frac{1}{n_\nu^2 \beta^2}\right) \cdot e^{-k_\nu l} \\ &= \frac{1}{137} \frac{Z^2 I}{ce l} \sin \theta_\nu \cdot e^{-k_\nu l} \end{aligned} \quad (24)$$

$J_\nu(\theta)$  单位: 光子数/cm<sup>2</sup>·秒·厘米辐射路程·赫兹. 因此, 反常切伦柯夫辐射流强  $J_\nu(\theta)$  主要取决于: 入射带电粒子束流、束流能量、光子穿越该介质厚度、钠蒸汽密度· $J_\nu(\theta)$  与入射束流的简单正比关系, 毋须赘述. 以下均取 1mA 的电子束流.

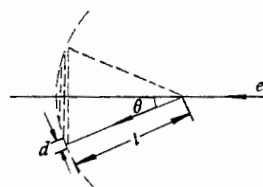


图 3 切伦柯夫辐射接收示意图

## 3. 双线特征

图 4 表示在不同的钠气压下, 根据 (24) 式得到的钠 D 双线反常色散区切伦柯夫辐射的流强角分布. 设入射电子能量  $E = 30\text{MeV}$ ,  $l = 10\text{cm}$ . 可以看出, 随着气压的升高, 由 Na5895.92 反常色散区引起的辐射(以下简称“Na5896 线”)角分布增宽、流强增大; 而 Na5890 线, 虽然角分布也随之增宽, 但流强却迅速下降. 这种 Na5890 线与 Na5896 线的不同表现, 来源于后者对前者的影响. 由图 1 知, 在反常色散区, 折射率峰值位置随着气压升高而向红端移动. 如果某谱线邻域的红端没有别的吸收线存在, 则其表现为单谱线特征(如 Na5896 线), 反常切伦柯夫辐射随着气压的升高而增大. 反之, 在 Na5890 线, 随着气压的升高, 这种红移逐渐进入了 Na5896 线的吸收区, 反常切伦柯夫辐射流强随着气压的升高反而减小了. 在气压非常小时, Na5890 线可能超过 Na5896 线, 但那时  $\theta$  过小, 使很难与通常切伦柯夫辐射相区别. 因此, Na5896 线表征了钠 D 双线辐射的主要面貌, 以后的讨论除非另外说明, 将均指 Na5896 线.

钠 D 双线区反常切伦柯夫辐射的这种现象突出说明了吸收和发射一样, 是辐射物理机制的重要内容.

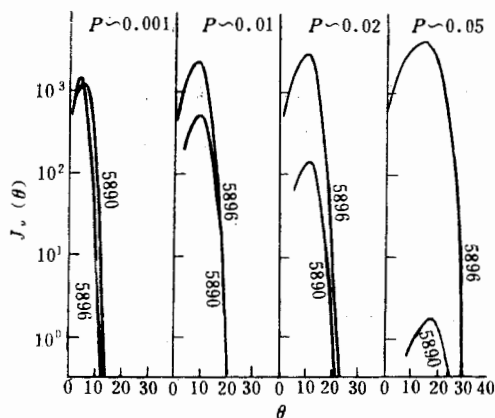


图4 钠D双线反常切伦柯夫辐射角分布随钠蒸汽压而改变

4. 入射电子能量  $E$ 、辐射穿越钠蒸汽厚度  $l$  对  $J_e(\theta)$  的影响

图5是辐射光子穿越不同厚度(10cm和20cm)钠蒸汽后,出射流强和角分布的比较。计算中,钠蒸汽压  $p = 0.05$  大气压。

由图可见,  $l$  不仅明显地改变了辐射流强,而且也改变了角分布。这种差异,对于能量较低的人射电子束流尤为突出。

显然,为了得到较大的辐射流强和较宽的角分布,应该选择较大的  $E$  和较小的  $l$ 。

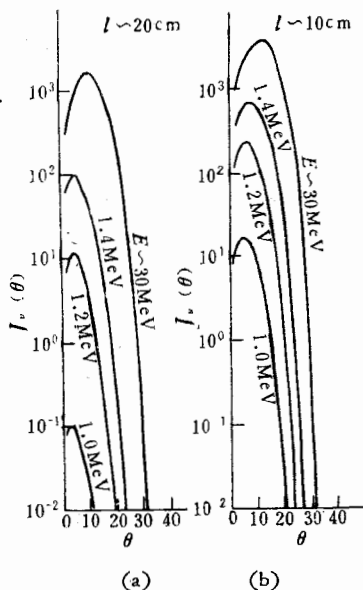


图5 在钠蒸汽压0.05大气压下,不同能量的入射电子束流产生反常切伦柯夫辐射的角分布。光子穿越钠蒸汽厚度  $l$ : 左图20cm, 右图10cm。

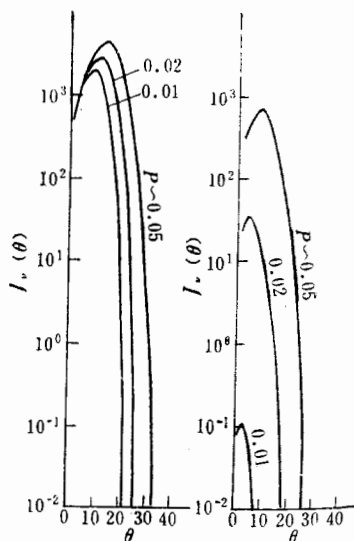


图6 不同的钠蒸汽压改变了反常切伦柯夫辐射的流强和角分布。入射电子束流能量  $E$ : 左图30MeV, 右图1.4MeV。

值的  
布(并  
变E

它与  
和J  
据(越  
高不  
同

E  
(MeV

30

1.4

一直  
算结

见,请

[1]

### 5. 钠蒸汽压 $p$ 对 $J_p(\theta)$ 的影响

因为温度变化不大, 钠蒸汽密度可以其气压为标志. 钠蒸汽压的改变引起折射率数值的变化及其峰值位置的红移(如图 1), 这势必影响到反常切伦柯夫辐射的流强和角分布(见图 6).

可以看出, 在能量较小时, 气压的升高将极大地提高任一角度的辐射流强(图 6(b)), 并使角分布改变; 而在能量较高的情形,  $\beta \sim 1.0$ , 气压的升高对于极值处辐射流强的改变已不那么明显, 主要影响在于改变角分布(图 6(a)).

### 6. 谱线红移

由图 1 和双线特征一节的讨论, 可知谱线红移是反常切伦柯夫辐射的一个重要特点, 它与入射束流能量  $E$ 、钠蒸汽压  $p$ 、出射蒸汽厚度  $l$  均有关. 下表分别列出了 Na5890 线和 Na5896 线谱线红移的计算结果. 计算中使用钠蒸汽厚度  $l = 10\text{cm}$ .  $J_p(\theta)$  是指根据(24)式算得的极大值,  $\theta$  为相应出射角,  $\lambda - \lambda_0$  表示了这种红移量. 可见, 钠蒸汽压越高、束流能量越大, 谱线红移就越显著. 辐射流强  $J_p(\theta)$  在 Na5896 线和 Na5890 线的不同表现, 表中也列出了.

表 反常切伦柯夫辐射中钠 D 双线的红移

$E$ (MeV)	$p$ (大气压)	Na 5896				Na 5890			
		$\theta$	$J_p(\theta)$	$\lambda(\text{\AA})$	$\lambda - \lambda_0(\text{\AA})$	$\theta$	$J_p(\theta)$	$\lambda(\text{\AA})$	$\lambda - \lambda_0(\text{\AA})$
30	0.05	14°56'	3660	5909.72	13.8	17°38'	1.81	5893.20	3.25
	0.02	11°28'	2910	5904.45	8.53	12°08'	155	5893.08	3.13
	0.01	9°13'	2410	5902.01	6.09	9°41'	574	5892.84	2.89
	0.001	4°47'	1230	5897.48	1.56	5°01'	1080	5891.57	1.62
1.4	0.05	8°51'	696	5900.96	5.04	8°32'	0.449	5892.81	2.86
	0.02	5°42'	36.6	5897.59	1.67	5°12'	2.37	5891.78	1.83
	0.01	2°43'	0.117	5896.68	0.757	3°49'	0.180	5891.03	1.08
	0.001	<1°	<10 <sup>-36</sup>	~5896.0	<0.10	<1°	<10 <sup>-23</sup>	~5890.0	<0.12

本文所有的讨论是在束流聚焦非常好的理想条件下进行的, 这时, 切伦柯夫辐射源是一直线. 实际上, 束流具有一定的展宽, 反常切伦柯夫辐射的流强和角分布亦将与本文计算结果有一定差异.

工作中, 作者得到了夏宇兴、张子平、杨保忠等的帮助, 尤峻汉对初稿提了若干修改意见, 谨致谢意.

### 参 考 文 献

- [1] П. А. Черенков, Дан. сср, 2 (1934), 451; И. М. Франк, И. Е. Тамм, Дан сср, 14 (1937), 109;

- В. Л. Гинзбург, *ЖЭФ.* **10** (1940), 589;  
王祝翔,核物理探测器及其应用(1964).
- [2] 尤峻汉、程富华,物理学报, **Vol. 29**(1980), 927.
- [3] 徐克尊等,中国科学技术大学学报, **Vol. 10, No. 2**(1980), 29; 徐克尊等,科学通报, **No. 11**(1981), 656; 杨炳忻等,中国科学技术大学学报, **Vol. 12, No. 2**(1982), 43;  
Xu Ke-zun, Yang Bing-xing, Xi Fu-yun, Zhang Zi-ping, *Phys. Lett.*, **86A**(1981), 21.
- [4] Б. Яворский, А. Деллаф, СПРАВОЧНИК ПО ФИЗИКЕ, (1977),  
Translated from the Russian by Nicholas Weinstein, HANDBOOK OF PHYSICS, 447, 825.  
Printed in S. R. of Romania (1980).
- [5] C. W. Allen, *Astrophysical Quantities* (1973); 杨建泽,物理量和天体物理量,上海人民出版社, **120** (1976).
- [6] J. Reader and H. Corliss, W. L. Wiese and G. A. Martin, *Wavelength and Transition Probabilities for Atoms and Atomic Ions*, Usrds-NBS, **68**(1980), 326.
- [7] H. G. Kuhn, F. R. S., *Atomic Spectra*, **172**(1962). 及其它一些书中给出  $f_{5890} = 0.95 \sim 1.05$ , 都是指  $f_{5890}$  与  $f_{5896}$  之和.
- [8] N. H. Nachtrieb, *Principles and Practice of Spectrochemical Analysis*,  
郑康乐译,光谱化学分析的原理及其应用,科学出版社, **168**(1959).

## ON THE CERENKOV RADIATION IN THE ANOMALOUS DISPERSION REGION OF THE SODIUM D DOUBLET STRUCTURE

FENG ZHENG-YONG XU KE-ZUN WANG MING-QIEN YANG BING-XING

(University of Science and Technology of China)

### ABSTRACT

In this article, emission and absorption are considered to be of equally important constituents in the physics mechanism of the anomalous Cerenkov radiation. The possibility and the characteristic of such radiations caused by electron-beam passing through sodium vapor are studied theoretically. The effects of the incident beam energy, the sodium vapor pressure, the medium thickness passed through by the emitting photons and other factors on the radiant flow-intensity, the angular distribution and the red-shift of the spectrum are calculated.

探测  
如几  
1  
增管,  
分辨  
目  
见方  
置分  
2  
电倍  
为2-  
与位  
输时  
较简  
今为1  
法.

市  
0