

OBEP 在某些有限核的 Hartree-Fock 计算中的应用

施向军

(中国科学院原子能研究所)

摘 要

本工作以忽略了自旋轨道耦合项和张量项的单玻色子交换势作为核子-核子的相互作用势,用 Hartree-Fock 方法计算 ^{16}O 、 ^{12}C 和 ^8Be 的基态结合能、核半径和粒子波函数,得到了令人满意的计算结果。

一、引 言

单玻色子交换势(以下简称为 OBEP)是从单 π 介子交换势(OPEP)发展而来的。与唯象核力比较,OBEP 具有较明显的优点:它是由介子-核子相互作用拉格朗日量唯一地确定的;除形状因子——它考虑了核子的扩展结构——以外,它所包含的少数几个参数(介子质量、耦合常数等)都是些物理量,在原则上可不从核子-核子散射数据加以确定。

过去二十年来,OBEP 得到了广泛的研究,人们用它来符合氦核的性质、两核子散射数据,也用来研究核物质。至于把 OBEP 用于有限核的研究也曾有人做过, Machleidt 等人^[1]曾把 OBEP 用于 ^{16}O 核基态的 Brueckner-Hartree-Fock 计算。

本文采用忽略了张量项和自旋轨道耦合项的 OBEP 作为核子间的相互作用,对 ^{16}O 、 ^8Be 和 ^4He 等 $N = z$ 的轻核作一般 Hartree-Fock (以下简称为 HF)计算,以便对 OBEP 用于有限核的研究情况与唯象势作一合理的比较。

二、Hartree-Fock 方程

对于 A 个核子的系统,在忽略质心动能的情况下,由 HF 理论可得到如下的单粒子方

$$\left\langle \phi_\alpha \left| \frac{\mathbf{p}^2}{2M} + U \right| \phi_\beta \right\rangle = \varepsilon_\alpha \delta_{\alpha\beta}, \quad (1)$$

$$\langle \phi_\alpha | U | \phi_\beta \rangle = \sum_{\lambda=1}^A \{ \langle \phi_\alpha \phi_\lambda | V(1, 2) | \phi_\beta \phi_\lambda \rangle - \langle \phi_\alpha \phi_\lambda | V(1, 2) | \phi_\lambda \phi_\beta \rangle \}. \quad (2)$$

体系的总结合能为

$$E = \sum_{\alpha} \langle \phi_{\alpha} | \frac{\mathbf{P}^2}{2M} | \phi_{\alpha} \rangle + \frac{1}{2} \sum_{\alpha} \langle \phi_{\alpha} | U | \phi_{\alpha} \rangle, \quad (3)$$

核的均方半径为

$$R = \left[\frac{1}{A} \sum_{\alpha} \langle \phi_{\alpha} | r^2 | \phi_{\alpha} \rangle \right]^{1/2}. \quad (4)$$

若把单粒子 HF 轨道 $|\phi_{\alpha}\rangle$ 用谐振子基展开

$$|\phi_{\alpha}\rangle = \sum_i C_i^{\alpha} |i\rangle \quad (5)$$

则关于展开系数 C_i^{α} 的本征方程组为

$$\sum_{i'} a_{ii'}^{\alpha} C_{i'}^{\alpha} - \varepsilon_{\alpha} C_i^{\alpha} = 0, \quad (\alpha = 1, 2, \dots, A) \quad (6)$$

其中矩阵元为

$$a_{ii'}^{\alpha} = \langle i | \frac{\mathbf{P}^2}{2M} | i' \rangle_{\alpha} + \sum_{\beta=1}^A \sum_{j,j'} \{ \langle ij | V | i'j' \rangle - \langle ij | V | j'i' \rangle \} \times C_j^{\beta*} C_{j'}^{\beta}. \quad (7)$$

因此, 只要知道核子间的相互作用势 $V(1, 2)$, 就可由迭代法求出各单粒子波函数 $|\phi_{\alpha}\rangle$, 从而得到体系的结合能和均方半径。

三、核子-核子相互作用的 OBEP

一般认为, 在 OBEP 中应包括赝标量 (ps) 介子 π, η , 矢量 (v) 介子 ρ, ω 和实验上还未发现的标量 (s) 介子 σ_0, σ_1 . 在非相对论近似下, 在壳 OBEP 的坐标表象的表示式如下:

$$\begin{aligned} V_{ps}(r) &= V_{ps}^{(\sigma)} + V_{ps}^{(\pi)} \\ &= g_{ps}^2 \frac{m_s^2}{12M^2} \{ \sigma_1 \cdot \sigma_2 Y_0(m_s r) + S_{12} Y_2(m_s r) \} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} V_v(r) &= V_v^{(\rho)} + V_v^{(\omega)} + V_v^{(LS)} + V_v^{(T)} \\ &= g_v^2 m_v \left\{ \left(1 + \frac{m_v^2}{2M^2} + \frac{m_v}{2M} f_v/g_v \right) Y_0(m_v r) \right. \\ &\quad + \frac{m_v^2}{6M^2} \left(1 + \frac{M}{m_v} f_v/g_v \right)^2 \sigma_1 \cdot \sigma_2 Y_0(m_v r) \\ &\quad + \frac{3m_v^2}{2M^2} \left(1 + \frac{2M}{3m_v} f_v/g_v \right) \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} Y_1(m_v r) \\ &\quad \left. - \frac{m_v^2}{12M^2} \left(1 + \frac{M}{m_v} f_v/g_v \right)^2 S_{12} Y_2(m_v r) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_s(r) &= V_s^{(\sigma)} + V_s^{(LS)} \\ &= -g_s^2 m_s \left\{ \left(1 - \frac{m_s^2}{4M^2} \right) Y_0(m_s r) \right. \\ &\quad \left. + \frac{m_s^2}{2M^2} \left(1 - \frac{m_s^2}{8M^2} \right) \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} Y_1(m_s r) \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

对于
 m 关

在动

这样

这里

被忽

其中

因耦
值 (σ)
于 0.
算值
和 π
函数

对于同位旋为 1 的介子 π 、 ω 、 σ , 上述表式应乘以 $\tau_1 \cdot \tau_2$ 因子. 式中, M 为核子质量, 各 m 为介子质量, g 和 f 为介子耦合常数. 此外,

$$\left. \begin{aligned} Y_0(\rho) &= \frac{1}{\rho} e^{-\rho} \\ Y_1(\rho) &= \frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \left(\frac{1}{\rho} e^{-\rho} \right) \\ Y_2(\rho) &= \left(1 + \frac{3}{\rho} + \frac{3}{\rho^2} \right) Y_0(\rho) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

为了克服 OBEP 的原点发散问题, 人们在每个介子交换顶角引入形状因子 $F(q^2)$, 即在动量空间以乘积 $F(q^2) \cdot g$ 代替 g . 本工作取文献 [2] 的形状因子形式, 即

$$F(q^2) = \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 + q^2} \quad (12)$$

这样, 在坐标表象 Yukawa 势改变为

$$\frac{e^{-mr}}{r} \rightarrow \left(\frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 - m^2} \right)^2 \left\{ \frac{1}{r} e^{-mr} - \frac{1}{r} e^{-\Lambda r} \left(1 + \frac{\Lambda^2 - m^2}{2\Lambda} r \right) \right\}, \quad (13)$$

这里的 Λ 就是切断质量参数. 本文取 $\Lambda = 1500 \text{ MeV}$, 与文献 [3] 相同.

由于所用的计算机条件的限制, (8—10) 式中的张量项 $V^{(T)}$ 和自旋轨道耦合项 $V^{(LS)}$ 被忽略, 这时核子间的相互作用可表示为:

$$V(1, 2) = \left. \begin{aligned} &\sum_{b=\pi, \sigma, \rho} V_b(1, 2) \tau_1 \cdot \tau_2 + \sum_{b=\eta, \sigma_0, \omega} V_b(1, 2) \\ &V_b(1, 2) = V_b^{(c)}(r) + V_b^{(s)}(r) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

其中

四、计算结果与讨论

作者曾对 OBEP 中的介子耦合常数选取几家不同的数据作比较计算, 发现计算结果耦合常数的不同选取而不同. 本文给出的计算结果是选用了 Bryan 和 Scott^[3] 所给的 (见表 1), 但其中 π 介子的耦合常数由 BS 的取值 $g^2 = 12.6$ 改为 14.67, 以使得 $f_{NN\pi}^2$ 等 0.08, 与目前公认的值相一致. 计算表明, 使用这组介子常数得到的 ${}^4\text{He}$ 核的结合能计与实验值偏离过大, 估计对于 ${}^4\text{He}$ 核, 张量力不能忽略. 用表 1 这组参数计算 ${}^{16}\text{O}$ 、 ${}^{12}\text{C}$ 的结合能、均方半径及波函数展开系数, 结果列于表 2 和表 3. 在计算中单粒子波函数的展开是按如下形式进行的:

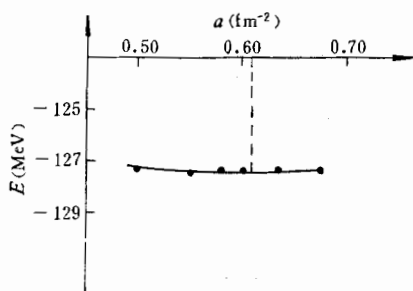
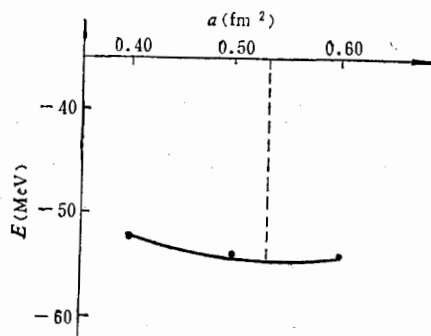
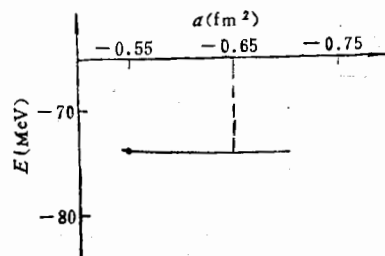
$$\left. \begin{aligned} |\phi_\alpha\rangle &= \sum_{n=0}^5 C_n^\alpha R_{n0}(r) Y_{00}(Q) |m_i^\alpha\rangle |m_f^\alpha\rangle, \quad (\alpha \text{ 为 } 1s \text{ 态核子}) \\ |\phi_\beta\rangle &= \sum_{n=0}^5 C_n^\beta R_{n1}(r) Y_{1m_l}(Q) |m_i^\beta\rangle |m_f^\beta\rangle. \quad (\beta \text{ 为 } 1p \text{ 态核子}). \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

核的结合能 E 随谐振子参量 $a = \frac{M\omega}{\hbar^2}$ 的变化分别由图 1—图 3 给出.

在表 2 中, 除了同时给出实验值外, 还给出金星南等^[4]用格林-巴朗叶势作 HF 计算所结果及 Machleidt 等用 OBEP 作 BHF 计算所得的结果. 由比较可见, 本工作的计算

表1 B-S组介子耦合常数

介子	π	η	ρ	ω	σ_0	σ_1
质量 (MeV)	138.7	548.7	763	782.8	550	600
g^2	14.67	2.60	1.81	17.26	8.19	1.65
f/g			2.26	0		

图1 ^{16}O 能量与谐振子参量 a 的关系图2 ^9Be 能量与谐振子参量 a 的关系图3 ^{12}C 能量与谐振子参量 a 的关系表2 ^{16}O 、 ^{12}C 和 ^9Be 的结合能、均方半径的计算值及与实验值的比较

核	本文结果		实验值		金星南等		Machleidt 等	
	E (MeV)	R (fm)	E (MeV)	R^* (fm)	E (MeV)	R (fm)	E (MeV)	R (fm)
^{16}O	-127.50	2.12	-127.61	2.67	-77.65	2.89	-69.12	2.47
^{12}C	-74.11	2.03	-92.16	2.37	-37.71	2.92	—	—
^9Be	-54.60	3.06	-56.50	—	-9.06	3.01	—	—

* 实验的 R 值是电荷分布半径,由电子散射实验得到。

结果是比较令人满意的。

由3个核的结合能的HF极值计算得到3个核的相应的谐振子参量 a 的值分别为 $a(^{16}\text{O}) = 0.61\text{fm}^{-2}$, $a(^{12}\text{C}) = 0.65\text{fm}^{-2}$, $a(^9\text{Be}) = 0.53\text{fm}^{-2}$ 。一般认为, a 值的大小反映核结合的松紧程度,结合较紧的核 a 值大(即谐振子能量 $\hbar\omega$ 大)。从本工作的结果看, ^{12}C 的 a 值比 ^{16}O 的 a 值大,这是不合理的。这是由于对 ^{12}C 这样的变形核,核子波函数的展

表 3 3 个核的核子波函数展开系数计算值

核		C_0	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
^{16}O	1s	0.966327	-0.231054	-0.099459	-0.052429	-0.013434	-0.001724
	1p	0.990568	-0.126866	0.008365	-0.049802	-0.004689	-0.010328
^{12}C	1s	0.978324	-0.192874	-0.057980	-0.046282	-0.011933	-0.005877
	1p	0.988973	-0.133246	0.041087	-0.048410	0.003232	-0.011645
^8Be	1s	0.829079	0.449138	0.266228	0.160916	0.093431	0.073489
	1p	-0.542331	0.586133	-0.455230	0.324012	-0.206467	0.086463

开应包括角动量较大的谐振子基。作者曾作如下的波函数展开:

$$|\phi_\alpha\rangle = \{C_1^\alpha R_{00}(r)Y_{00}(Q) + C_2^\alpha R_{10}(r)Y_{00}(Q) + C_3^\alpha R_{02}(r)Y_{20}(Q)\} \\ \times |m_r^\alpha\rangle |m_t^\alpha\rangle. \quad (\alpha \text{ 为 } 1s \text{ 态核子})$$

$$|\phi_\beta\rangle = \{C_1^\beta R_{01}(r)Y_{1m_1}(Q) + C_2^\beta R_{11}(r)Y_{1m_1}(Q) \\ + C_3^\beta R_{03}(r)Y_{3m_1}(Q)\} |m_r^\beta\rangle |m_t^\beta\rangle \quad (\beta \text{ 为 } 1p \text{ 态核子})$$

计算发现,对于 ^{12}C 核 $|nl = 02, 03\rangle$ 的分量很大,可见(15)式这样的核子波函数展开方式对于 ^{12}C 这样的变形核是不适宜的。

对于 ^8Be 的计算,从波函数展开系数看 $1p$ 态核子的高壳谐振子分波所占的比例很大,计算得到的4个 $1p$ 态核子的单粒子能量是正的,这意味着 ^8Be 的 $1p$ 态核子不能被束缚。由实验知道, ^8Be 核是不稳定的,会立即衰变成2个 α 粒子。因此,本工作的计算结果与这一实验现象是完全吻合的。

参 考 文 献

- [1] R. Machleidt et al., *Nucl. Phys.*, **A241** (1975), 18.
- [2] G. H. Niephaus et al., *Phys. Rev.*, **C20** (1979), 1096.
- [3] R. Bryan and B. L. Scott, *Phys. Rev.*, **177** (1969), 1435.
- [4] 金星南等, *原子能科学技术*, **5** (1980), 555.

THE APPLICATION OF OBEP IN THE HARTREE-FOCK CALCULATION FOR SOME FINITE NUCLEI

SHI XIANG-JUN

(*Institute of Atomic Energy, Academia Sinica*)

ABSTRACT

The One-Boson-Exchange-Potential (OBEP) is used to perform the Hartree-Fock calculation of the binding energy, the mean-square-root radius and the particle wave functions for nuclei ^{16}O , ^{12}C and ^8Be . In the present calculation the spinorbit coupling term and the tensor term in the OBEP are neglected. The calculated results are rather encouraging and satisfactory.

和理
份能
件下
测定
中子
核子
定义

其中

1)
*
**
