

带头对数近似下的 π 介子价夸克分布函数的 QCD 行为和有关的微分截面

沈齐兴 吴济民 张美曼 陆景贤 赵佩英

(高能物理研究所)

摘 要

本文利用我们已经给出的在带头对数近似下强子价夸克分布函数的解析表达式^[1], 讨论了 π 介子价夸克分布函数的 QCD 行为, 很好地解释了现有的 π 介子价夸克分布函数数据. 同时预言了 Drell-Yan 机制产生大质量轻子对的微分截面 $M^3 \frac{d\sigma}{dM}$, 并和现有的实验数据进行了比较.

确定强子中夸克的分布函数是研究强子结构的重要课题. 目前, 已有多种测量 π 介子分布函数的方法: (1) 用夸克复合模型分析单举产生的低 p_T 单粒子数据^[1]; (2) 利用 π 介子束产生的大 p_T 喷注数据^[2]; (3) 利用 πN 散射中 Drell-Yan 机制产生大质量轻子对数据^[3]. 前两种方法在理论上的假设较多, 目前所得到的结果也不够精确, 只有后一种方法, 基于量子色动力学和分子模型, 有较好的理论基础, 也得到了较多的实验结果, 成了目前研究 π 介子分布函数的主要实验手段.

在理论上, 讨论 π 介子分布函数的理论有下列几种: (1) 首先, Feynman^[4] 曾对 π 介子分布函数作过初步的猜测, (2) 重夸克模型^[5], (3) 口袋模型^[6], (4) Regge 轨迹理论预言^[7], (5) 计数规则理论预言^[8], (6) 基于 QCD 理论的双轻子产生的 Drell-Yan 机制. 但是, 除最后一种理论外, 其它理论的理论基础不及 QCD 理论基础坚实, 有的也只讨论了在有限运动学区域内的 π 介子分布函数的行为, 有的只给出具有无标度性的 π 介子分布函数的行为.

在唯象理论研究中, 有的作者^[9]为了考虑无标度性破坏所产生的影响, 对 π 介子分布函数作如下处理: 假设在某一 Q_0^2 下分布函数的行为是 $q(x, Q_0^2)$, 利用演化方程, 数值地求得在任意 Q^2 下的分布函数的行为. 但我们知道, 与解析解相比, 无疑地数值解会使我们丢失不少关于分布函数行为的知识, 在唯象处理中也会带来许多不便.

在核子唯象理论研究中, 人们广泛地使用了 Buras-Gaemers^[10] 给出的质子中夸克、胶子分布函数的解析表达式, 虽然这是在一一定的理论指导下得到的, 但从本质上说, 这仅是一个经验公式. 对 π 介子来说, 目前已有的实验结果尚少, 甚至还不足以给出由拟合得到的解析表达式.

我们在文献 [11] 中, 利用 Altarelli-Parisi 方程(精确到 α_s 一级、带头对数近似下), 在知道了某一 Q_0^2 值下强子中价夸克分布函数行为后, 给出了任意 Q^2 值下强子价夸克分布函数的足够精确的解析表达式, 这一结果已被用来讨论电生、中微子产生过程中的许多物理量的行为. 在本文中, 我们用这一理论结果来讨论 π 介子的价夸克分布函数的 QCD 行为, 以及在 $N\pi \rightarrow \mu^+\mu^- + X$ 过程中的有关的物理量, 所用的数据选自由 Drell-Yan 机制大质量轻子对产生实验所得到的结果.

其中

(一) 带头对数近似下的 π 介子价夸克分布函数

π 介子是具有 QCD 相互作用的夸克、反夸克、胶子组成的体系. 在带头对数近似下, 它的夸克、胶子分布函数 $q_i(x, t)$ 和 $G(x, t)$ 服从 $A-P$ 方程^[12]

$$\begin{aligned} \frac{dq^i(x, t)}{dt} &= \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} \left[P_{qq} \left(\frac{x}{z} \right) q^i(z, t) + P_{qG} \left(\frac{x}{z} \right) G(z, t) \right] \\ \frac{dG(x, t)}{dt} &= \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} \left[P_{Gq} \left(\frac{x}{z} \right) \sum_{j=1}^f q^j(z, t) + P_{GG} \left(\frac{x}{z} \right) G(z, t) \right] \end{aligned} \quad (1)$$

其中

$$t = \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}, \quad \alpha_s = \frac{1}{b_0 t}, \quad b_0 = \frac{33 - 2f}{12\pi}$$

f ——味道数目=4

P_{ij} 是已知的衰变函数. 由此可以得到价夸克分布函数为

$$q_v^i(x, t) = \int_x^1 \frac{dz}{z} q_v^i(x, t_0) \tilde{F}_{qq1} \left(\frac{x}{z}, t \right) \quad (2)$$

其中 \tilde{F}_{qq1} 为逆 Mellin 变换

$$\tilde{F}_{qq1}(x, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{r-i\infty}^{r+i\infty} dn x^{-n} e^{A_n^{qq} t}, \quad (3)$$

$$s = \frac{4}{3\pi b_0} \ln \left(\frac{\ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}}{\ln \frac{Q_0^2}{\Lambda^2}} \right) \quad (3a)$$

$$A_n^{qq} = \frac{3}{8} \int_0^1 dz z^{n-1} P_{qq}(z) = -\frac{1}{4} + \frac{1}{2n(n+1)} - \sum_{j=2}^n \frac{1}{j} \quad (3b)$$

在文献 [11] 中, 假设价夸克的初始分布是

$$q_v(x, t_0) = \frac{1}{B(a+1, b+1)} x^a (1-x)^b \quad (4)$$

在合理的近似下我们给出了任意 t 值下由 (2) 式得到的价夸克的分布函数

$$\begin{aligned} q_v^i(x, t) &= e^{s(\frac{3}{4}-c)} \frac{1}{\Gamma(s)} \frac{1}{B(a+1, b+1)} x^a (1-x)^b \left(\ln \frac{1}{x} \right)^s \\ &\cdot \left\{ \mathcal{L}_0(a-1, b, s) + \left[\frac{1}{2} \mathcal{L}_0(a-1, b, s+1) + \mathcal{L}_1(a-1, b, s) \right] \left(\ln \frac{1}{x} \right) \right. \\ &\left. + \left[\frac{1}{8} \frac{s+4}{s+1} \mathcal{L}_0(a-1, b, s+2) \right] \right\} \end{aligned}$$

我们
实验
射 π 以及
 π 介
价夸
别点
核子
度性

可以

下), 在
克分布
许多物
CD 行
机制

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{2} \mathcal{A}_1(a-1, b, s+1) + \mathcal{A}_2(a-1, b, s) \left[\left(\ln \frac{1}{x} \right)^2 \right. \\
 & + \left[\frac{1}{24} \frac{s^2 + 6s + 12}{(s+1)(s+2)} \mathcal{A}_0(a-1, b, s+3) + \frac{1}{8} \frac{s+4}{s+1} \mathcal{A}_1(a-1, b, s+2) \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1}{2} \mathcal{A}_2(a-1, b, s+1) + \mathcal{A}_3(a-1, b, s) \right] \left[\left(\ln \frac{1}{x} \right)^3 + \dots \right] \quad (5)
 \end{aligned}$$

其中

$$\mathcal{A}_0(a, b, s) = B(s, b+1),$$

似下,

$$\mathcal{A}_1(a, b, s) = \frac{1}{2} s B(s, b+1) + \left[a - \frac{1}{2} (s+1) \right] B(s+1, b+1),$$

$$\mathcal{A}_2(a, b, s) = \frac{1}{24} s(3s+1) B(s, b+1)$$

(1)

$$+ \frac{1}{2} \left[a - \frac{1}{2} (s+1) \right] (s+1) B(s+1, b+1)$$

$$+ \frac{1}{2} \left[a^2 - a(s+2) + \frac{1}{12} (s+2)(3s+5) \right] B(s+2, b+1)$$

$$\mathcal{A}_3(a, b, s) = \frac{1}{48} s^2 (s+1) B(s, b+1)$$

(2)

$$+ \frac{1}{24} \left[a - \frac{1}{2} (s+1) \right] (3s+4)(s+1) B(s+1, b+1)$$

$$+ \frac{1}{4} (s+2) \left[a^2 - a(s+2) + \frac{1}{12} (s+2)(3s+5) \right] B(s+2, b+1)$$

(3)

$$+ \frac{1}{6} \left[a^3 - \frac{3}{2} a^2 (s+3) + \frac{1}{4} a(s+3)(3s+8) \right.$$

$$\left. - \frac{1}{8} (s+2)(s+3)^2 \right] B(s+3, b+1),$$

(3a)

.....

我们知道, 为了求解 (2) 式, 需要输入分布函数的初始值, 它不可能从理论上求得, 只有用实验输入. 目前已有的测量 π 介子分布函数的六组实验结果^[13-18], 大多测得了在某一入射 π 介子能量 E_π 下 π 介子价夸克分布函数, 我们选取 BNL 组的结果^[15] 作为输入, 它是

(3b)

$$x u_v^\pi(x, z) = \frac{1}{B(0.5, 1.47)} x^{0.5} (1-x)^{0.47} \quad (6)$$

(4)

以及 $\Lambda = 0.5 \text{ GeV}/c$. $Q^2 =$ 平均不变质量平方 \bar{M}^2 . 在图 1 中给出了某些入射能量 E_π 下 π 介子的价夸克的分布函数的行为. 这样, 我们第一次用 QCD 理论定量地讨论了 π 介子价夸克分布函数的无标度性破坏行为. 从图 1 可以看出, 在目前的实验误差范围内, 除个别点外 (目前在小 x_1 区域的实验结果有待更加精确) 理论预言与实验结果是一致的. 与核子的情况一样, 在带头对数近似下的 QCD 理论大体上可以解释 π 介子分布函数的无标度性破坏行为.

计数规则给出, 当 $x \rightarrow 1$ 时 π 介子分布函数的行为是 $(1-x)$, 按照我们上面的分析可以看出, 当 $x \rightarrow 1$ 时, π 介子分布函数的行为应当是 $(1-x)^{0.47+s}$, 其中 s 由 (3a) 给出,

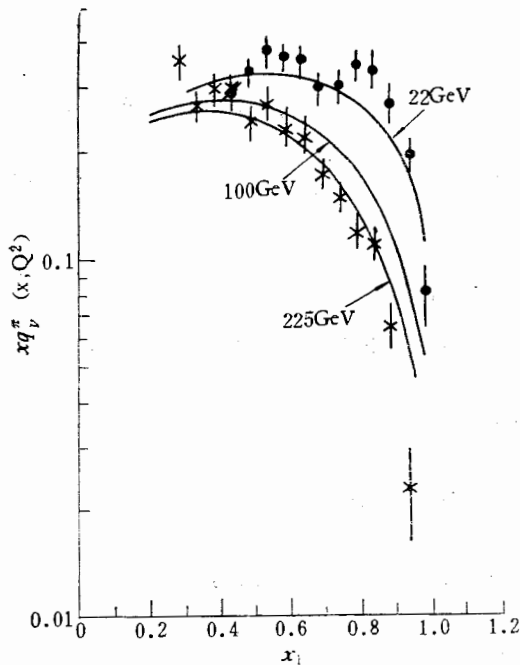


图1 π 介子价夸克分布函数的行为
(其中 22 GeV 一组数据为输入^[15])

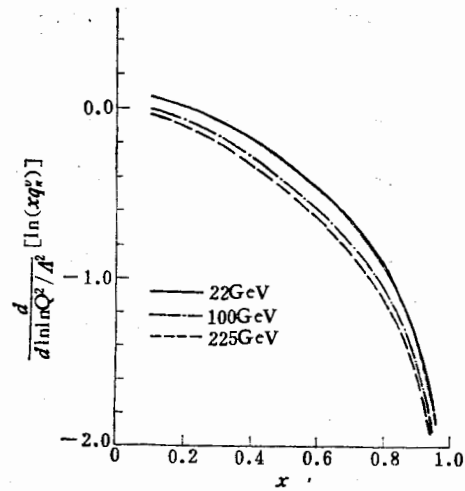


图2 π 介子价夸克分布函数的无标度性破坏参数

这表明幂次应当随入射能量而变化。

与讨论核子结构函数的无标度性破坏行为一样，引入 π 介子分布函数无标度性破坏参数，它的定义是

$$b = \frac{dxq_v^{\pi^-}(x, Q^2)}{d \ln \ln Q^2 / \Lambda^2} \quad (7)$$

它描写了分布函数对无标度性破坏的程度。图2给出了参数 b 随 x , E_π 的变化关系，可以看出，与核子结构函数相比，在现有能量范围内， π 介子分布函数的无标度性破坏参数要小一些。

目前，实验上测得的 π 介子价夸克分布函数还只限于 $x > 0.1$ ，人们通常按照 Regge 轨迹理论，把它的行为外推到小 x 区域。我们所选取作为输入的分布函数(6)在小 x 区域也是外推得到的，所以，这里所求得的在小 x 区域中的行为只具有参考性，有待进一步实验查明。但是，一旦在某一入射能量 E_π 下确切地知道了在整个 x 区域上价夸克分布函数，那么使用上述方法也就可以得到在带头对数近似下，任意入射能量时在小 x 区域里价夸克分布函数的确切行为。

(二) 微分截面 $M^3 \frac{d\sigma^{\pi^- p \rightarrow \pi^+ p t}}{dM}$ 的行为

利用上述无标度性破坏的 π 介子(以及核子)中价夸克分布函数的解析表达式，我们可以讨论下一过程的微分截面：

$$\pi^\pm N \rightarrow \bar{l} + X$$

按照平

其中

M^2 为：
 $x_1(x_2)$
向动量
夸克和
旋对称

在 π 介
束有

对 π^\pm

对 π^\pm

一级由
这时

而且，
的轻
实验

实验
轰击
实验

[11]

按照平凡的 Drell-Yan 模型和分子模型(见图 3), 这一过程的微分截面是

$$M^3 \frac{d^2\sigma^{\pi N}}{dM dx_F} = \frac{8\pi\alpha^2}{9} \frac{x_1 x_2}{\sqrt{x_F^2 + 4\tau}} \{u_v^{\pi^+}(x_1)G^N(x_2) + s^{\pi}(x_1)H^N(x_2)\} \quad (8)$$

其中

$$x_F = x_1 - x_2, \quad \tau = \frac{M^2}{s}$$

M^2 为轻子对等效质量, s 为质心系总能量, $x_1(x_2)$ 是来自 $\pi(N)$ 的分子所具有的 $\pi(N)$ 纵向动量的份额, $u_v^{\pi^+}$ 和 s^{π} 分别为 π 介子的一种价夸克和海夸克的分布函数, 由电荷共轭和同位旋对称性, 有

$$u_v^{\pi^+} = \bar{d}_v^{\pi^+} = \bar{u}_v^{\pi^-} = d_v^{\pi^-}$$

在 π 介子束入射到 (z, A) 靶的情况下, 对 π^- 束有

$$G^N(x_2) = \frac{1}{9} \left[4 \frac{z}{A} u_v^p(x_2) + 4 \left(1 - \frac{z}{A}\right) d_v^p(x_2) + 5s^p(x_2) \right] \quad (9a)$$

对 π^+ 束有

$$G^N(x_2) = \frac{1}{9} \left[\frac{z}{A} d_v^p(x_2) + \left(1 - \frac{z}{A}\right) u_v^p(x_2) + 5s^p(x_2) \right] \quad (9b)$$

对 π^\pm 束有

$$H^N(x_2) = \frac{1}{9} \left[\left(1 + 3 \frac{z}{A}\right) u_v^p(x_2) + \left(4 - 3 \frac{z}{A}\right) d_v^p(x_2) + 12s^p(x_2) \right] \quad (9c)$$

许多作者^[19-21]已经讨论了 QCD 高级效应对平凡的 Drell-Yan 模型的修正, 考虑到 α_s 一级的修正, 并取带头对数项近似(见图 4), 修正主要来自 $q\bar{q}$ α_s 一级过程的贡献(图 4a), 这时微分截面(8)式应当增加一个因子^[23]

$$1 + \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{4}{3} \left(1 + \frac{4\pi^2}{3}\right) \quad (10)$$

而且, π, N 分布函数是无标度性破坏的, 描述无标度性破坏的量 Q^2 取成 Drell-Yan 过程的轻子对等效质量 M^2 .

当 $\alpha_s = 0.3$ 时, (10) 式所给出的因子为 1.9, 当 $\alpha_s = 0.4$ 时, 这因子为 2.2, 这已接近实验所观察到的下一比值

$$K = \frac{\left(\frac{d^2\sigma}{dx_1 dx_2}\right)_{\text{实验值}}}{\left(\frac{d^2\sigma}{dx_1 dx_2}\right)_{\text{Drell-Yan 机制}}} \quad (11)$$

实验上观察到^[14,16,24], 在比较宽的能量范围内 (40—200 GeV), 无论是 π^+, π^- 还是 P 入射, 轰击不同的靶 (Pt, H₂, W, Be, Cu), 上述 K 值都在 2.2—2.5 之间, 这表明了 QCD 理论与实验趋向于一致.

利用 (8), (8a) 以及 (5), (6) 式给出的 π 介子价夸克分布函数 $q_v^{\pi}(x, Q^2)$ 和在文献 [11] 中所给出的质子价夸克分布函数, 并考虑到 K 值修正, 我们计算了 $\pi^- \text{Pt} - \pi^+ \text{Pt}$ 散射的

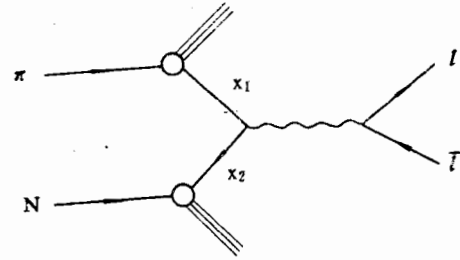


图 3 平凡的 Drell-Yan 过程

0

参数

破坏

(7)

可
参数

legge

π 区

一步

布函

里价

我们

微分截面 (对 Pt 靶 $\frac{z}{A} = 0.4$)

$$M^3 \frac{d\sigma^{\pi^- \text{Pt}}}{dM} - M^3 \frac{d\sigma^{\pi^+ \text{Pt}}}{dM} = K \frac{8\pi\alpha^2}{81} \int_{r-1}^{1-r} \frac{dx_F}{\sqrt{x_F^2 + 4r}} x_1 u_v^{\pi}(x_1, \bar{M}^2)$$

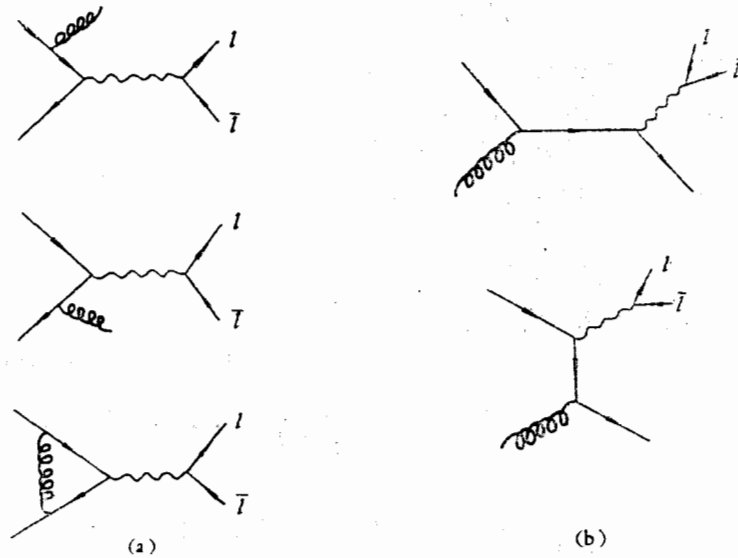


图4 对 Drell-Yan 过程的 α_s 一级的修正图

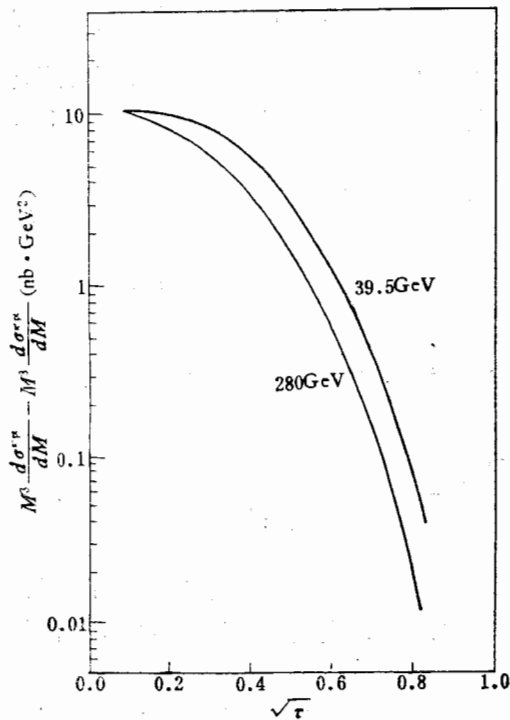


图5(a) $M^3 \frac{d\sigma^{\pi^- \text{Pt}}}{dM} - M^3 \frac{d\sigma^{\pi^+ \text{Pt}}}{dM}$

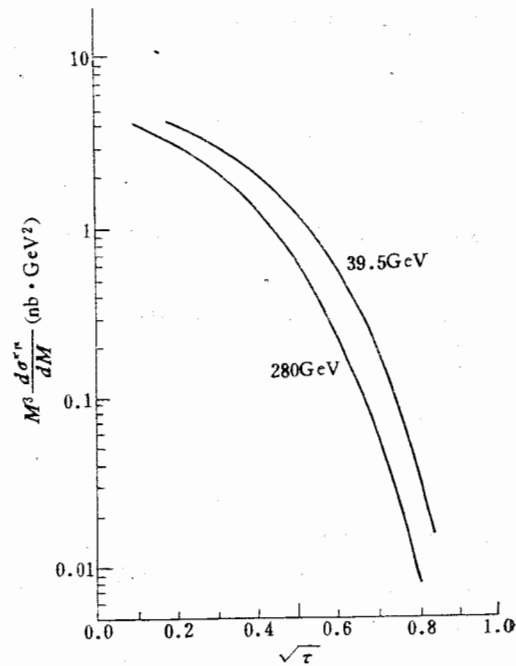


图5(b) $M^3 \frac{d\sigma^{\pi^+ \text{Pt}}}{dM}$

· $\{x_2 u_v^p(\dots)$
 另
 介子、核
 $M^3 \frac{d\sigma^{\pi^-}}{dM}$
 \int_{r-1}^{1-r}
 + 2
 $M^3 \frac{d\sigma^{\pi^+}}{dM}$
 \int_{r-1}^{1-r}
 + C
 所得结
 验。在
 在

的值。
 的理
 势是—
 [1]
 [2]
 [3]
 [4]
 [5]
 [6]
 [7]
 [8]
 [9]

$$\cdot \{x_2 u_v^p(x_2, \bar{M}^2) + 2x_2 d_v^p(x_2, \bar{M}^2)\} \quad (12)$$

另外, 在 $\sqrt{\tau} > 0.3$ 区域内, 可以忽略 π 介子、核子中海夸克的贡献, 这样就得到

$$M^3 \frac{d\sigma^{\pi^-Pt}}{dM} \simeq K \frac{8\pi\alpha^2}{81}$$

$$\int_{\tau-1}^{1-\tau} \frac{dx_F}{\sqrt{x_F^2 + 4\tau}} x_1 u_v^p(x_1, \bar{M}^2) \{1.6x_2 u_v^p(x_2, \bar{M}^2) + 2.4x_2 d_v^p(x_2, \bar{M}^2)\}$$

$$M^3 \frac{d\sigma^{\pi^+Pt}}{dM} \simeq K \frac{8\pi\alpha^2}{81}$$

$$\int_{\tau-1}^{1-\tau} \frac{dx_F}{\sqrt{x_F^2 + 4\tau}} x_1 u_v^p(x_1, \bar{M}^2) \{0.6x_2 u_v^p(x_2, \bar{M}^2) + 0.4x_2 d_v^p(x_2, \bar{M}^2)\} \quad (13)$$

所得结果给出在图 5 中, 这些结果有待实验检验. 在计算上述截面时, 我们取

$$K = 2.3$$

在图 6 中, 我们还给出了

$$M^3 \frac{d\sigma^{\pi^-Pt}}{dM} \quad (x_F > 0)$$

的值. 可以看出, 在目前实验误差范围内, 理论预言与实验结果的趋向基本符合的. 我们的理论预言微分截面也是无标度性破坏的, 随 E_π 的增大而略有减少, 这与目前的实验趋势是一致的.

参 考 文 献

- [1] K. P. Das, R. C. Hwa, *Phys. Lett.*, **68**(1977), 459;
N. N. Biswas, *Phys. Rev.*, **D19**(1979), 1960;
W. Ochs, *Nucl. Phys.*, **B118**(1977), 397;
W. Aitkenhead et al., *Phys. Rev. Lett.*, **45**(1980), 157.
- [2] M. D. Corcoran et al., *Phys. Rev. Lett.*, **41**(1978), 9; **44**(1980), 514;
M. Dris et al., *Phys. Rev.*, **D19**(1979), 1361;
C. Bromberg et al., *Phys. Rev. Lett.*, **43**(1979), 565;
Kwan-Wu Lao, R. L. Thews, *Phys. Rev. Lett.*, **44**(1980), 1729.
- [3] S. D. Drell, T. M. Yan, *Phys. Rev. Lett.*, **25**(1970), 316;
Ann. Phys., **66**(1971), 578.
- [4] R. P. Feynman, R. D. Field, *Phys. Rev.*, **D15**(1977), 2590.
- [5] G. Preparata, *Phys. Rev.*, **D7**(1973), 2973;
P. Castorina, G. Navdulli, G. Preparata, *Phys. Lett.*, **93B**(1980), 291.
- [6] R. Jaffe, *Phys. Rev.*, **D11**(1975), 1953;
E. J. Squires, *Phys. Rev.*, **D21**(1980), 835.
- [7] J. Kuti and V. F. Weisskopf, *Phys. Rev.*, **D4**(1971), 3418;
P. V. Chlipankov et al., *Nucl. Phys.*, **B148**(1979), 400.
- [8] J. Owens, E. Reya, *Phys. Rev.*, **D17**(1978), 3003.
- [9] I. Hinchliffe, C. H. Llewellyn Smith, *Phys. Lett.*, **66B**(1977), 281;
E. N. Argyres, B. A. Campbell, *Phys. Rev.*, **D20**(1979), 155.

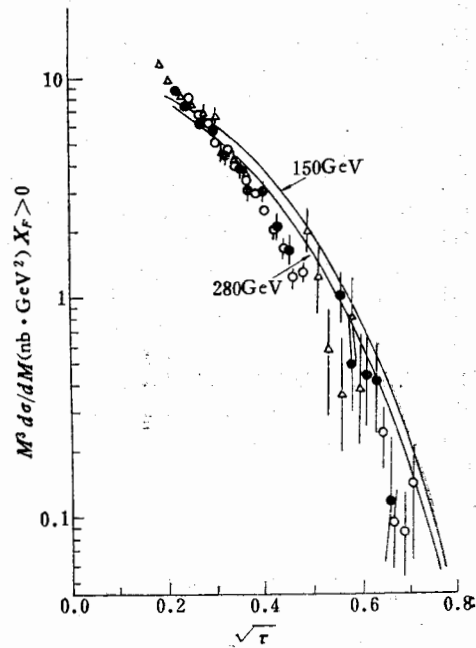


图 6 $M^3 \frac{d\sigma^{\pi^-Pt}}{dM} (x_F > 0)$

- [10] A. J. Buras, K. J. F. Gaemers, *Nucl. Phys.*, **B132**(1978), 249.
 [11] 吴济民, 沈齐兴等, 高能物理与核物理, **2**(1983).
 [12] G. Altarelli, G. Parisi, *Nucl. Phys.*, **B126**(1977), 298.
 [13] C. B. Newman et al., *Phys. Rev. Lett.*, **42**(1979), 951.
 [14] J. Badier et al., Proceedings of the EPS International Conf. on High Energy Physics. P. 751 (1979).
 [15] D. McCal et al., *Phys. Lett.*, **85B**(1979), 432.
 [16] M. J. Corden et al., *Phys. Lett.*, **96B**(1980), 417.
 [17] R. Barate et al., *Phys. Rev. Lett.*, **43**(1979), 1541.
 [18] R. I. Dzhelyadin et al., *Nucl. Phys.*, **B179**(1981), 189.
 [19] H. D. Politzer, *Nucl. Phys.*, **B129**(1977), 301.
 [20] C. T. Sachrajda, *Phys. Lett.*, **73B**(1978), 185; **76B**(1978), 100.
 [21] D. Amati et al., *Nucl. Phys.*, **B140**(1978), 54; **B146**(1978), 29.
 [22] J. Kubar-André et al., *Phys. Rev.*, **D19**(1978), 221; *Nucl. Phys.*, **B175**(1980), 251.
 [23] G. Altarelli et al., *Nucl. Phys.*, **B143**(1978), 521; **B157**(1979), 461.
 [24] J. Badier et al., *Phys. Lett.*, **89B**(1979), 145.
 [25] J. Badier et al., CERN-EP/79-68(1979), CERN-EP/80-150(1980).

龙
前
手

THE QCD BEHAVIOUR FOR THE VALENCE QUARK DISTRIBUTION FUNCTION OF PION IN THE LEADING LOGARITHM APPROXIMATION AND RELEVANT DIFFERENTIAL CROSS-SECTION

ZHANG MEI-MAN SHEN QI-XING WU CHI-MIN
LU JING-XIAN ZHAO PEI-YING

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

Using the analytic expression for valence quark distribution function of hadron in the leading logarithm approximation given by paper^[11], we discuss the QCD behaviour for the valence quark distribution function of pion. The existing data for valence quark distribution function of pion are explained excellently. We also predict the differential cross section $M^3 \frac{d\sigma}{dM}$ for massive lepton pair production with Drell-Yan mechanism and compare it with data.

近
SU(3
间没有
轻子-
命之1
上否定
的模式
里没有
才
多重态
使层于
应。

这
破坏极
量,而

S

本