

# π核双电荷交换反应的自旋效应 和 πN 振幅离壳修正

刘宪辉 李扬国

(中国科学院高能物理研究所)

## 摘 要

本文研究了 πN 振幅自旋有关项和离壳修正对 π 核双电荷交换反应的影响,发现两者都使截面的计算值显著减少,改善了理论与实验的符合。自旋效应在低能区是重要的,在能区是不重要的。

## 一、引 言

在文献[1]中,我们曾经用 Glauber 理论和相干结构核模型讨论了 π<sup>+</sup>-<sup>18</sup>O, <sup>16</sup>O 双电荷交换反应。初步获得理论计算与实验材料的定性符合,但定量上微分截面的计算值比实验值大几倍。在文[1]中,我们曾取 πN 振幅为仅含 S, P 波的唯一形式  $f_{\pi N}(q) = a + bq^2$ , 没有考虑自旋有关项和离壳的修正。本文就是要进一步考察 πN 振幅自旋有关项和 πN 振幅离壳行为的修正对 π 核双电荷交换反应的影响。我们具体分析了 π<sup>+</sup>-<sup>18</sup>O 双电荷交换反应微分截面,发现 πN 振幅的离壳修正大大改善了理论计算值与实验材料的定量相符合,并发现自旋有关项的贡献在入射 π 能量较低时是重要的,在能量较高时是不重要的。

## 二、理论公式

根据文献[1],在 Glauber 多次散射近似下的 π 核双电荷交换反应振幅为

$$F(q) = \frac{ik_0}{2\pi} \int d^{(2)}b e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} \left\langle \Psi \left| \frac{1}{2} \sum_{j \neq k} \Gamma_j^{\pi\pi}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j) \Gamma_k^{\pi\pi}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_k) \right| \Psi_i \right\rangle \cdot \left\langle \Psi_i \left| \prod_{\substack{j \\ j \neq k}}^A (1 - \Gamma_j^{\pi\pi}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)) \right| \Psi_i \right\rangle. \quad (1)$$

其中

$$\Gamma_j^{\pi\pi}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j) = \frac{1}{2\pi i k_0} \int e^{-i\mathbf{q}_j \cdot (\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)} f_j^{\pi\pi}(\mathbf{q}_j) d^{(2)}q_j, \quad (2)$$

$$f_j^{\pi\pi}(q) = \frac{k_0}{k_{CM}} (f_1(q) + f_2(q) \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}_j) (\tau_j + t_- + \tau_j - t_+),$$

$$f_i^{\prime}(q) = \frac{k_0}{k_{\text{CM}}} \{f_0(q) + f_2(q)\sigma_i \cdot n_i + (f_1(q) + f_3(q)\sigma_i \cdot n_i)\tau_{i3}t_3\}. \quad (3)$$

(3) 式的  $\pi N$  自由散射振幅包含有核子的自旋打翻项,  $k_0$  是  $\pi$  介子入射动量,  $k_{\text{CM}}$  是在  $\pi N$  质心系中  $\pi$  介子的入射动量,  $n_i = \frac{k_i \times k_j}{|k_i \times k_j|}$ ,  $k_i$  和  $k_j$  表示  $\pi$  入射到第  $i$  个核子上散射前后的动量,  $q_i$  为  $\pi$  与第  $i$  个核子散射后的动量转移.  $\sigma_i, \tau_i$  是第  $i$  个靶核子的自旋和同位旋算符;  $t$  为  $\pi$  介子同位旋算符.  $|\Psi_i\rangle, |\Psi_f\rangle$  表示系统的初末态.  $f_0, f_1, f_2, f_3$  是由自由  $\pi N$  散射分波相移决定的参数. 本文采用严格的  $\pi N$  振幅表达式 (3), 但考虑到我们分析的能量范围是在 300 MeV 以下,  $\pi N$  分波只取  $S, P, D$  波就够了, 更高次分波的作用是不重要的, 因而可忽略. 因为公式 (3) 是自由的  $\pi N$  散射在能壳上的振幅, 而在公式 (1) 中需要用到  $\pi N$  散射离开能壳的振幅, 因此必须作适当的修正. 在文献 [1] 中, 我们采用了只有  $S, P$  波的自由  $\pi N$  振幅唯象形式

$$f_{\pi N}(q) = a + bq^2.$$

$q$  是动量转移, 显然当  $q \rightarrow \infty$  时,  $f_{\pi N}(q)$  亦趋于  $\infty$ , 这在物理上是不合理的. 可见在离开物理区时, 仍使用实验上的自由  $\pi N$  振幅时, 就需要做适当的修正, 因为当  $f_{\pi N}(q)$  出现在  $dq$  的积分号下时, 将带来严重的误差.

根据可分离的  $\pi NT$  矩阵的讨论, 一般离壳  $\pi N$  振幅需要在自由  $\pi N$  各分波振幅上乘以离壳修正因子  $G_l^{[2,3]}$

$$G_l = \frac{g_l(k)g_l(k')}{g^2(k_0)}.$$

其中

$$\frac{g_l(k)}{g_l(k_0)} = \frac{k_0^2 + \alpha_l^2 k^2}{k^2 + \alpha_l^2}, \quad (4a)$$

或

$$g_l(k) = e^{-\beta_l k^2 [3]}, \quad (4b)$$

$k_0$  表示能壳上动量,  $k, k'$  表示离能壳动量. 由  $\pi D$  吸收实验确定  $\alpha_0 = 500 \text{ MeV}/c$ ,  $\alpha_1 = 300 \text{ MeV}/c$ ; 由唯象的相对论动力学讨论 [3] 取  $\beta_1 \approx 0.1 \sim 0.3 f_{\pi}^2$ . 为了计算方便, 我们采用高斯型的离壳修正因子 (4b). 在 Glauber 近似中, 动量转移  $q$  垂直于入射动量方向, 且在 (1)、(2) 式中只用到半离壳的  $\pi N$  振幅, 因此我们取如下近似

$$\begin{aligned} G_l &\approx g_l(k')/g_l(k_0) = \exp(-\beta_l [k_0 - q]^2 + \beta_l k_0^2) \\ &= \exp(-\beta_l [-2k_0 \cdot q + q^2]) \approx e^{-\beta_l q^2} \end{aligned} \quad (5)$$

$\beta_l$  是很小的数, 在  $q^2$  值小时  $G_l \approx 1$ , 在  $q$  值大时才会对  $\pi N$  振幅有较大的修正.

关于自旋有关项的处理, 以二次项为例

$$\begin{aligned} &\langle \phi_{n_1 l_1 m_1}(\mathbf{r}_1) | \Gamma_1^{\pi x}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_1) | \phi_{n_2 l_2 m_2}(\mathbf{r}_1) \rangle \\ &= \int d^3 r_1 \phi_{n_1 l_1 m_1}^*(\mathbf{r}_1) \phi_{n_2 l_2 m_2}(\mathbf{r}_1) \frac{1}{2\pi i k_{\text{CM}}} \int e^{-i\mathbf{q}_1 \cdot (\mathbf{b} - \mathbf{s}_1)} f_{(q_1)}^{\pi x} d q_1^{(2)}, \end{aligned}$$

◆

$$\rho_{n_2 l_2 m_2}^{n_1 l_1 m_1}(q_1) = \int \phi_{n_1 l_1 m_1}^*(\mathbf{r}_1) e^{i\mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{s}_1} \phi_{n_2 l_2 m_2}(\mathbf{r}_1) d\mathbf{r}_1,$$

$$f^{\pi x}(q_1) = f_1(q_1) + f_3(q_1)\sigma_1 \cdot n_1,$$

$$\begin{aligned} n_i \sin \theta &= \frac{\mathbf{k}_i \times \mathbf{k}_f}{|\mathbf{k}_i \times \mathbf{k}_f|} \sin \theta = \frac{\mathbf{q}_1 \times \mathbf{k}_i}{k_i^2}, \\ \mathbf{q}_1 &= \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_f, \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}_i \sin \theta &= \frac{\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot (\mathbf{q}_1 \times \mathbf{k}_i)}{k_i^2} = \frac{\mathbf{q}_1 \cdot (\mathbf{k}_i \times \boldsymbol{\sigma}_1)}{k_i^2} \\ &= \frac{1}{k_i^2} \{q_{1b}(\mathbf{k}_i \times \boldsymbol{\sigma}_1)_b + q_{1y}(\mathbf{k}_i \times \boldsymbol{\sigma}_1)_y + q_{1z}(\mathbf{k}_i \times \boldsymbol{\sigma}_1)_z\}, \end{aligned}$$

那么

$$\begin{aligned} &\langle \psi_{n_1 l_1 m_1}(\mathbf{r}_1) | \Gamma_1^{ex}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_1) | \psi_{n_2 l_2 m_2}(\mathbf{r}_1) \rangle \\ &= \frac{1}{2\pi i k_{CM}} \int \rho_{n_2 l_2 m_2}^{n_1 l_1 m_1}(q_1) e^{-i\mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{b}} \left[ f_1(q_1) + f_3'(q_1) \frac{\mathbf{q}_1 \cdot (\mathbf{k}_i \times \boldsymbol{\sigma}_1)}{k_i^2} \right] dq_1^{(2)}. \end{aligned}$$

完成对  $d\mathbf{q}_1$  的角度积分, 并注意到在 Glauber 近似中  $q_{1z} = 0$ , 得到

$$\begin{aligned} &\langle \psi_{n_1 l_1 m_1}(\mathbf{r}_1) | \Gamma_1^{ex}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_1) | \psi_{n_2 l_2 m_2}(\mathbf{r}_1) \rangle = \frac{1}{i k_{CM}} \int dq_1 q_1 \\ &\cdot \rho_{n_2 l_2 m_2}^{n_1 l_1 m_1}(q_1) \left[ f_1(q_1) J_0(q_1 b) - i f_3'(q_1) J_1(q_1 b) \frac{\mathbf{q}_1 (\mathbf{k}_i \times \boldsymbol{\sigma}_1)_b}{k_i^2} \right]. \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} f_3'(q_1) &= f_3(q_1) / \sin \theta, \\ (\mathbf{k}_i \times \boldsymbol{\sigma}_1)_b &= \boldsymbol{\delta} \cdot (\mathbf{k}_i \times \boldsymbol{\sigma}_1) = \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot (\boldsymbol{\delta} \times \mathbf{k}_i). \end{aligned}$$

利用公式

$$\langle S^2 00 | \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{n}_1 \boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{n}_2 | S^2 00 \rangle = \frac{1}{3} \langle S^2 00 | \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 | S^2 00 \rangle \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2$$

二次项可表示为

$$\begin{aligned} &\langle (n_1 l_1)^2 00 | \Gamma_1^{ex}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_1) \Gamma_2^{ex}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_2) | (n_2 l_2)^2 00 \rangle \\ &= \sum_{m_1 m_2} \frac{(-1)^{l_1 + l_2}}{l_1 l_2} \langle S^2 00 | \langle \psi_{n_1 l_1 m_1} | \Gamma_1^{ex} | \psi_{n_2 l_2 m_2} \rangle \langle \psi_{n_2 l_2 m_2} | \Gamma_2^{ex} | \psi_{n_1 l_1 m_1} \rangle | S^2 00 \rangle \\ &= \sum_{m_1 m_2} \frac{(-1)^{l_1 + l_2}}{l_1 l_2} \frac{1}{(i k_{CM})^2} \left\{ \left[ \int \rho_{n_2 l_2 m_2}^{n_1 l_1 m_1}(q_1) f_1(q_1) J_0(q_1 b) q_1 dq_1 \right]^2 \right. \\ &\quad \left. + \left[ \int \rho_{n_2 l_2 m_2}^{n_1 l_1 m_1}(q_1) f_3'(q_1) J_1(q_1 b) \frac{q_1^2}{k_{CM}} dq_1 \right]^2 \right\} \times (\tau_{1+l_-} + \tau_{1-l_+})(\tau_{2+l_-} + \tau_{2-l_+}). \end{aligned}$$

对于  $^{16}\text{O}$ ,  $^{18}\text{Ne}$  核基态波函数, 我们采用文献[1]中使用过的相干结构模型. 即引入粒子对和空穴对声子算符  $Q_{LST}^+$ ,  $P_{LST}^+$ , 定义  $^{16}\text{O}$  满壳为声子真空态  $|^{16}\text{O}\rangle = |\Psi_0\rangle$ , 满足等式

$Q_{LST} |\Psi_0\rangle = 0$  和  $P_{LST} |\Psi_0\rangle = 0$ . 那么  $^{16}\text{O}$  和  $^{18}\text{Ne}$  的基态是激发一个粒子对声子的状态,  $|^{18}\text{O}\rangle = Q_{00}^+ |\Psi_0\rangle$ ,  $|^{18}\text{Ne}\rangle = Q_{00}^+ |\Psi_0\rangle$ . 我们在二次量子化表象中来计算双电荷交换矩阵元, 两体跃迁算符用声子算符来表示, 并采用玻色子近似. 计算方法的其他细节在文章[1]中有详细介绍, 在此不做重复. 要指出的是, 由于  $\pi N$  振幅自旋项的存在和离壳修正因子的引入, 使计算变得大大复杂化, 计算量也大得多.

### 三、计算结果和讨论

用上节所述理论方法,我们详细的计算了  $\pi^+$  入射能量为 161.9 MeV 和 291 MeV 的  $^{18}\text{O}(\pi^+, \pi^-)^{18}\text{Ne}(g. s)$  反应微分截面。  $\beta_1$  取  $0.0f_m$  和  $0.2f_m$  两个值,用以比较离壳修正的影响。我们只取  $y_0 = 0.0$ , 考察  $^{18}\text{O}$  满壳层没有  $2p - 2h$  组态涨落时的情况,因为从文章 [1] 及低能核物理的研究中知道,  $2p - 2h$  组态涨落应该是小的。谐振子参数  $\alpha^{-1}$  取  $1.769\text{fm}$ 。  $\pi N$  分波相移取  $S, P, D$  波,相移值取自 [4]。在计算中,我们只考虑了满壳外两个中子的自旋打翻项,未考虑满壳层核子弹性散射时的自旋打翻效应。

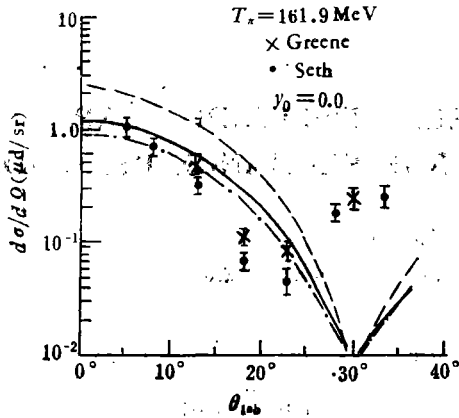


图 1  $^{18}\text{O}(\pi^+, \pi^+)^{18}\text{Ne}_{g.s.}$  反应微分截面  
——  $D = 0.2$  Non-spin-flip  
---  $D = 0.2$  spin-flip

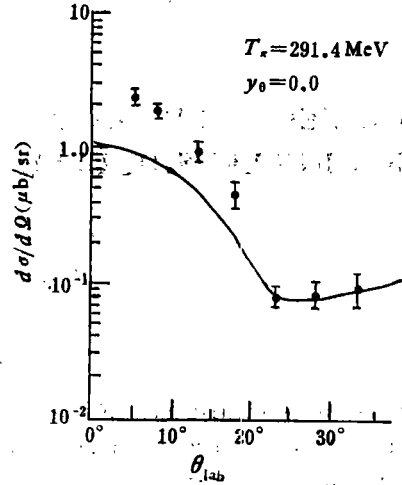


图 2  $^{18}\text{O}(\pi^+, \pi^-)^{18}\text{Ne}_{g.s.}$  反应微分截面

图 1 给出 161.9 MeV 的  $\pi^+$  与  $^{18}\text{O}$  发生双电荷交换反应的微分截面。曲线是计算值,点是  $\pi^+$  入射能量为 164 MeV 时的实验值 [6]。从图中可看到  $\pi N$  振幅的离壳修正对截面的影响是显著的,可使截面降低一倍之多。但角分布形状和第一个极小的位置几乎没有改变。同样,自旋打翻项亦使截面下降约  $\sim 10\%$ ,也不改变微分截面的形状。理论计算的第一极小位置比实验值约大 5, 6 度角,这跟一些作者的计算是一致的 [5], 这一偏离的来源尚须进一步研究。整个来说,微分截面的符合还是好的,它正确反映了多次散射机制角分布出现峰谷的特点。我们可以看到,  $\pi N$  振幅的修正大大改善了理论计算值与实验材料在数值大小上的相符合。

图 2 给 291.4 MeV 的  $\pi^+$  入射引起的  $^{18}\text{O}(\pi^+, \pi^-)^{18}\text{Ne}(g.s)$  反应微分截面。自旋打翻项贡献非常小,在图中无法把包含和不包含自旋项的两条曲线区分开来。表明自旋效应在能量高时不重要。这一点与我们对一般强子(例如质子)散射的自旋效应的认识一致,即能量高时,强子散射的自旋有关项贡献不重要。在图中可看到,微分截面没有极小值,在大角度显得比较平坦,这与 164 MeV 的微分截面十分不同,它表明  $\pi N$  散射高分波( $D$  波)的贡献十分重要。在小角度计算值稍小于实验。因为对于  $D$  波的  $\pi N$  分波振幅离壳修正因子不甚清楚,在计算中没有考虑。

计算中发现,  $\pi$  场扭曲是十分大的, 必须加以认真考虑。

综上所述, 进一步证实  $\pi$  核双电荷交换反应机制是多次散射机制。  $\pi$ N 基本振幅的离壳修正是十分重要的。自旋打翻项在能量较低时是重要的, 在能量较高时是不重要的。

### 参 考 文 献

- [1] 刘宪辉等, 高能物理与核物理, 5(1981), 157.
- [2] R. Landau and F. Tabakin, *Phys. Rev.*, **D5**(1972), 2746; J. Londergan et al., *Ann. Phys.*, **86**(1974), 147.
- [3] T. S. H. Lee et al., *Phys. Lett.*, **67B**(1977), 282.
- [4] J. R. Carter et al., *Nucl. Phys.*, **B58**(1973), 378.
- [5] E. Oset et al., *Phys. Lett.*, **73B**(1978), 393.
- [6] S. J. Green et al., *Nucl. Phys.*, **A335**(1980), 2.

## SPIN EFFECT AND $\pi$ -N OFF SHELL AMPLITUDE CORRECTION ON $\pi$ -NUCLEUS DOUBLE CHARGE EXCHANGE REACTION

LIU SHIAN-HUI LI YANG-GUO

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)

### ABSTRACT

We study the influence of the spin terms and off shell correction of  $\pi$ -N amplitude  $\pi$ -nucleus double charge exchange reaction. It is showed that both greatly reduce the cross sections and improve the theoretical result to fit the experimental data better. Spin effect is importance in the (3, 3) resonance energy region, but it is less important in the higher energy.