

# 胶袋模型与强子质量谱

殷鹏程 周谷声 王家珠 王滋

(复旦大学) (中国科学技术大学)

## 摘 要

在前文<sup>[1]</sup>所提出的胶袋模型的基础上,具体计算了强子质量谱,发现表面能对夸克运动状态的依赖关系相当敏感,所得结果与实验相比,在普通强子(包括奇异粒子),  $\psi/J$  粒子, 粲偶素和  $\Upsilon$  粒子族的广泛范围内, 相对误差不超过百分之五. 在所取的近似程度下, 这样的符合是令人鼓舞的.

在前文<sup>[1]</sup>中, 作者之一提出了强子结构的胶袋模型, 给出了理论框架并作了数量级的估计. 在这篇文章中, 我们以前文为基础, 具体计算了强子质量谱.

为了以后叙述方便, 我们先把前文的胶袋模型扼要的回顾一番.

## 一、胶袋模型

前文所提胶袋模型是以下式拉氏量为基础的.

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a + \bar{\psi} \left[ -\gamma_\mu \left( \partial_\mu - ig \frac{\lambda_a}{2} \cdot A_\mu^a \right) - \frac{G}{f} (\varphi + p) \right] \psi \\ & - \frac{1}{2} \left[ \left( \partial_\mu - ig \frac{\lambda_a}{2} \cdot A_\mu^a \right) \varphi \right]^2 - V(\varphi), \end{aligned} \quad (1.1)$$

其中

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc} A_\mu^b A_\nu^c; \quad (1.2)$$

$$\left[ \frac{\lambda_a}{2}, \frac{\lambda_b}{2} \right] = if_{abc} \frac{\lambda_c}{2}; \quad (1.3)$$

$$\text{Tr}(\lambda_a, \lambda_b) = 2\delta_{ab};$$

$p$  为可调节的参数. 其数值不同就对应不同类型的袋模型. 式中  $\varphi(x)$  为 Higgs 标量场,  $V(\varphi)$  为它的自作用势. 目前我们还不能对 Higgs 场  $\varphi(x)$  的来源说得很清楚. 不过我们可以设想  $\varphi(x)$  是夸克之间交换胶子, 在大距离处所产生的超强作用(红外奴役)的一种唯象的代用品. 我们希望最终能把  $\varphi(x)$  场归之于非对易颜色规范场的非线性自作用, 这一点留待以后再研究.

在以上的理解下, 在前式中所出现的相互作用常数  $g$  就只是一个少量. 它只反映夸克在交换胶子时, 在近距离处的“弱”相互作用(渐近自由), 因而可以把它作为微扰来处理.

理,这种作法和 MIT 袋模型<sup>[2]</sup>是一样的。因此在零级近似下,可以完全忽略规范场的存在。这样 (1.1) 式的拉氏量就近似简化为

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} \left[ -\gamma_\mu \partial_\mu - \frac{G}{f} (\varphi + p)^2 \right] \psi - \frac{1}{2} (\partial_\mu \varphi)^2 - V(\varphi), \quad (1.4)$$

由此可得到体系的哈氏函数

$$H = \int \mathcal{H} dx = \int \left\{ \psi^\dagger \left[ \frac{\boldsymbol{\alpha} \cdot \nabla}{i} + \frac{G}{f} \beta (\varphi + p)^2 \right] \psi + \frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} (\nabla \varphi)^2 + V(\varphi) \right\} dx. \quad (1.5)$$

通过变分原理可以得到场方程

$$\nabla^2 \varphi - \frac{\partial V}{\partial \varphi} = \frac{2G}{f} \bar{\psi} (\varphi + p) \psi, \quad (1.6)$$

$$\left[ \frac{\boldsymbol{\alpha} \cdot \nabla}{2} + \frac{G}{f} \beta (\varphi + p)^2 \right] \psi = \epsilon \psi.$$

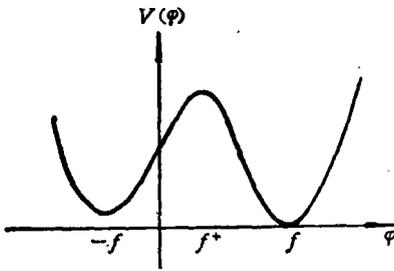


图 1

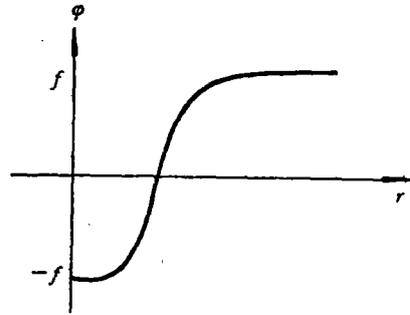


图 2

如果我们取  $V(\varphi)$  有图 1 所示的行为,  $V(\varphi)$  右边的极小值为零, 而左边的极小值有一不为零的小量  $\Delta > 0$ , 并且考虑球对称的静态解。根据前文<sup>[2]</sup>的分析, 以及 R. Friedberg 和李政道<sup>[3]</sup>的类似分析, 可知这时  $\varphi(r)$  存在如图 2 所示的特解。这种形式的特解称为袋形解, 前文还证明了当取  $p = 0$  时, 作为夸克的波函数  $\psi(x)$  只能集中在  $\varphi(r)$  的过渡层附近, 也就是趋于 SLAC 袋<sup>[4]</sup>的情况, 而当  $p = f$  时, 作为夸克波函数的  $\psi(x)$  就可以主要集中在  $r < R$  的袋内区域, 也就是趋于 MIT 袋的情况, 今后我们就在  $p = f$  的假定下进行讨论。

应该强调, 如同前文所指出, 只有  $V(\varphi)$  的左极小值  $\Delta \neq 0$  才能使得当  $p = f$  时的类 MIT 袋形解 (包括袋内的  $\psi$ ) 的能量小于下述另一特解的能量: 即  $\varphi = -f$  (非袋形解) 而同时  $\psi(x)$  是  $E \rightarrow 0$  的自由粒子的特解。也就是如果  $\Delta$  严格为零, 那就会存在无夸克禁闭 (非袋形解) 的  $E \rightarrow 0$  的低能自由夸克态。这当然是我们所要避免的, 因此  $\Delta \neq 0$ 。不过这种要求是敏锐的, 只要  $\Delta \neq 0$  即使它是个微量, 也足以使得非袋形解的能量提高很多, 因为这时体系的能量是个积分效应, 即  $E = \int \Delta dx$ , 因此我们在理论上说明了  $\Delta \neq 0$  以后, 在实际应用时可以令  $\Delta \rightarrow 0$ , 在前文中已经指出  $\Delta$  值实际就相当于 MIT 袋的压强  $B$

或体积能密度。在本文计算中我们就是把  $\Delta$  忽略以使计算简化。

## 二、袋形解的必要条件

把 (1.6) 式第一式在球极坐标下写成球对称形式

$$\frac{d^2\varphi}{dr^2} = -\frac{2}{r} \frac{d\varphi}{dr} - \frac{\partial V}{\partial \varphi} + 2 \frac{G}{f} \bar{\psi}\psi(\varphi + \rho), \quad (2.1)$$

如果把  $r$  看成时间, 而把  $\varphi$  看成位移, 上式就是表明一个单位质量的粒子在如图 3 所示的势能曲线  $-V(\varphi)$  下的运动, 其中  $-\frac{2}{r} \frac{d\varphi}{dr}$  和  $\frac{2G}{f} \bar{\psi}\psi(\varphi + \rho)$  分别表示阻力和推动力。

如果我们真象 SLAC 袋那样, 把  $-\frac{2}{r} \frac{d\varphi}{dr}$  和  $\frac{2G}{f} \bar{\psi}\psi(\varphi + \rho)$  完全忽略, 那末根据力学里的能量守恒, 只有当  $V(\varphi)$  的左极值和右极值有相同高度(同时为零)才能有当  $r \rightarrow 0$  时,  $\varphi = -f$ ; 而  $r \rightarrow \infty$  时,  $\varphi \rightarrow f$  的袋形解。不过这样一来, 正如上面所讲过, 当取  $\rho = f$  时, 就还存在低能自由夸克的更低能态, 这又是我们所要避免的。

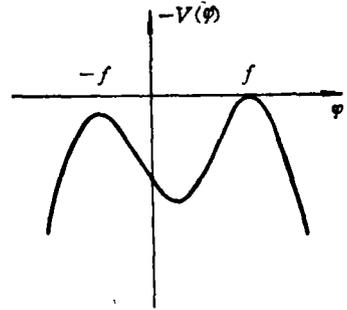


图 3

其实我们不能经常忽略  $-\frac{2}{r} \frac{d\varphi}{dr}$  和  $\frac{2G}{f} \bar{\psi}\psi(\varphi + \rho)$  这两项, 虽然在  $\varphi(r)$  的袋形解的过渡层以外那边区域, 这两项确是可以忽略的, 可是在过渡层内部, 一般这两项并不能忽略, 我们可以选取  $G$  值足够大, 使得

单位质量的粒子在  $-V(\varphi)$  势能曲线的波谷通过时,  $\frac{2G}{f} \bar{\psi}\psi(\varphi + \rho)$  推动力所做的功, 抵消阻力  $-\frac{2}{r} \frac{d\varphi}{dr}$  所消耗的功而有余, 从而单位质量的粒子, 正好由  $\varphi = -f$  处下降最终恰好上升到  $\varphi = f$  处, 这就对应于  $\varphi(r)$  袋形解, 这就是存在袋形解的必要条件。用数学形式来表达, 这个必要条件就是

$$\int_{-f}^f \frac{2G}{f} \bar{\psi}\psi(\varphi + \rho) d\varphi - \int_{-f}^f \frac{2}{r} \frac{d\varphi}{dr} d\varphi = \Delta. \quad (2.2)$$

目前 (2.2) 式中的解析形式很难求出, 且用计算机计算, 工作量非常庞大。因而在此我们根据一些物理的考虑, 来对袋形解的形式做一些合理的猜想。我们估计强子质量谱可能与袋形解的细节关系不大, 而主要决定于袋形解的整体趋势。

根据 SLAC 袋的解的形式, 我们可以认为  $\varphi(r)$  的袋形解基本上是

$$\varphi(r) = f \tanh \frac{r-R}{a}$$

的形式, 其中不仅袋的半径  $R$ , 将来要由能量为极小值的条件来确定, 而且袋皮的厚度  $a$ , 也应由上述的袋形解的必要条件 (2.2) 式来决定, 也就是在我们的胶袋模型里, 袋皮的厚度  $a$ , 因而袋的表面张力是可以改变的, 是与袋内夸克状态有关的参量, 这一点和另外一

些袋模型,例如 SLAC 袋不同,它们的表面张力,表面层的行为是固定不变的,这是由于 SLAC 袋完全忽略了推力项和阻力项所致。

虽然我们的袋皮的厚度  $a$  是可以改变的,可是它还是保持是很薄的,也就是保持  $a/R \ll 1$ . 即  $\varphi(r)$  在过渡层中都是很陡的,变化都是很快,因此我们认为在初级近似下,可忽略袋皮厚度  $a$  的改变,对袋内夸克状态的影响,而取 MIT 袋内的  $\phi(r)$ ,即在  $r < R$  区内

$$\phi(r) = N \left( \begin{array}{l} \left( \frac{\omega + m_{\text{eff}}}{\omega} \right)^{\frac{1}{2}} i j_0 \left( \frac{\chi r}{R} \right) U \\ - \left( \frac{\omega - m_{\text{eff}}}{\omega} \right)^{\frac{1}{2}} i_1 \left( \frac{\chi r}{R} \right) \sigma \cdot \hat{r} U \end{array} \right). \quad (2.3)$$

而在  $r > R$  区,  $\phi(r) = 0$ , 作为我们的  $\phi(r)$  的初级近似。

实际强子包含多个夸克(或反夸克)而且夸克质量  $m_i$ , 可以不为零。这时 (1.6) 式推广为

$$\begin{aligned} \nabla^2 \varphi - \frac{\partial V}{\partial \varphi} &= \frac{2G}{f} \sum_i \bar{\psi}_i \psi_i (\varphi + p), \quad (2.4) \\ \left\{ \frac{\mathbf{a} \cdot \nabla}{i} + \beta \left[ \frac{G}{f} (\varphi + p)^2 + m_i \right] \right\} \psi_i &= \epsilon_i \psi_i, \quad i = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

上式第一式中对  $i$  求和遍及袋内的夸克(或反夸克),与此同时,袋形解的必要条件也应有相应的推广

$$\int_{-1}^1 \sum_i \frac{2G}{f} \bar{\psi}_i \psi_i (\varphi + p) d\varphi - \int_{-1}^1 \frac{2}{r} \frac{d\varphi}{dr} d\varphi = \Delta, \quad (2.5)$$

以后实际计算中我们取  $\Delta \rightarrow 0$ ,  $p = f$ .

### 三、必要条件的计算

在以后具体计算中,我们取  $V(\varphi) = F(\varphi^2 - f^2)^2$ , 相当于取  $\Delta \rightarrow 0$ , 并取  $p = f$ ,

$$\varphi(r) = f \tanh \frac{r - R}{a}. \quad (3.1)$$

而取  $\psi(r)$  为 (2.3) 式的形式,代入 (2.5) 式可计算 (2.5) 式的各项贡献,(2.5) 式第一项称为推力项,由于我们取  $p = f$ ,所以在袋内  $(\varphi + p) \rightarrow 0$ . 推力项的贡献主要来自狭窄的过渡层  $R - \frac{D}{2} < r < R$  区域,其中  $D = 2a$  (在  $r > R$  区,  $\psi(r) = 0$ ). 因此在计算推力项积分时,可以把被积函数  $\bar{\psi} \psi (\varphi + p)$  在  $r = R$  附近展开并取线性近似

$$\begin{aligned} \sum_i \int_{-1}^1 \frac{2G}{f} \bar{\psi}_i \psi_i (\varphi + f) d\varphi \\ = \sum_i \int \frac{2G}{f} \bar{\psi}_i \psi_i (\varphi + f) \frac{d\varphi}{dr} dr. \end{aligned} \quad (3.2)$$

其中

$$\bar{\psi}_i \psi_i = \frac{N_i^2}{4\pi} \left\{ \left[ j_0^2 \left( \frac{\chi_i r}{R} \right) - j_1^2 \left( \frac{\chi_i r}{R} \right) \right] \right\}$$

$$+ \frac{Rm_i}{R\omega_i} \left[ j_0^2\left(\frac{\chi_i r}{R}\right) - j_1^2\left(\frac{\chi_i r}{R}\right) \right] \}. \quad (3.3)$$

把  $j^2$  在  $r = R$  附近展开并只取线性项可得

$$j_0^2(r) \simeq A(\chi) + B(\chi) \frac{(r-R)}{R}, \quad j_1^2(r) \simeq C(\chi) + D(\chi) \frac{(r-R)}{R}. \quad (3.4)$$

其中

$$\begin{aligned} A(\chi) &= \left( \frac{2 \sin \chi}{\chi} \right)^2 = j_0^2(\chi) & B(\chi) &= \frac{2 \sin \chi}{\chi} \left( \cos \chi - \frac{\sin \chi}{\chi} \right), \\ C(\chi) &= \left( \frac{\sin \chi}{\chi^2} - \frac{\cos \chi}{\chi} \right)^2 = j_1^2(\chi), \\ D(\chi) &= 2 \left( \frac{\sin \chi}{\chi} - \frac{\cos \chi}{\chi} \right) \cdot \left( \sin \chi + \frac{2 \cos \chi}{\chi} - \frac{2 \sin \chi}{\chi^2} \right), \end{aligned} \quad (3.5)$$

$\chi$  定义为

$$\chi^2 = (\omega^2 R^2 - m^2 R^2) \quad (3.6)$$

是下式频率条件的解

$$\tan \chi = \frac{\chi}{1 - mR + \kappa[\chi^2 + (mR)^2]^{\frac{1}{2}}}, \quad (3.7)$$

其中  $\kappa = \pm 1$ .

$$(\varphi + p) \frac{d\varphi}{dr} \simeq \frac{pf}{a} + \left( \frac{f}{a} \right)^2 R \frac{(r-R)}{R} = \frac{f^2}{a} \left[ 1 + \frac{(r-R)}{a} \right]. \quad (3.8)$$

把以上各式代入 (3.2) 式可得

$$\begin{aligned} \sum_i \int \frac{2G}{f} \bar{\psi}_i \psi(\varphi + p) d\varphi &= \frac{Gf}{24\pi} \sum_i N_i^2 \left\{ [D(\chi_i) - B(\chi_i)] \right. \\ &\quad \left. - \frac{m_i R}{R\omega_i} [B(\chi_i) + D(\chi_i)] \right\} \frac{D}{R}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

(2.5) 式的第二项称为阻力项, 可以类似计算得到

$$- \int \frac{2d\varphi}{rd r} d\varphi \simeq \frac{-2}{R} \int \frac{d\varphi}{dr} d\varphi \simeq \frac{-8f^2}{3Ra} = \frac{-16f^2}{3RD}, \quad (3.10)$$

把 (3.9) 和 (3.10) 式代入 (2.5) 式可得到必要条件的关系

$$\frac{1}{24\pi} \sum_i N_i^2 \left[ D(\chi_i) - B(\chi_i) - \frac{m_i R}{R\omega_i} [B(\chi_i) + D(\chi_i)] \right] \left( \frac{D}{R} \right)^2 - \frac{16f}{3GR^2} = 0, \quad (3.11)$$

由此简化为

$$\left( \frac{D}{R} \right)^2 = \frac{64}{3} \frac{fR}{G} \frac{1}{P}. \quad (3.12)$$

其中

$$\begin{aligned} P &= \sum_i P_i = \frac{1}{6\pi} \sum_i \bar{N}_i^2 \left\{ \kappa [B(\chi_i) - D(\chi_i)] - \frac{m_i R}{R\omega_i} [B(\chi_i) + D(\chi_i)] \right\}, \quad (3.13) \\ \bar{N}_i^2 &= j_0^2(\chi_i) \frac{R\omega_i(R\omega_i - m_i R)}{2R\omega_i(R\omega_i - 1) + m_i R} \end{aligned}$$

$$= \frac{\chi_i^2}{\sin^2 \chi_i} \frac{R\omega_i(R\omega_i - m_i R)}{2R\omega_i(R\omega_i - 1) + m_i R} = R^3 N_i^2, \quad (3.14)$$

以上(3.12)式就是我们所要找的袋皮厚度与袋内夸克状态的关系。

## 四、表面能

由(1.5)式看来,强子能量的零级近似,来自(1.5)式的第一项,这是夸克的动能,这一项实际上和 MIT 袋是一致的。对于我们的袋形解(1.5)式的第三、第四两项,只有 $\varphi(r)$ 的过渡层才有贡献,过渡层内外两边贡献都趋于零。过渡层对能量的贡献就是所谓表面能

$$E_s = E_{s1} + E_{s2},$$

$$E_{s1} = \int d\mathbf{x} V(\varphi) \simeq 4\pi R^2 \int \frac{V(\varphi)}{\frac{d\varphi}{dr}} d\varphi = 4\pi R^2 \cdot F \frac{2D}{3} f', \quad (4.1)$$

$$E_{s2} = \frac{1}{2} \int (\nabla\varphi)^2 d\mathbf{x} \simeq \frac{1}{2} 4\pi R^2 \int \frac{d\varphi}{dr} d\varphi = 4\pi R^2 \frac{4}{3} \frac{f^2}{D}, \quad (4.2)$$

$$E_s = E_{s1} + E_{s2} = \frac{4\pi}{R} \left[ \frac{2}{3} F(fR) \frac{4D}{R} + \frac{4}{3} \frac{(fR)^2}{D} \right]. \quad (4.3)$$

把(3.12)式代入上式可得

$$E_s = \frac{4\pi}{R} \left[ \frac{16}{3} F(fR)^{\frac{2}{3}} \frac{1}{\left(3G \sum_i P_i\right)^{\frac{1}{3}}} + \frac{(fR)^{\frac{2}{3}}}{6} \left(3G \sum_i P_i\right)^{\frac{1}{3}} \right], \quad (4.4)$$

上式就是我们所要找的表面能与夸克动能的关系。

## 五、强子质量的计算

强子总能量的表示式,它包括如下几个部分:

### 1. 表面能

$$E_s = \frac{64\pi}{3\sqrt{3}} \frac{aR^{\frac{2}{3}}}{\left(\sum P_i\right)^{\frac{1}{3}}} + \frac{2\pi}{3} b \left(\sum_i P_i\right)^{\frac{1}{3}} R^{\frac{1}{3}}, \quad (5.1)$$

其中

$$a = \frac{Ff^{\frac{2}{3}}}{G^{\frac{1}{3}}} (\text{GeV})^{\frac{2}{3}}, \quad b = f^{\frac{1}{3}} G^{\frac{1}{3}} (\text{GeV})^{\frac{1}{3}}$$

是两个待定参数。表面能因子 $P$ 由(3.13)式给出,它与袋内夸克的运动状态有关,由图4、5可见 $P$ 对夸克运动状态的依赖关系是相当敏感的,求和须对强子内各夸克状态进行,这是胶袋模型在计算强子质量谱时,区别于其它模型的主要特征。 $a, b$ 两参数以 $N, \Delta$ 粒子的质量输入而定出。

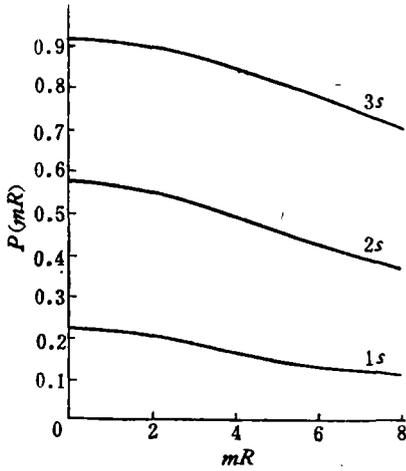


图 4 表面能函数  $P(mR)$ , 图中画出了  $\kappa = -1$  时各量子态的  $P(mR)$  值, 对  $n = 1, 2, 3$  各态, 记为  $1s$  态,  $2s$  态,  $3s$  态

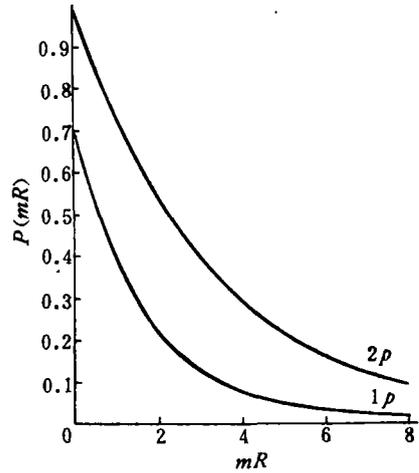


图 5 表面能函数  $P(mR)$ , 对  $\kappa = +1, n = 1, 2$  各量子态的  $P(mR)$  值记为  $1p$  态,  $2p$  态

### 2. 夸克动能

$$E_Q = \frac{\sum_i R\omega_i(m_iR)}{R}, \quad (5.2)$$

其中  $R\omega$  由 (3.6) 及 (3.7) 式决定。

### 3. 零点能 $E_0$

类似 MIT 袋<sup>[4]</sup>, 我们取

$$E_0 = -\frac{Z_0}{R}, \quad (5.3)$$

其中  $Z_0 = 1.90$ 。

**4. 胶子颜色磁作用能  $E_M$**  这项表示夸克之间的相互作用能。其中含有相互作用耦合常数  $\mathcal{L}_c$ , 数似 MIT<sup>[4]</sup> 袋, 取  $\mathcal{L}_c = g^2/4\pi \simeq 0.55$ 。由于胶子之间的电作用能仅对奇异粒子中含不同质量的夸克那一些粒子, 才有贡献, 且为相应磁能的千分之一左右, 所以在本次计算中, 我们先予以忽略, 而胶子的磁作用能为<sup>[5]</sup>

$$E_M = \frac{8\mathcal{L}_c}{3R} \sum a_{ij} M_{ij}. \quad (5.4)$$

其中系数  $a_{ij} = \lambda(\sigma_i, \sigma_j)$ ,  $\sigma$  是夸克自旋, 对于重子  $\lambda = 1$ , 对介子  $\lambda = 2$ 。

因而  $a_{ij}$  是与夸克自旋取向有关的系数。  $M_{ij}$  则取决于夸克的颜色磁矩  $\mu(mR)$ , 对应  $\kappa = \pm 1$ , 颜色磁矩表达式如下<sup>[4,5]</sup>:

$$\mu(mR) = \frac{R}{6} \frac{4R\omega - \kappa(2mR - 3)}{2R\omega(R\omega + \kappa) + mR}. \quad (5.5)$$

由上述可知, 强子质量总式共含下列 5 项:

$$\begin{aligned} E &= E_A + E_B + E_Q + E_0 + E_M \\ &= \frac{64\pi}{3\sqrt{3}} \frac{aR^{\frac{7}{2}}}{\left[\sum_i P_i(mR)\right]^{\frac{1}{2}}} + \frac{2\pi}{\sqrt{3}} b \left[\sum_i P_i(mR)\right]^{\frac{1}{2}} R^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

$$+ \frac{\sum_i R\omega_i(mR)}{R} - \frac{1.90}{R} + \frac{8}{3} \frac{\mathcal{L}_c}{R} \sum a_{ij} M_{ij}. \quad (5.6)$$

## 六、参数的决定

在这次初步计算中,我们设  $u, d$  夸克质量相等并且为零. 以  $N(uud), \Delta(uud)$  粒子的质量输入, 认为其内部三个夸克都处于基态模式  $(1s)^3$ . 考虑平衡时能量取极小值的条件,  $\frac{\partial E}{\partial R} = 0$ , 由此, 定出参数  $a, b$ . 同时得出  $N, \Delta$  粒子的半径值.

这时表面能因子  $\sum_i P_i(0) = 3 \times P(0) = 3 \times 0.21675$ ; 夸克动能因子  $R\omega(0) = 2.043$ ; 取  $Z_0 = 1.90, \mathcal{L}_c = 0.55, M(0)$  为  $0.176$ , 代入  $E$  及  $\partial E/\partial R = 0$  表示式中, 则得参数

$$a = 1.456 \times 10^{-3} (\text{GeV})^{\frac{2}{3}}; \quad b = 0.7912 \times 10^{-2} \text{GeV}^{\frac{2}{3}} \quad (6.1)$$

然后用  $\Omega^-(sss)$  粒子质量  $1.672 \text{GeV}$  输入, 并由能量极小值条件定出  $s$  夸克的质量  $m_s$  为  $0.274 \text{GeV}$ , 同时得出半径  $R_{\Omega^-} = 5.26 \text{GeV}^{-1}$ .

表 I

	$M_{\text{exp}}$	$M_{\text{MIT}}^{(4)}$	$M$	$E_A$	$E_B$	$E_Q$	$E_0$	$E_M$	$R$	$R_{\text{MIT}}$
P	0.938	0.938	0.938	0.1914	0.0516	1.2328	-0.3822	-0.1560	4.97	5.00
$\Lambda$	1.116	1.105	1.096	0.1870	0.0510	1.4020	-0.3856	-0.1581	4.93	4.95
$\Sigma^+$	1.189	1.144	1.167	0.1873	0.0509	1.4020	-0.3856	-0.0876	4.93	4.95
$\Sigma^0$	1.321	1.289	1.264	0.1795	0.0500	1.5782	-0.3914	-0.1527	4.85	4.91
$\Delta$	1.236	1.233	1.236	0.2567	0.0538	1.1335	-0.3514	0.1440	5.41	5.48
$\Sigma^*$	1.385	1.382	1.387	0.2524	0.0531	1.3026	-0.3542	0.1326	5.37	5.43
$\Xi^*$	1.533	1.529	1.525	0.2436	0.0521	1.4780	-0.3590	0.1101	5.29	5.39
$\Omega^-$	1.672	1.672	1.672	0.2405	0.0513	1.6455	-0.3615	0.0958	5.26	5.35
$\rho$	$0.77 \pm 0.01$	0.783	0.807	0.1654	0.0401	0.9079	-0.4222	0.1154	4.50	4.71
$K^*$	0.892	0.928	0.944	0.1614	0.0394	1.0734	-0.4267	0.0969	4.45	4.65
$\omega$	0.783	0.783	0.807	0.1654	0.0401	0.9079	-0.4222	0.1154	4.50	4.71
$\phi$	1.019	1.068	1.086	0.1541	0.0386	1.2438	-0.4338	0.0828	4.38	4.61
K	0.495	0.497	0.489	0.0472	0.0333	1.4506	-0.6053	-0.4372	3.14	3.26
$\pi$	0.139	0.280	0.280	0.0507	0.0339	1.2728	-0.5919	-0.4852	3.21	3.34
$\eta$	0.549		0.687	0.0437	0.0327	1.6300	-0.6198	-0.3979	3.07	

$m_u = m_d = 0, m_s = 0.274 \text{GeV}, \mathcal{L}_c = 0.55, Z_0 = 1.90, a = 1.456 \times 10^{-3} \text{GeV}^{\frac{2}{3}}, b = 0.7912 \times 10^{-2} \text{GeV}^{\frac{2}{3}}$   
 质量单位为  $\text{GeV}$ , 半径  $R$  的单位为  $\text{GeV}^{-1}$ ,  $E_A, E_B$  为表面能,  $M$  胶袋模型理论值,  $M_{\text{exp}}$  实验质量值,  $M_{\text{MIT}}, R_{\text{MIT}}$  是 MIT 小组计算值. 其中  $N, \Delta, \Omega^-$  粒子是我们输入的质量.

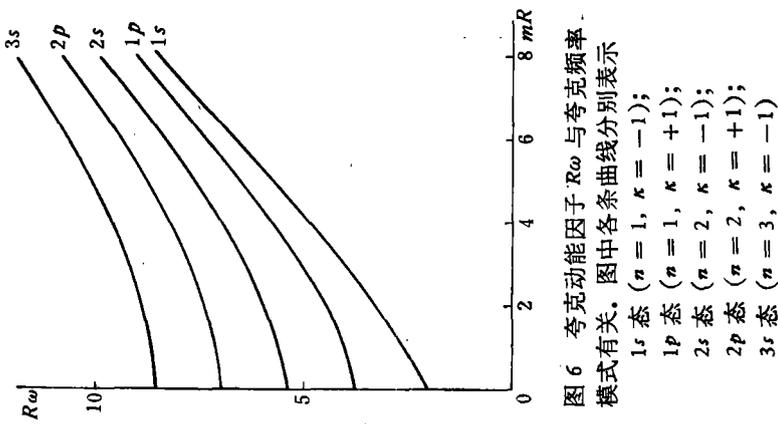


图 6 夸克动能因子  $R\omega$  与夸克频率模式有关。图中各条曲线分别表示

- 1s 态 ( $n=1, \kappa=-1$ );
- 1p 态 ( $n=1, \kappa=+1$ );
- 2s 态 ( $n=2, \kappa=-1$ );
- 2p 态 ( $n=2, \kappa=+1$ );
- 3s 态 ( $n=3, \kappa=-1$ )

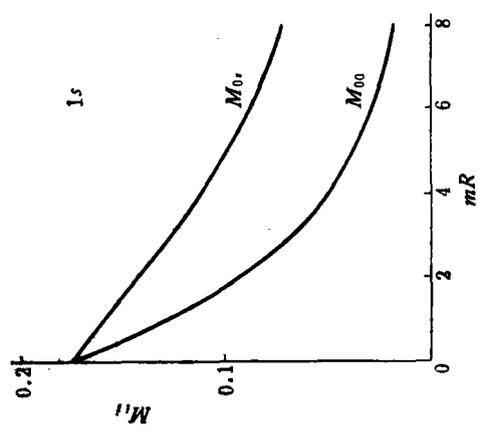


图 7 结果与 [5] 相同。

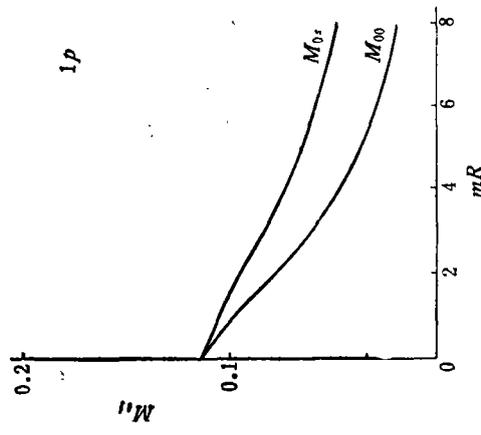


图 8 结果与 [6] 相同。

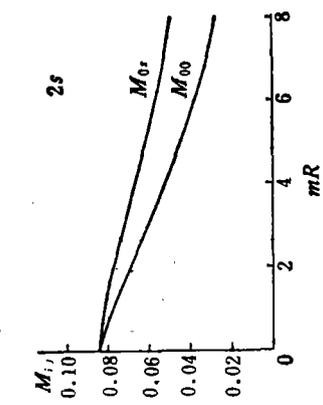


图 9

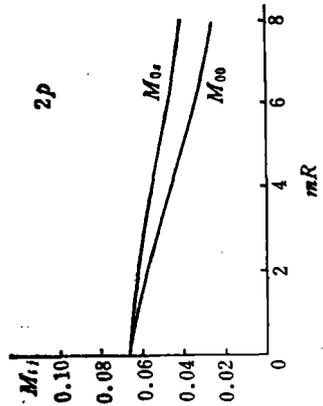


图 10

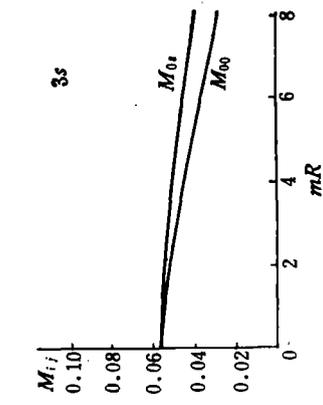


图 11

图 7—图 11 磁能函数  $M_{ij} = 3E_{mR}/8\mathcal{L}_c$ ，它分别是两个夸克质量与袋半径乘积的函数。  
 $M_{ij} = M_{ij}(m_i R, m_j R)$ 。图中画出的是两夸克状态同时时的  $M_{ij0}$ ,  $M_{00}$  对应两夸克质量都等于零,  $M_{0r}$  对应一夸克质量为零

### 七、基态强子质量谱

决定了参数  $a, b$  及奇异夸克质量  $m_s$  之后, 我们对基态强子的质量谱作了系统计算, 由  $\partial E/\partial R = 0$  的平衡条件, 求出极小值  $E_{\min}$  所对应的强子半径及质量, 并与实验值以及 MIT 小组的计算值进行了比较, 所得结果见表 I.

### 八、 $\psi$ 粒子与粲偶素质量谱

按上述方法, 进而以 J 粒子质量  $3.095\text{GeV}$  输入, 并认为其中两个 c 夸克同处于基态  $1s1s$  频率模式, 定出粲夸克质量  $m_c = 1.543\text{GeV}$ . 由此计算了  $0^-, 1^-$  的各激发态质量, 其结果与实验值比较如下(见表 II):

表 II

$J^P$	夸克模式	$M_{\text{exp}}^{[10]}$	$M$	$E_A$	$E_B$	$E_Q$	$E_0$	$E_M$	$R$
$1^-$	$1s1s$	3.095	3.095	0.0714	0.0273	3.537	-0.5736	0.0332	3.31
	$1p1p$	3.684	3.562	0.1888	0.0149	3.855	-0.5235	0.0265	3.63
	$2s2s$	3.772	3.758	0.2432	0.0559	3.797	-0.3528	0.0147	5.39
	$2p2p$	4.100?	4.281	0.3603	0.0287	4.254	-0.3778	0.0162	5.03
	$3s3s$	4.400	4.316	0.3853	0.0771	4.133	-0.2093	0.0110	6.55
$0^-$	$1s1s$	2.830	2.906	0.0139	0.0243	4.015	-0.8884	-0.2752	2.14
	$1p1p$	3.455	3.452	0.1737	0.0150	3.879	-0.5330	-0.0827	3.56
	$2s2s$	3.600	3.697	0.2137	0.0555	3.840	-0.3651	-0.0475	5.20
	$2p2p$	?	4.216	0.3399	0.0289	4.280	-0.3827	-0.0498	4.96

$m_c = 1.543\text{GeV}$ , 质量单位 GeV, 半径单位  $\text{GeV}^{-1}$  3.095GeV 值输入.

应该指出: 按照势模型理论分析实验得到 3.772 的夸克对相对波函数似应为 D 态. 这和我们这里  $(2s, 2s)$  的安排有差异, 这个我们目前只有留待以后再研究.

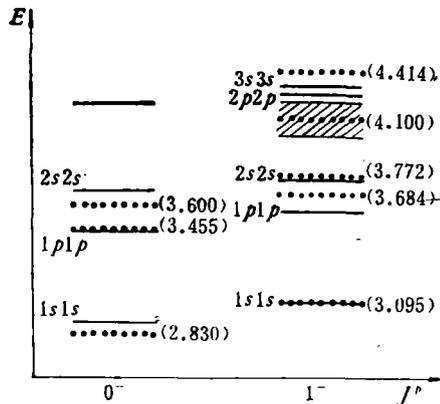


图 12 虚线代表观测到的  $\psi$  粒子及粲偶素, 括号内是相应的质量测量值; 实线代表胶袋模型理论计算值, 基态及激发态的夸克模式标在实线的左上方

为了更为直观地与实验值比较,我们画出图 9.

## 九、 $Y$ 族粒子质量谱

以  $Y$  粒子 ( $9.45 \pm 0.07 \text{ GeV}$ ) 输入,并认为  $Y$  粒子中两个夸克都处于基态  $1s1s$  模式,从而定出  $b$  夸克的质量为  $4.96 \text{ GeV}$ . 由此计算了  $1^-$  激发态,并与相应的  $Y'$  及  $Y''$  粒子的测量值进行比较,列表如下. 理论计算值表明,在  $Y'$  处由  $1p1p$  与  $2s2s$  双峰组成.  $Y''$  由  $2p2p$  及  $3s3s$  双峰组成.

表 III

$Y$ 族	夸克模式	$M_{\text{exp}}^{[6]}$	$M$	$E_A$	$E_B$	$E_Q$	$E_0$	$E_M$	$R$
$Y$	$1s1s$	$9.45 \pm 0.01$	9.45	0.0087	0.0166	10.49	-1.098	0.0291	1.73
$Y'$	$1p1p$	$9.98 \pm 0.03$	9.92	0.0992	0.0048	10.59	-0.817	0.0420	2.33
$Y'$	$2s2s$	同上	10.07	0.1110	0.0351	10.39	-0.4822	0.0163	3.94
$Y''$	$2p2p$	$10.35 \pm 0.01$	10.56	0.2448	0.0094	10.83	-0.5507	0.0238	3.45
$Y''$	$3s3s$	同上	10.46	0.2139	0.0528	10.55	-0.3697	0.0109	5.14
?	$3p3p$	?	11.06	0.3736	0.0147	11.10	-0.4429	0.0176	4.29

$m_b = 4.96 \text{ GeV}$ ,  $Y(9.45 \pm 0.07 \text{ GeV})$  为输入值,质量单位  $\text{GeV}$ , 半径单位  $\text{GeV}^{-1}$ .

在用胶袋模型计算粲偶素与  $Y$  族粒子时,得到了较好的结果,克服了 MIT 袋模型在计算粲偶素时能级拉不开的困难.

## 十、讨 论

在我们所提出的胶袋模型中,根据袋形解存在的条件导出了袋的表面能和袋内夸克运动状态的关系. 计算结果表示表面能对夸克运动状态相当敏感,这是胶袋模型区别于其它袋模型的特征. 在这次计算中,我们还忽略了体积能,因而我们所得强子质量公式和 MIT 所得的是不同的. 这种差别对于普通强子包括奇异粒子,实际上是不大的. 可是对于重夸克对,例如粲偶素和  $Y$  族粒子,这种差别就逐渐显著,以致我们所得结果与实验相比较,较 MIT 袋为好. 除了  $K^*$ ,  $\pi$ ,  $\eta$  粒子外,总的相对误差不超过百分之五.

## 参 考 文 献

- [1] 殷鹏程, 复旦学报, 1978 年第 2 期, p. 69.
- [2] A. Chodos, R. L. Jaffe, K. Johnson, C. B. Thorn and V. F. Weisskopf, *Phys. Rev.*, **D9**(1974).
- [3] R. Friedberg and T. D. Lee. *Phys. Rev.*, **D18**(1978), 2623.
- [4] W. A. Bardeen et al., *Phys. Rev.*, **D12**(1975), 1094.
- [5] T. De Grand et al., *Phys. Rev.*, **D12**(1975), 2060.
- [6] J. Cleymans. *Nuovo Cimento*, **32A**(1976), 461.
- [7] C. Quigg, Fermi Lab. Conf., 78/82, THY(1978).

## GLUE BAG MODEL AND MASS SPECTRA OF HADRONS

YIN PENG-CHENG ZHOU GU-SHENG WANG JIA-ZHU

*(Fudan University)*

WANG ZI

*(University of Science and Technology of China)*

### ABSTRACT

On the basis of glue-bag model discussed in previous article, we calculate mass spectra of hadrons, and find that the dependence of the surface energy is sensitive to the state of motion of quarks. We compare the theoretical results with the experimental data.

So far as the general hadrons (including strange hadrons),  $\psi/J$  particles charmonium and  $\Upsilon$  particles are concerned, the relative error is less than five per cent. Under the approximations such a close-fitting is quite encouraging indeed.