

散射过程中核子和层子的反对称效应

王凡 和音
(南京大学) (中国科学院原子能研究所)

摘 要

利用共振群方程,考虑相互作用趋于零的极限情况,定量研究了散射过程中核子和层子的反对称效应。发现反对称效应等效于一个短程相互作用,力程近似等于散射粒子的均方根半径;粒子均方根半径越小,反对称效应散布的能量范围越广;粒子自由度越多,反对称效应的相互作用越弱。当入射核中每个核子平均动能远大于由测不准关系决定的靶核内粒子动能时,反对称效应可以忽略。

一、引 言

核子的反对称效应,已经有过不少研究^[1]。不过这些研究都没有把反对称效应和粒子间相互作用区别开。也没有对什么情况下反对称效应必须考虑,什么情况可以忽略作出定量回答。我们利用共振群方程^[1],考虑相互作用为零的极限情况,定量研究了散射中核子和层子的反对称效应。

二、 $n+T$ 或 $p+He^3$

我们采用通常的高斯近似波函数

$$\psi(1, 2, 3) = \frac{1}{N} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{r}_1^2 + \mathbf{r}_2^2 + \mathbf{r}_3^2)} \left| \begin{array}{c|c} 1 & 3 \\ \hline 2 & \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c|c} \alpha & \alpha \\ \hline \beta & \end{array} \right\rangle \quad (1)$$

描写 $T(He^3)$ 这样的三核子系统,实际也即研究一个入射核子和(1)所描述的这样一个三核子束缚系统散射过程中的反对称效应,这里 1、2 代表中子(质子), 3 代表质子(中子), λ 是和 $T(He^3)$ 均方根半径 r_0 有关的常数, $3\lambda = r_0^{-2}$ 。为了考虑原子核大小对反对称效应的影响,我们取了和实际 $T(He^3)$ 的 r_0 相近的三组 λ (见表 1), $N = \left(\frac{3\pi^2}{\lambda^2}\right)^{3/2}$ 是归一化常数,

$$\left| \begin{array}{c|c} 1 & 3 \\ \hline 2 & \end{array} \right| \left| \begin{array}{c|c} \alpha & \alpha \\ \hline \beta & \end{array} \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\alpha_1\beta_2 - \beta_1\alpha_2)\alpha_3 \quad (2)$$

是 $T(He^3)$ 自旋波函数, $\alpha(\beta)$ 代表自旋朝上(下)态, $r_{ij} = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$ 。在无相互作用极限情况下,可得决定散射波函数的径向方程如下^[2]

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] f_l(r) = \int_0^\infty k_l(r, r') f_l(r') dr', \quad (3a)$$

$$\begin{aligned} k_l(r, r') = & \frac{27}{2} \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi}} e^{-\frac{43}{32}\lambda(r^2+r'^2)} \left\{ \left(k^2 + \frac{27}{4}\lambda \right) g_l \left(\frac{27}{16}\lambda r r' \right) \right. \\ & + \frac{9\lambda}{32} \left[\left(\frac{243}{8}\lambda(r^2+r'^2) - 66 - 28l \right) g_l \left(\frac{27}{16}\lambda r r' \right) \right. \\ & \left. \left. + \frac{189}{4}\lambda r r' g_{l+1} \left(\frac{27}{16}\lambda r r' \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (3b)$$

这里 $k^2 = \frac{3ME}{2\hbar^2}$, M 是核子质量, E 是入射粒子相对于靶核动能, $r = r_1 - \frac{r_1 + r_2 + r_3}{3}$

是入射核子和靶核质心距离,

$$r' = r_3 - \frac{r_1 + r_2 + r_4}{3},$$

$$g_l(x) = i^{l-\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{\pi x}{2}} I_{l+\frac{1}{2}}(ix),$$

$I_{l+\frac{1}{2}}(ix)$ 是 $(l + \frac{1}{2})$ 级虚宗量贝塞尔函数.

我们计算了 $\lambda = 0.12, 0.08, 0.05 \text{ fm}^{-2}$, 入射核子动能 $E_L = \frac{4}{3} E$ 为 1—200 MeV 范围内的微分和积分散射截面, 结果列于表 1 和图 1.

三、He³ + T

为了研究入射核结构对反对称效应的影响, 也为了比较核子和层子的反对称效应, 我们计算了无相互作用极限条件下 He³ + T 的散射截面, He³ 和 T 波函数都用 (1) 式近似, 决定散射波函数的方程同 (3a), 但积分核为^[3]

$$\begin{aligned} k_l(r, r') = & -C_l \frac{27}{2} \sqrt{\frac{\lambda}{\pi}} e^{-\frac{43}{16}\lambda(r^2+r'^2)} \\ & \times \left\{ \left(k^2 + 27\lambda \right) g_l \left(-\frac{27}{8}\lambda r r' \right) \right. \\ & + \frac{9}{8}\lambda \left[\left(\frac{243}{8}\lambda(r^2+r'^2) - 45 - 14l \right) g_l \left(-\frac{27}{8}\lambda r r' \right) \right. \\ & \left. \left. - \frac{189}{4}\lambda r r' g_{l+1} \left(-\frac{27}{8}\lambda r r' \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

这儿 $k^2 = \frac{3ME}{\hbar^2}$, $E = \frac{EL}{2}$, $C_l = 2 - (-)^l$,

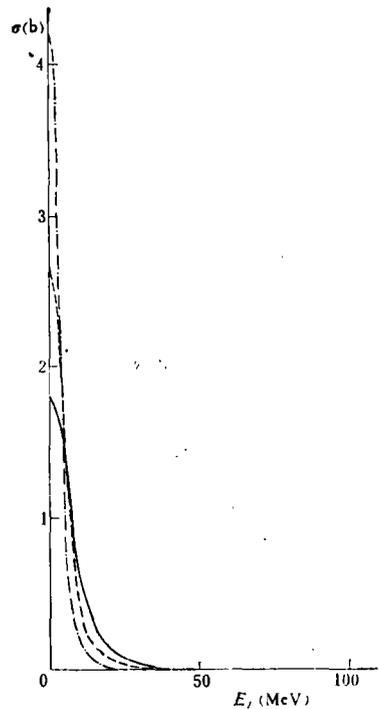


图 1 n-T 散射中核子的反对称效应

- $\lambda = 0.12 \quad k = 7.01 \text{ MeV};$
- - - $\lambda = 0.08 \quad k = 4.97 \text{ MeV};$
- · - · - $\lambda = 0.05 \quad k = 3.17 \text{ MeV}$

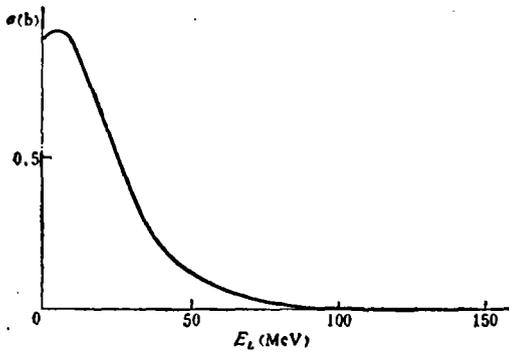


图2 $\text{He}^3\text{-}T$ 散射中核子的反对称效应
 $\lambda = 0.12\text{fm}^{-2}$; $k = 7.01\text{MeV}$

$$r = \frac{r_4 + r_5 + r_6}{3} - \frac{r_1 + r_2 + r_3}{3},$$

$$r' = \frac{r_3 + r_5 + r_6}{3} - \frac{r_1 + r_2 + r_4}{3},$$

r 为 He^3 , T 质心间距离。

我们计算了 $\lambda = 0.12\text{fm}^{-2}$, (对应于核半径 1.67 fm) $E_L = 1-200\text{MeV}$ 范围内的积分、微分散射截面, 结果列于表 2 和图 2。

四、 $n+p$

粒子物理中通常认为核子是由三个层

子组成的, 层子也是费米子。我们用

$$\begin{aligned} \Psi_{p\uparrow}(1, 2, 3) &= \frac{1}{N} e^{-\frac{1}{2}(r_{12}^2 + r_{13}^2 + r_{23}^2)} \left| \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} r \\ y \\ b \end{array} \right\rangle \left| \begin{array}{c} 1 | 2 | 3 \\ \hline u | u \\ \hline d | \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \alpha | \alpha \\ \hline \beta | \end{array} \right\rangle \\ \Psi_{n\downarrow}(4, 5, 6) &= \frac{1}{N} e^{-\frac{1}{2}(r_{45}^2 + r_{46}^2 + r_{56}^2)} \left| \begin{array}{c} 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} r \\ y \\ b \end{array} \right\rangle \left| \begin{array}{c} 4 | 5 | 6 \\ \hline u | d \\ \hline d | \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \alpha | \beta \\ \hline \beta | \end{array} \right\rangle \end{aligned} \quad (5)$$

描写自旋朝上的质子和自旋朝下的中子, 这里 $\left| \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} r \\ y \\ b \end{array} \right\rangle$ 是 $SU_3^{(c)}$ 颜色单态(完全反对称态),

$\left| \begin{array}{c} 1 | 2 | 3 \\ \hline u | u \\ \hline \beta | \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \alpha | \alpha \\ \hline \beta | \end{array} \right\rangle$ 是 $SU_4^{(su)} \supset SU_2^{(c)} \times SU_2^{(s)}$ 完全对称态, $u(d)$ 代表同位旋朝上(下)态, 无相互作用极限条件下决定散射波函数的方程仍同 (3a), 积分核为^[4]

$$\begin{aligned} k_i^{(s)}(r, r') &= -C_i \frac{27}{2} \sqrt{\frac{\lambda}{\pi}} e^{-\frac{43}{16}\lambda(r^2 + r'^2)} \left\{ (k^2 + 27\lambda) g_1 \left(-\frac{27}{8} \lambda r r' \right) \right. \\ &\quad + \frac{9}{8} \lambda \left[\left(\frac{243}{8} \lambda (r^2 + r'^2) - 45 - 14l \right) g_1 \left(-\frac{27}{8} \lambda r r' \right) \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{189}{4} \lambda r r' g_{l+1} \left(-\frac{27}{8} \lambda r r' \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

这里 $C_i = -\frac{1}{9} \cdot \frac{1 + (-)^i}{2} + \frac{1 - (-)^i}{2} \cdot \frac{63 - 32s}{27}$, $s = 1, 0$ 是道自旋, $k^2 = \frac{3mE}{\hbar^2}$, m 是层子质量, $E = E_L/2$, r 是 n, p 质心间距离, r, r' 的表达式和 $\text{He}^3\text{-}T$ 的相同。

我们分别计算了 $\lambda = 0.52\text{fm}^{-2}$ (对应于核子半径 0.8 fm), 0.12fm^{-2} , $E_L = 1-200\text{MeV}$ 范围的积分、微分散射截面, 结果列于表 3 和图 3。

全部计算中, 核子质量 M 和层子质量 m 都取 10^3MeV 。从公式 (3)、(4)、(6) 可知, 反对称效应引起的散射只和 ME (或 mE) 乘积有关, 所以如果粒子质量取其他值, 只要把表 1、2、3 和图 1、2、3 中 E_L 的标度作相应改变就可得出新结果。例如若层子质量取

表 1 $n + T$ 或 $p + He^3$ 散射中核子反对称效应

E_L $\sigma(b)$ λ	λ														
	0.5	1	3	5	10	15	20	40	60	80	100	120	140	160	180
0.12	1.788	1.743	1.687	1.38	0.637	0.294	0.142	0.017	4.7×10^{-3}	1.0×10^{-3}	0.29×10^{-3}	0.14×10^{-3}	0.21×10^{-3}	0.38×10^{-3}	0.68×10^{-3}
0.08	2.65	2.61	2.21	1.43	0.439	0.149	0.059	7.1×10^{-3}	7.0×10^{-4}	7.2×10^{-3}	1.05×10^{-3}	9.3×10^{-4}	6.9×10^{-4}	3.8×10^{-4}	6.9×10^{-4}
0.05	4.19	4.16	2.39	1.11	0.195	0.054	0.025	6.4×10^{-4}	4.9×10^{-4}	3.4×10^{-4}	9.95×10^{-4}	2.6×10^{-3}	2.2×10^{-3}	1.8×10^{-3}	1.4×10^{-3}

表 2 $He^3 + T$ 散射中核子的反对称效应 ($\lambda = 0.12$)

E_L (MeV) $\sigma(b)$	$\lambda = 0.12$													
	1	5	10	15	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
	0.912	0.933	0.891	0.769	0.625	0.202	0.057	0.018	6.8×10^{-3}	3.4×10^{-3}	2.3×10^{-3}	2.8×10^{-3}	4.5×10^{-3}	6.2×10^{-3}

表 3 $n + p$ 散射中层子的反对称效应

E_L $\sigma(b)$ λ	λ													
	1	5	10	15	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
0.12	0.140	0.185	0.248	0.238	0.186	0.014	0.011	4.4×10^{-3}	1.9×10^{-3}	1.4×10^{-3}	1.4×10^{-3}	2.3×10^{-3}	4.2×10^{-3}	6.0×10^{-3}
0.52	0.042	0.031	0.031	0.037	0.041	0.056	0.057	0.047	0.034	0.020	1.9×10^{-3}	4.8×10^{-3}	9.6×10^{-3}	12.1×10^{-3}

注: 表中只列出了积分截面, 未列出微分截面, E_L 单位是 MeV, σ 单位是巴, λ 单位是 fm^{-2} 。

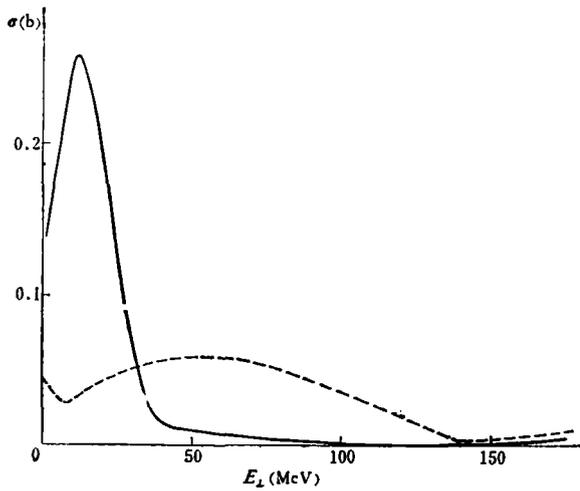


图3 n-p 散射中层子的反对称效应

—— $\lambda = 0.12 \text{ k} = 7.01 \text{ MeV}$; ———— $\lambda = 0.52 \text{ k} = 30.39 \text{ MeV}$

$m = 336 \text{ MeV}$, 则只要把表 3 和图 3 的 E_L 换成 $\frac{1000}{336} E_L$ 就得出新结果。

五、几点结论

1. 从 (3a, b) 可知, 反对称效应等效一个短程相互作用, 其力程近似等于 $\lambda^{-1/2}$ 即靶核的均方根半径, 这表明散射过程中粒子的交换实际是在入射粒子进入靶核范围时发生的。表 1 和图 1 则表明, 当我们从时空表象转到动量表象, 则散射过程中粒子的交换实际是在入射粒子动能和由测不准关系决定的靶核内粒子动能相当时发生的。当入射粒子动能远大于靶核内粒子的测不准动能 $K = \hbar^2 / (2mr_0^2)$ 时, 反对称效应引起的散射截面和实验值相比^[2] 小得可以忽略了。也就是说这时反对称效应可以忽略。

2. $\text{He}^3\text{-T}$ 和 n-T 散射相比, (λ 都取 0.12 fm^{-2}) 前者参与反对称的粒子数比后者多了一倍, 结果是与反对称效应等效的相互作用强度加大了, 但力程减小了 (比较 (3)、(4) 式)。表 2 和图 2 则表明, $\text{He}^3\text{-T}$ 散射中, 反对称效应起作用的能量范围是 n-T 的 3 倍。主要原因显然是由于 He^3 含有三个核子, 每个核子的平均动能仍和 n-T 中一样。其次是 n-T 中只有靶核 T 内核子受测不准原理影响, 能量有弥散; $\text{He}^3\text{-T}$ 中则入射核内核子也有测不准原理造成的能量弥散。

3. n-p 和 $\text{He}^3\text{-T}$ 相比 (λ 都取 0.12 fm^{-2}), 除了层子多了一个颜色自由度外, 其他方面是完全一样的 (当然是在我们这种模型选择下), 公式 (4)、(6) 也清楚地表明了这一点, 除了系数 C_l 和 C_l 有差别外, 其他方面是完全一样的。

$$|C_l| = \begin{cases} \frac{1}{9} |C_l|, & l \text{ 偶}, s = 1, 0 \\ \frac{31}{81} |C_l|, & l \text{ 奇}, s = 1, \\ \frac{7}{9} |C_l|, & l \text{ 奇}, s = 0 \end{cases} \quad (7)$$

(7) 式表明, 由于层子多了一个颜色自由度, 反对称效应等效相互作用的强度减弱了. 比较表 2、3 和图 2、3 可知, 核子散射中层子反对称效应引起的散射截面大约是 $\text{He}^3\text{-}T$ 的 $1/3$ (在 λ 相同的条件下).

4. 散射系统尺寸 (用均方根半径度量) 越大, 粒子交换效应弥散的能量范围越窄, 原子核散射中, 反对称效应只在每个核子平均动能小于 30 MeV 时重要. 能量更高时反对称效应可以忽略不计. 虽然这个定量判据是从 $n\text{-}T$ 和 $\text{He}^3\text{-}T$ 散射中得来的, 但对其他核散射也基本上适用, 因为公式 (3)、(4) 并不依赖个别原子核的特性, 而只和核半径, 质量数有关, 并且随着核半径增大, 反对称效应弥散的能量范围区缩小.

散射系统尺寸越小, 反对称效应弥散的能量范围越大, 表 3 和图 3 告诉我们, 对于核子散射中的层子来说, 如果取 $m = 336\text{MeV}$, 则表 3 和图 3 中的能区 $0\text{--}200\text{MeV}$ 对应于 $0\text{--}600\text{MeV}$ 能区, 直到 600 MeV 区反对称效应引起的散射截面仍和实验值差不多^[5]. 因此在整个这段能区, 层子的反对称效应都是不可忽视的.

参 考 文 献

- [1] Y. C. Tang et al., *Phys. Reports.*, 47(1978), 167.
- [2] I. Reichstien et al., *Phys. Rev.*, C3(1971), 2139.
- [3] D. R. Thompson and Y. C. Tang, *Nucl. Phys.*, 106(1968), 591.
- [4] R. A. Arndt et al., *Phys. Rev.*, C15(1977), 1002.

THE ANTISYMMETRIC EFFECT OF NUCLEON AND QUARK IN SCATTERING PROCESS

WANG FAN

(Nanjing University)

HE YIN

(Institute of Atomic Energy, Academia Sinica)

ABSTRACT

Using the resonant group equation and considering the limiting case of interaction tending to zero, we investigate the antisymmetric effect of nucleon and quark in scattering process quantitatively. The following results are obtained: (i) The antisymmetric effect is equivalent to a short range interaction, whose range is about the rms radius of scattering particle. (ii) The smaller the rms radius of the particle is, the broader the distributed energy range of the antisymmetric effect. (iii) The more the freedom of the particle is, the weaker the equivalent interaction. (iv) When the mean kinetic energy per nucleon in the incident nucleus is larger sufficiently than the kinetic energy of nucleon in the target resulted from the uncertainty principle, the antisymmetric effect can be neglected.