

π -核散射 Δ_{33} 准门口态模型的分析

高 琴 张宗焯 马维兴
(杭州大学) (中国科学院高能物理研究所)

摘 要

本文在 π -核散射的 Δ_{33} 准门口态模型下^[1], 计算了不同入射能量的 $\pi^{-4}\text{He}$ ($T_{\pi}^{lab}=110, 150, 180, 220, 260\text{MeV}$) 和 $\pi^{-40}\text{Ca}$ ($T_{\pi}^{lab}=115.5, 163.3, 241.0\text{MeV}$) 弹性散射的微分截面和总截面, 结果与实验大致符合。

对于 $\pi^{-4}\text{He}$ 散射, 我们进一步考虑了自旋轨道耦合效应的修正, 得到了与实验更好的符合。

一、引 言

在文献 [1] 中我们根据 (3,3) 共振区 π -核散射的特征, 提出了 π -核散射的 Δ_{33} 准门口态模型, 并用它计算了不同入射能量的 $\pi^{-16}\text{O}$ 弹性散射微分截面和总截面, 得到了与实验大致符合的结果。在我们的 Δ_{33} 准门口态模型中, 仅有三个参数 ($\Gamma_{\Delta}, \mu_{\Delta}$ 与 α_{Δ}), 却给出了与实验基本一致的结果。这表明 Δ_{33} 准门口态做为 π -核散射的中间态结构, 有一定的合理性, 它反映了 π -核散射过程的主要特征。

为了进一步检验 Δ_{33} 准门口态模型的正确性, 本文用它分析在不同的原子核上不同入射能量的 π -核散射过程。在第二节我们介绍了在 Δ_{33} 准门口态模型中 $\pi^{-4}\text{He}$ ($T_{\pi}^{lab}=110, 150, 180, 220, 260\text{MeV}$), $\pi^{-40}\text{Ca}$ ($T_{\pi}^{lab}=115.5, 163.3, 241.0\text{MeV}$) 的弹性散射的微分截面与总截面的理论结果, 并与实验进行了比较。在第三节中, 对 $\pi^{-4}\text{He}$ 的弹性散射, 我们进一步地考虑了自旋轨道耦合效应的修正, 得到了与实验更好的符合。最后一节作一简单的分析与讨论。

二、在 Δ_{33} 准门口态模型中 $\pi^{-4}\text{He}$ 和 $\pi^{-40}\text{Ca}$ 的弹性散射

在 Δ_{33} 准门口态模型中 π -核散射振幅^[1] 为

$$-2\omega_k \langle k'_\pi | T(\omega_k) | k_\pi \rangle = \sum_{nLJ} \frac{\langle k'_\pi | H_{\Delta N\pi}^+ | \psi_{nLJ} \rangle \langle \psi_{nLJ} | H_{\Delta N\pi} | k_\pi \rangle}{E_{nLJ} - \omega_k} \quad (1)$$

式中 $|k_\pi\rangle, |k'_\pi\rangle$ 分别是 π -核体系的初、末态, ω_k 是在 π -核质心系中 π 介子的能量, $T(\omega_k)$ 是散射 T 矩阵, $H_{\Delta N\pi}$ 是顶点相互作用, ψ_{nLJ} 是 Δ_{33} 准门口态

$$\psi_{nLJ} = \sqrt{\frac{1}{N_{nL}}} \sum_{\substack{n_{\Delta} l_{\Delta} \\ n_N l_N}} (-1)^{l_{\Delta}} A_{l_{\Delta} l_N} \cdot F_{n_{\Delta} l_{\Delta} n_N l_N}(k) [a_{n_{\Delta} l_{\Delta}}^+ b_{n_N l_N}^+]_{LSJT} \psi_0, \quad (2)$$

$$(2n_{\Delta} + l_{\Delta} - 2n_N - l_N = n) \quad (S = T = 1)$$

其中

$$N_{nL} = \sum_{\substack{n_{\Delta} l_{\Delta} \\ n_N l_N}} A_{l_{\Delta} l_N}^2 \cdot F_{n_{\Delta} l_{\Delta} n_N l_N}(k), \quad (3)$$

$$A_{l_{\Delta} l_N} = \frac{l_{\Delta} \cdot l_N}{\hat{L}} C_{l_{\Delta} l_N}^{l_0}; \quad l = \sqrt{2l + 1}, \quad (4)$$

$$F_{n_{\Delta} l_{\Delta} n_N l_N}(k) = \int r^2 dr R_{n_{\Delta} l_{\Delta}}(\alpha_{\Delta} r) j_L(kr) R_{n_N l_N}(\alpha r). \quad (5)$$

$R_{n_{\Delta} l_{\Delta}}(\alpha_{\Delta} r)$ 和 $R_{n_N l_N}(\alpha r)$ 分别是 Δ 及核子 N 的径向波函数, 在此均取为谐振子波函数。其中 α_{Δ} 及 α 分别为 Δ 和核子的谐振子参数。 ψ_0 为满壳层核的波函数。准门口态相应的能量 E_{nLJ} 表示为

$$E_{nLJ} = E_n = M_{\Delta} - M + \frac{i}{2} \Gamma_{\Delta} + n\hbar\omega + \mu_{\Delta}. \quad (6)$$

在此略去了自旋轨道耦合的影响, 为一个平均值 E_n 。式中的 $M_{\Delta}, \Gamma_{\Delta}$ 为 Δ_{33} 粒子的质量及宽度, M 是核子的质量, μ_{Δ} 为平均的相互作用能量, $n\hbar\omega$ 是 Δ_{33} 的单粒子激发能。

由公式

$$4\pi F(\omega_k, \theta) = -2\omega_k \langle k_{\pi} | T(\omega_k) | k_{\pi} \rangle \quad (7)$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |F(\omega_k, \theta)|^2, \quad (8)$$

$$\sigma_T = \frac{4\pi}{k} \text{Im} F(\omega_k, \theta^{\circ} = 0^{\circ}), \quad (9)$$

就可得到 π -核散射的微分截面及总截面。

在截面的计算中, 对于 $\pi^{-4}\text{He}$ 弹性散射, n 取

$$n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \quad (10)$$

即准门口态取到 $6\hbar\omega$ 的激发。谐振子参数 α_{Δ} 取为与 ${}^4\text{He}$ 核中的核子的相同, 即

$$\alpha_{\Delta} = \alpha = 0.707 \text{fm}^{-1}. \quad (11)$$

关于 $\mu_{\Delta}, \Gamma_{\Delta}$ 的值, 在文献 [1] 中已经指出 $\mu_{\Delta}, \Gamma_{\Delta}$ 值的改变对角分布的影响并不敏感, 但为了使 $\pi^{-4}\text{He}$ 总截面的理论值与实验数据更好地符合起见, μ_{Δ} 与 Γ_{Δ} 取为

$$\mu_{\Delta} = -50 \text{MeV}, \quad (12)$$

$$\Gamma_{\Delta}/2 = 65 \text{MeV}. \quad (13)$$

计算结果列于图 1—6 中。

对于 $\pi^{-40}\text{Ca}$ 弹性散射, n 取

$$n = -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5. \quad (14)$$

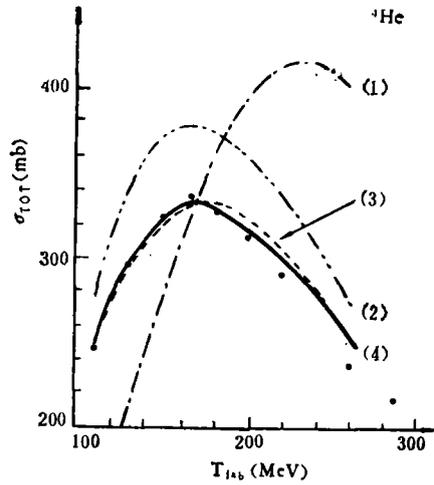


图 1 π^- - ${}^4\text{He}$ 的散射总截面

黑点是实验数据^[23];点划线(1)是取 $\mu_\Delta = -10\text{MeV}$, $\Gamma_\Delta/2 = 55\text{MeV}$ 的计算结果;点划线(2)是取 $\mu_\Delta = -50\text{MeV}$, $\Gamma_\Delta/2 = 55\text{MeV}$ 的计算结果;虚线(3)是取 $\mu_\Delta = -50\text{MeV}$, $\Gamma_\Delta/2 = 65\text{MeV}$ 的计算结果;实线(4)是考虑了自旋轨道耦合效应的理论结果

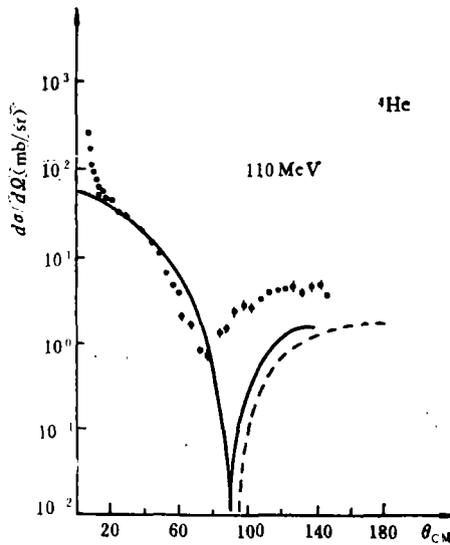


图 2 $T_\pi^{\text{lab}} = 110\text{MeV}$ 的 π^- - ${}^4\text{He}$ 弹性散射角分布虚线表示 Δ_{33} 准门口态的理论结果;实线是考虑了自旋轨道耦合效应的理论结果;黑点是实验数据

即准门口态取到 $5\hbar\omega$ 的激发. 谐振子参数 α_Δ 亦取为与 ${}^{40}\text{Ca}$ 核中的核子的相同,即

$$\alpha_\Delta = \alpha = 0.53\text{fm}^{-1}. \tag{15}$$

平均相互作用能 μ_Δ 与宽度 Γ_Δ 分别取为

$$\mu_\Delta = -50\text{MeV}, \tag{16}$$

$$\Gamma_\Delta/2 = .60\text{MeV}, \tag{17}$$

理论结果列于图 7—9 中.

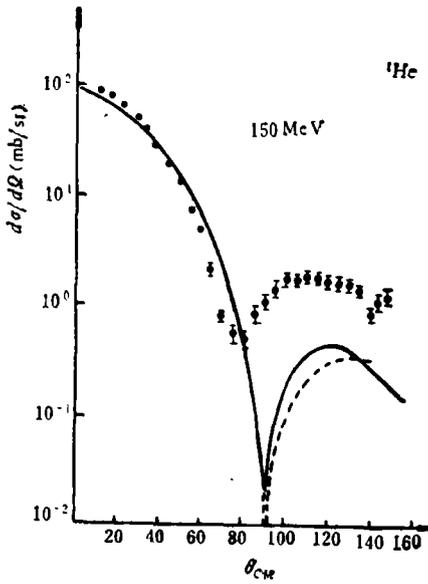


图3

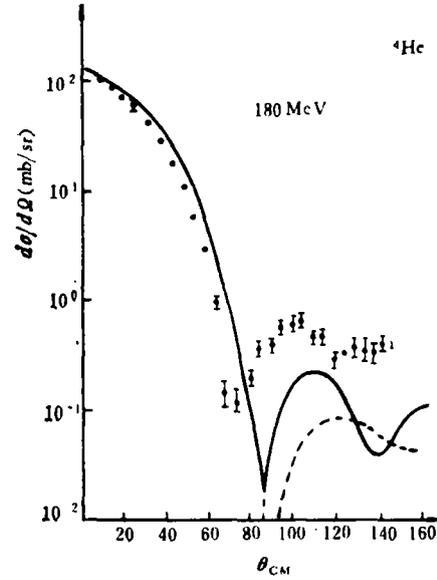


图4

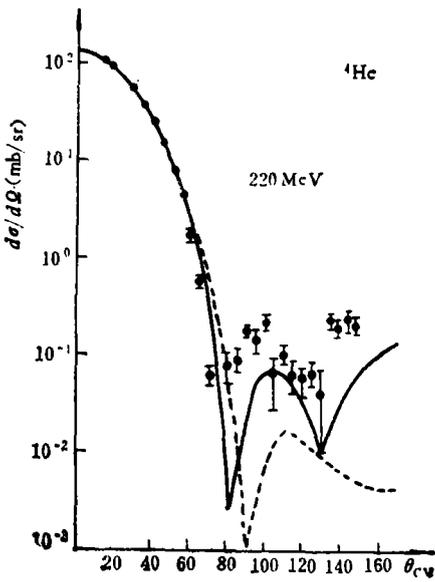


图5

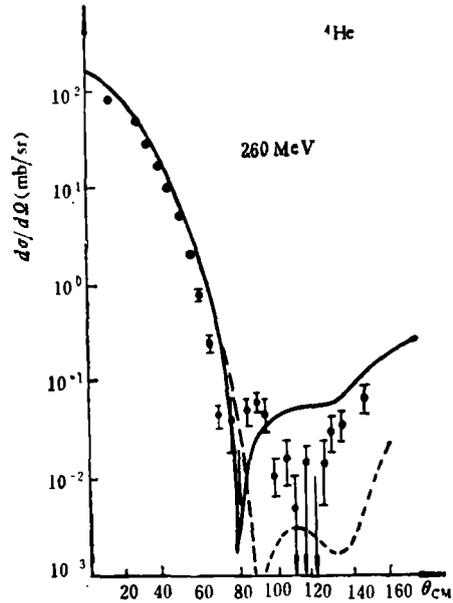


图6

图3、4、5、6 分别为 $T_{\pi}^{lab} = 150, 180, 220, 260 \text{ MeV}$, $\pi^{-4}\text{He}$ 弹性散射角分布解释同图2。实验选自文献[4]

由图可见,对于不同的靶核和不同的入射能 T_{π}^{lab} , 理论结果基本上与实验相符,所得的结论与 $\pi^{-16}\text{O}$ 弹性散射的结论一致,这再一次表明了这个结构简单、参数甚少的准门口态模型,反映了 π -核散射过程的主要物理特征。

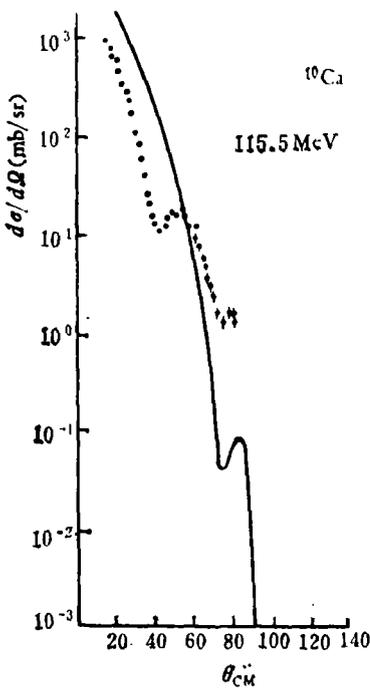


图 7

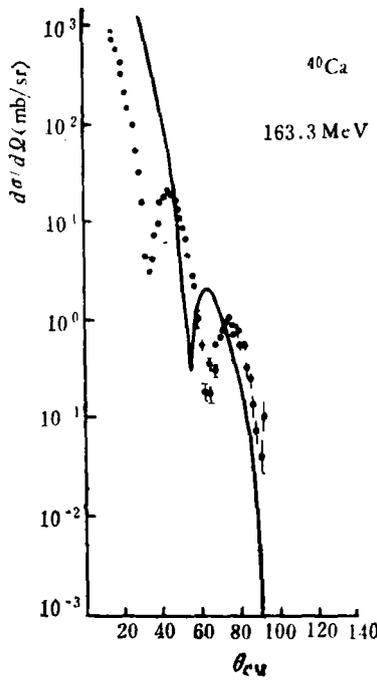


图 8

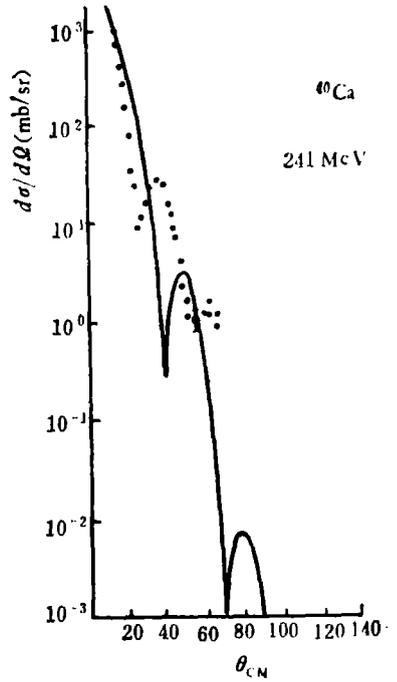


图 9

图 7、8、9 分别是 $T_{\pi}^{lab} = 115.5, 163.3, 241.0 \text{ MeV}$ 的 $\pi^{-}-^{40}\text{Ca}$ 弹性散射的角分布
实线表示 Δ_{33} 准门口态理论计算的结果;黑点是实验数据^[13]

三、自旋轨道耦合效应

在第二节中,我们将 E_{nLJ} 取为一个平均值 E_n , 即公式 (6), 它略去了自旋轨道耦合效应的影响。当进一步考虑自旋轨道耦合效应的修正时, E_{nLJ} 不仅与 n 有关, 还与 L, J 有关。因为在 j - j 耦合表象中

$$\psi_{nLJ} = \sqrt{\frac{1}{N_{nl}}} \sum_{\substack{n_{\Delta} l_{\Delta} j_{\Delta} \\ n_N l_N j_N}} (-)^{l_{\Delta}} A_{l_{\Delta} l_N L} F_{n_{\Delta} l_{\Delta} n_N l_N L}(k) \hat{j}_{\Delta} \hat{j}_N \hat{1} L \\ U \begin{pmatrix} l_{\Delta} & l_N & L \\ 3/2 & 1/2 & 1 \\ j_{\Delta} & j_N & J \end{pmatrix} (a_{j_{\Delta}}^+ b_{j_N}^+)_{J T(\tau=1)} \phi_0, \quad (18)$$

$$E_{nLJ} = \langle \psi_{nLJ} | H_0 | \psi_{nLJ} \rangle = E_n + \Delta E_{LJ}. \quad (19)$$

E_n 是 H_0 中不考虑自旋轨道耦合效应的一项, 即公式 (6) 的表示式。 ΔE_{LJ} 是考虑了自旋轨道耦合效应后引起的修正项, 对于 ^4He 的情况:

$$\Delta E_{LJ} = \frac{3}{N_{nl}} \sum_{n_{\Delta} l_{\Delta} j_{\Delta}} F^2_{n_{\Delta} l_{\Delta} 1SL}(k) \hat{j}_{\Delta}^2 W^2 \left(1 \frac{3}{2} j_{\Delta}; \frac{1}{2} l_{\Delta} \right) \cdot \Delta \sigma_{l_{\Delta} j_{\Delta}}, \quad (20)$$

如果当 n 固定时, 只有一个 $n_{\Delta} l_{\Delta}$, 则

$$\Delta E_{LJ} = 3 \sum_{j_{\Delta}} j_{\Delta}^2 W^2 \left(1 \frac{3}{2} J_{j_{\Delta}}; \frac{1}{2} l_{\Delta} \right) \Delta \epsilon_{l_{\Delta} j_{\Delta}}. \quad (l_{\Delta} = L \text{ 固定}) \quad (21)$$

其中

$$\Delta \epsilon_{l_{\Delta} j_{\Delta}} = V_{\Delta l} l_{\Delta} \cdot s_{\Delta} = \frac{1}{2} V_{\Delta l} \left[j_{\Delta}(j_{\Delta} + 1) - l_{\Delta}(l_{\Delta} + 1) - \frac{15}{4} \right], \quad (22)$$

$V_{\Delta l}$ 表示 Δ 自旋轨道耦合的强度, 本文作为一可调参数.

利用上述公式, 计算了 π - ${}^4\text{He}$ 弹性散射微分截面与总截面. 当取 $\mu_{\Delta} = -43\text{MeV}$, $\Gamma_{\Delta}/2 = 63\text{MeV}$, $V_{\Delta l} = 6\text{MeV}$ 时, 理论计算值与实验值有较好的符合. 见图 1—6 中实线. 尤其是 $T_{\pi}^{lab} = 180, 220, 260\text{MeV}$ 的三条角分布曲线, 与实验的符合是相当令人满意的.

四、分析与讨论

1. 平均相互作用能 μ_{Δ} 值虽然对 π -核散射角分布形状的影响并不敏感, 但对于 π -核散射的总截面还是有影响的, μ_{Δ} 值的大小决定总截面共振峰的位置, 如对于 π - ${}^4\text{He}$ 的散射总截面, 当 μ_{Δ} 由 -10MeV 改变为 -50MeV 时, 共振峰的位置由 240MeV 左右移到 160MeV 左右, 比自由 Δ 共振峰的位置的能量小, 此表示 Δ 与核有比较紧的束缚. 随着原子核核子数的增加, 核对 Δ 的束缚将会愈紧, 这时, μ_{Δ} 将变为更大的负值. 这个在 π - ${}^{16}\text{O}$ 总截面上就有所体现, 如只有当 $\mu_{\Delta} = -70\text{MeV}$ 时, π - ${}^{16}\text{O}$ 总截面共振峰的位置的理论值才与实验值符合.

2. 同样, Δ 的能级宽度 Γ_{Δ} 值对 π -核散射角分布的形状影响也不敏感, 但是对 π -核散射的总截面还是有影响的, 如对 π - ${}^4\text{He}$ 的情况, 当 Γ_{Δ} 取自由宽度时 ($\Gamma_{\Delta}/2 = 55\text{MeV}$), 共振峰的宽度较窄, 与实验值不符, 当 Δ 的半宽度 $\Gamma_{\Delta}/2$ 增加到 65MeV 时, 共振峰的宽度变宽, 得到了与实验较好的符合. 此表明, 虽然 Δ 与核子束缚较紧, 但由于考虑了 $6\hbar\omega$ 的高激发态的 Δ 激发, 这时 Δ 的平均寿命将比自由 Δ 的寿命来得短些, 因此宽度变宽了. 同样, 随着原子核核子数的增加, Γ_{Δ} 也需要增加, 但是增加是愈来愈慢. 如对 π - ${}^{40}\text{Ca}$, 当取 $\Gamma_{\Delta}/2 = 55\text{MeV}$ 与 60MeV 时, 总截面几乎一样.

3. 自旋轨道耦合强度 $V_{\Delta LS}$ 的值对角分布的形状还是有影响的, 它使得

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\theta=90^\circ} \neq 0, \quad (23)$$

并当 π 介子的入射能量较高时, $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ 的最小值也不在 $\theta = 90^\circ$ 处, 而是向小角度方向移动, 使与实验符合得更好, 我们取 $V_{\Delta LS} = 6\text{MeV}$ 时, π - ${}^4\text{He}$ 角分布的理论值与实验值符合较好. 这在微观理论计算中是比较难得的.

当然, 以上结果都是在准门口态模型下得到的.

总之, 通过本文和文献 [1] 的分析可知, 我们所提出的 π -核散射的 Δ_{33} 准门口态模型, 在不同的原子核上对于不同的入射能量, 它都能大致与实验符合, 尤其是考虑了自旋轨道耦合以后, 符合得更好, 这表明它反映了 π -核散射过程的主要特征.

同时从这些计算中,特别是对模型中的几个参数的要求,给了我们一些启示,例如 μ_{Δ} 是一个较大的负值,这表明 Δ 在核内束缚得很紧;核内平均的 Γ_{Δ} 比自由的 Γ_{Δ} 略大一些,表明 Δ 的高激发态寿命更短; $V_{\Delta LS}$ 与核子的情况反号,表明 Δ 与 N 的 $l \cdot s$ 作用是不同的。这些有趣的特性都值得我们进一步在与实验比较中进行深入的分析,也需要从理论上特别是从 N- Δ 相互作用的特性中去加以研究。

参 考 文 献

- [1] 张宗焯等, 高能物理与核物理, 5(1981), 176.
 [2] F. Binon et al., *Nucl. Phys.*, A298(1978), 499.
 [3] J. P. Maillet et al., *Nucl. Phys.*, A316(1979), 267.
 [4] E. Oset and W. Weise, *Nucl. Phys.*, A319(1979), 477.

ANALYSIS OF QUASI- Δ_{33} DOORWAY STATE MODEL
IN π NUCLEUS SCATTERING

GAO QIN

(Hangzhou University)

ZHANG ZONG-YE MA WEI-XING

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

Under Quasi- Δ_{33} Doorway state model of π nucleus scattering⁽¹⁾, the differential cross sections and total cross sections of elastic π - ^4He and π - ^{40}Ca at the different incident energies, ($T_{\pi}^{\text{lab}} = 110, 150, 180, 220, 260$ MeV for π - ^4He , $T_{\pi}^{\text{lab}} = 115.5, 163.3, 241.0$ MeV for π - ^{40}Ca) are calculated. The approximate agreement between the theoretical results and experimental data is arrived at.

We evaluate further the correction of spin-orbite coupling effects for π - ^4He , and the better agreements with experimental data are obtained.