第5卷 第3期 高能物理与核物理 Vol. 5, No. 3
1981年5月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS May, 1981

手征对称性的部分恢复与核物质中的π凝聚

张启仁
(北京大学)

摘　要

由π凝聚的相对性半经典理论[1]推知：由于σ模型中魔圆半径随核密度变化，核物质中可以发生π凝聚．算得的临界密度略高于正常基态核物质密度．

一、引　言

近十年来，越来越重视对破缺对称性的研究．基本粒子和原子核的手征对称性即其中之一．破缺对称性研究中的一个有趣问题是，在什么条件下它能恢复为完全的对称性，或部分地恢复为较完全的对称性．有人猜测在高温或高密度下手征对称性将完全或部分地恢复[2-5]．最引人注意的是李政道的不平常核态[6]．本文讨论手征对称性的部分恢复与另一现象——π凝聚的联系．

π-核子p波作用可导致核物质中的π凝聚[7-9,1]．这种作用可直接来自π-核子间的赝矢耦合[7,1]，也可来自手征对称性[9]．如果用 Van der Waals 近似考虑核子排斥心的作用，对赝矢耦合的情形，存在一临界排斥心半径[1]．如核子排斥心半径超过此临界值，π凝聚即不能发生．取$\frac{f^2}{4\pi}=0.081$，其中f为赝矢耦合常数，算得临界排斥心半径为0.44fm[1]．

多数核力的排斥心半径超过此值．例如HJ力[10]和 Yale 力[11]的排斥心半径分别为0.48fm和0.49fm．为了符合核物质的数据，还常假定核子在核物质中有更大的排斥心[6,12]．因此，简单赝矢耦合下核物质中的π凝聚可能被核子排斥心完全抑制．赝矢耦合不能重整化也是一个缺点．

用σ模型引入手征对称性，会出现类似的p波作用项[9]．但如固定魔圆半径，即恒令$\sigma=\sigma_0=\frac{m_0}{g}$，其中$m_0$为核子在真空中的质量，则结果与赝矢耦合的一样：排斥心仍将完全抑制π凝聚的发生．然而这样做是不合理的．σ场在核物质中的平均值与真空中不同[6]，且与核物质密度有关．随着密度增加魔圆将缩小，手征对称性越来越好地恢复．这就使得核物质中π-核子p波作用越来越强．第二节的推导和第三节的数值计算证明：正

本文1980年1月3日收到．

是手征对称性的这种恢复和 p 波作用相应的增强，使核物质中的 π 凝聚又变得可能.

考虑核子-核子关联的其它方法也导致类似结果：为符合原子核现有数据而定得的参数似乎表明，核内 π 凝聚实际上不能发生[13]. 第四节的定性讨论表明，上述手征对称性部分恢复有利于核物质中发生 π 凝聚的结论是一般的.

二、临 界 条 件

核物质平移对称，故可设[9]

$$\langle\sigma\rangle = \mathscr{A}\cos\theta, \tag{1}$$

$$\langle\boldsymbol{\pi}\rangle = \mathscr{A}\sin\theta\begin{pmatrix}\cos\boldsymbol{K}\cdot\boldsymbol{r}\\ \sin\boldsymbol{K}\cdot\boldsymbol{r}\\ 0\end{pmatrix}. \tag{2}$$

用 [1] 中的单位、符号和约定，核子-σ-π 系统在半经典近似下的自由能密度可写为

$$\mathscr{F} = \Psi^+\left[\boldsymbol{\alpha}\cdot\left(-i\nabla - \frac{\tau_3}{2}\boldsymbol{K}\cos\theta\right) + g\mathscr{A}\beta + g_A\frac{\tau_1}{2}(\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{K} - \mu\rho_1)\sin\theta + \frac{\tau_3}{2}\mu\cos\theta\right]\Psi + (K^2-\mu^2)\mathscr{A}^2\sin^2\theta + V_s(\mathscr{A}) + \delta\mathscr{H}, \tag{3}$$

其中 g 为 σ，π 场与核子的耦合常数；g_A 为赝矢流重整化常数；μ 为保证同位旋第三分量密度一定而引进的拉氏乘子；没有引进保证核子数密度一定的拉氏乘子，而准备在变分时再保证；$V_s(\mathscr{A})$ 为 σ，π 场的手征对称的势能密度，在 $\mathscr{A} = \mathscr{A}_0 = \frac{m_0}{g}$ 处有一极小，m_0 为真空中的核子质量；$\delta\mathscr{H}$ 为手征对称破缺项，对正弦破缺（用上标 s 表示）和余弦破缺（用上标 c 表示）它分别为[9]

$$\delta\mathscr{H}^s = \frac{m_\pi^2}{2}\mathscr{A}^2\sin^2\theta \quad 和 \quad \delta\mathscr{H}^c = m_\pi^2\mathscr{A}_0\mathscr{A}(1-\cos\theta), \tag{4}$$

m_π 为 π 介子在真空中的质量. (3) 式基本上是 [9] 中 (3.23) 式

记

$$\boldsymbol{K}' = \boldsymbol{K}\cos\theta, \tag{5}$$

$$\mu' = \mu\cos\theta, \tag{6}$$

$$m = g\mathscr{A}, \tag{7}$$

$$f' = \frac{m_\pi}{2\mathscr{A}}g_A = \frac{m_\pi}{2m}g_A g = \frac{f}{\chi}, \tag{8}$$

$$f = \frac{m_\pi}{2m_0}g_A g, \tag{9}$$

$$\chi = \frac{m}{m_0}, \tag{10}$$

$$\phi = \mathscr{A}\,\mathrm{tg}\,\theta, \tag{11}$$

$$m_\pi'^s = \frac{\mathscr{A}}{\sqrt{\mathscr{A}^2+\phi^2}}m_\pi, \qquad m_\pi'^c = \sqrt{\frac{2\mathscr{A}_0\mathscr{A}}{\mathscr{A}^2+\phi^2+\mathscr{A}\sqrt{\mathscr{A}^2+\phi^2}}}\,m_\pi. \tag{12}$$

(3) 变为

$$\mathscr{F} = \Psi^+ \left[\boldsymbol{\alpha} \cdot \left(-i\nabla - \frac{\tau_3}{2}\boldsymbol{K}'\right) + m\beta + \frac{f'}{m_\pi}(\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{K}' - \mu'\rho_1)\phi\tau_1 + \frac{\tau_3}{2}\mu'\right]\Psi + \frac{1}{2}(K'^2 - \mu'^2 + m_\pi'^2)\phi^2 + V_s(\mathscr{A}). \tag{13}$$

注意 p 波耦合"常数" f' 比其真空值 f 增益了 $\frac{1}{\chi}$ 倍.

将核子场量子化：令

$$\Psi = \sum_\lambda a_\lambda \phi_\lambda, \tag{14}$$

$$\{a_\lambda, a_{\lambda'}\} = \{a_\lambda^+, a_{\lambda'}^+\} = 0, \quad \{a_\lambda, a_{\lambda'}^+\} = \delta_{\lambda\lambda'}, \tag{15}$$

其中 $[\phi_\lambda]$ 为一组完整正交规一化的 c 数波函数，满足 σ, π 场中的 Dirac 方程

$$\left[\boldsymbol{\alpha} \cdot \left(-i\nabla - \frac{\tau_3}{2}\boldsymbol{K}'\right) + m\beta + \frac{f'}{m_\pi}(\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{K}' - \mu'\rho_1)\phi\tau_1 + \frac{\tau_3}{2}\mu'\right]\phi_\lambda = \varepsilon_\lambda\phi_\lambda. \tag{16}$$

[1] 中证明了 $\mu = 0$ 对应对称核物质，并在此情形下准确求解了 (16)，将结果准确求了和。我们可沿用 [1] 中的推导，并注意 $\phi = 0$ 时 $\boldsymbol{K}' = \boldsymbol{K}$, $\mu' = \mu$, $\frac{\partial \mathscr{F}}{\partial k} = 0$，得极化系数

$$\Pi(K, 0, Q_F) = \frac{g_R^2 m K}{2\pi^2\left(1 + \frac{1.6}{(9\pi)^{1/3}} r_c Q_F\right)} \times \begin{cases} W_0\left(\frac{K}{2m}, \frac{Q_F}{m}\right) - W_0\left(\frac{K}{2m}, \frac{-Q_F}{m}\right) & \text{如 } Q_F \leqslant \frac{K}{2} \\ W_0\left(\frac{K}{2m}, \frac{Q_F}{m}\right) - W_0\left(\frac{-K}{2m}, \frac{Q_F}{m}\right) & \text{如 } Q_F > \frac{K}{2}, \end{cases} \tag{17}$$

其中 Q_F 为质费米动量，它与每核子所占线度 r 的关系在 $\phi = 0$ 时为

$$Q_F = \left(\frac{9\pi}{8}\right)^{1/3} \frac{1}{r - 0.8r_c}; \tag{18}$$

r_c 为核子排斥心半径，对它是用 Van der Waals 近似处理的; $g_R = g_A g$ 为重整化了的 π-核子赝标耦合常数;

$$W_0(a, x) = \ln\left\{(x + \sqrt{1+x^2})^a (x+a)^{\sqrt{1+x^2}} \times \left[\frac{x + \sqrt{1+x^2} + a + \sqrt{1+a^2}}{(x+\sqrt{1+x^2})(a+\sqrt{1+a^2}) - 1}\right]^{\sqrt{1+a^2}}\right\}. \tag{19}$$

π 凝聚的临界条件为

$$\Pi(K, 0, Q_F) = K^2 + m_\pi^2\delta, \tag{20}$$

对正弦破缺 $\delta = 1$，对余弦破缺 $\delta = \frac{1}{\chi}$.

三、数值结果

用核物质中每核子平均结合能 b 和平衡时每核子所占线度 r 来定参数。先设正常核物质基态没有 π 凝聚：$\phi=0$. 此时每核子平均结合能(以真空中核子静止能量为单位)为

$$b=1-\frac{3}{4}\frac{\chi}{\bar{Q}_F^3}\left[\sqrt{1+\bar{Q}_F^2}\,\bar{Q}_F(0.5+\bar{Q}_F^2)-\frac{1}{2}\ln\left(\bar{Q}_F+\sqrt{1+\bar{Q}_F^2}\right)\right]-\frac{4\pi}{3m_0^4}V_s(\mathscr{A})\tilde{r}^3, \tag{21}$$

其中

$$\bar{Q}_F=\frac{Q_F}{m}=\left(\frac{9\pi}{8}\right)^{\frac{1}{3}}\frac{1}{\chi}\frac{1}{\tilde{r}-0.8\tilde{r}_c}, \tag{22}$$

$$\tilde{r}=m_0r, \tag{23}$$

$$\tilde{r}_c=m_0r_c. \tag{24}$$

令

$$\alpha_\sigma=\frac{4\pi\mu_\sigma^2}{g^2m_0^2},\quad \alpha_\pi=\frac{4\pi m_\pi^2}{g^2m_0^2}. \tag{25}$$

对正弦破缺的情形

$$V_s=\frac{\mu_\sigma^2}{8\mathscr{A}_0^2}(\mathscr{A}^2-\mathscr{A}_0^2)^2=\frac{\alpha_\sigma m_0^4}{32\pi}(1-\chi^2)^2, \tag{26}$$

对余弦破缺的情形

$$V_s=\frac{\mu_\sigma^2-m_\pi^2}{8\mathscr{A}_0^2}(\mathscr{A}^2-\mathscr{A}_0^2)^2+\frac{m_\pi^2}{2}(\mathscr{A}-\mathscr{A}_0)^2=\frac{(\alpha_\sigma-\alpha_\pi)^2m_0^4}{32\pi}(1-\chi^2)^2+\frac{\alpha_\pi m_0^4}{8\pi}(1-\chi)^2. \tag{27}$$

将(26)、(27)代入(21)，就将 b 表成了 χ，$\tilde{r}$ 的函数，并含参数 $\tilde{r}_c$ 和 α_σ. 要求在 $\tilde{r}$ 取经验值处满足平衡条件：$\frac{\partial b}{\partial\chi}=0$，$\frac{\partial b}{\partial\tilde{r}}=0$，并令 b 在此处取经验值，共得三个方程，从而

表 1　由正常核物质性质定的参数

V_s 类别	正弦破缺			余弦破缺		
参数类	I	II	III	I	II	III
b_0(MeV)	15.4941	15.677	15.986	15.4941	15.677	15.986
r_0(fm)	1.2249	1.2049	1.175	1.2249	1.2049	1.175
μ_σ(MeV)	1051	1063	1080	1056	1068	1086
r_c(fm)	0.754	0.742	0.725	0.746	0.734	0.716
χ_0	0.768	0.759	0.743	0.775	0.767	0.753

定得 r_c，α_σ 和基态核物质的 χ 值：χ_0.

各家定得的 b 与 r 的经验值 b_0 与 r_0 略有不同．此处采用 Myers 等的三组值，分别记为 I[14]，II[15] 和 III[16]．由此定得的参数列于表 1，其中 α_σ 是用 μ_σ 表出的．换算中取

$$\frac{g^2}{4\pi}=14.6.$$

另一方面，真空中 π-核子 p 波耦合常数已由实验定得：$\frac{f^2}{4\pi}=0.081$．由 (9) 可算出 $g_R=g_A g$．将定得的参数代入 (17)，$\Pi(K,0,Q_F)$ 作为 K，r 和 χ 的函数就完全定了，代入 (20) 就可讨论发生 π 凝聚的条件．

首先，定得的排斥心半径均大于 0.44fm．因此，如只考虑简单赝矢耦合或考虑手征对称但却将魔圆半径固定为其真空值，则不可能发生 π 凝聚．然而基态核物质中魔圆已缩小：$\chi_0<1$．不过将 χ_0 和 r_c 代入 (17) 中发现仍找不到 r 和 K 使 (20) 满足．即基态核物质还没有 π 凝聚．继续压缩核物质，χ 将继续减小，终于到达一临界值 χ_1：对给定 $\chi<\chi_1$，总能找到 r 和 K 使 (20) 满足．对给定 χ，将满足 (20) 的最大 r 记为 $r_{\max}(\chi)$．另一方面由条件 $\frac{\partial b}{\partial \chi}=0$ 可解得 r 与 χ 的关系 $r(\chi)$．当

$$r(\chi)=r_{\max}(\chi). \tag{28}$$

时即可发生 π 凝聚．记 (28) 的根为 χ_2，$r_2=r(\chi_2)$.

$$n_2=\frac{3}{4\pi r_2^3}, \tag{29}$$

即 π 凝聚的临界密度．表 2 列出了算得的 χ_2 和 r_2，还列入了基态核物质的 r 值：r_0 作对比．可见 π 凝聚的临界密度只略高于基态核物质密度．

表 2 π 凝聚的临界值

V_s 类别	正弦破缺			余弦破缺		
参数类	I	II	III	I	II	III
r_0(fm)	1.2249	1.2049	1.175	1.2249	1.2049	1.175
r_2(fm)	1.066	1.062	1.056	1.020	1.018	1.015
χ_2	0.506	0.517	0.533	0.424	0.440	0.463

四、讨　论

虽然在上述计算中严格求解了 Dirac 方程，并对结果严格求了和，但还是用了 σ 模型、半经典近似和 Van der Waals 近似，特别是 Van der Waals 近似的适用范围颇使人疑虑．因此，所得结论在多大程度上不依赖这些模型和近似是应讨论的．(17) 式给我们启发．如引入无量纲量

$$\bar{r}=rm, \tag{30}$$

$$\bar{r}_c=r_c m, \tag{31}$$

$$\bar{Q}_F = \frac{Q_F}{m}, \tag{32}$$

$$\bar{K} = \frac{K}{m}, \tag{33}$$

$$\bar{m}_\pi = \frac{m_\pi}{m}, \tag{34}$$

$$\bar{\Pi}(\bar{K}, 0, \bar{Q}_F) = \frac{1}{m^2}\Pi(K, 0, Q_F), \tag{35}$$

则条件 (20) 也变成无量纲的

$$\bar{\Pi}(\bar{K}, 0, \bar{Q}_F) = \bar{K}^2 + \bar{m}_\pi^2\delta. \tag{36}$$

我们相信，尽管极化系数的形式不一定就是 (17)，但存在无量纲极化系数 (35) 和无量纲临界条件 (36) 则应是模型无关和方法无关的．我们进而相信随着核物质密度的增加，手征对称性会得到越来越好的恢复．具体地说：核子在核物质内的质量会随核物质密度的增加而减少．在此前提下分别考虑两种情形：

1. 排斥心半径 r_c 不随核物质密度变化，但它的作用是硬性的．即如不考虑手征对称性的恢复，则存在 r_c 的一个临界值：当 r_c 大于此值时任何 r 与 K 都不能满足 π 凝聚的临界条件．

现在考虑手征对称性的恢复．它表现为 m 随密度增加而减小．这使无量纲排斥心 $\bar{r}_c$ 随密度增加而减小(见 (31) 式)．只要核物质密度足够高就能使它降到它的临界值以下，使 π 凝聚变得可能．这就是上节计算中发生的事．

2. 排斥心半径随核物质密度增加而增加，并使 $\bar{r}_c$ 与密度无关，但它的作用是软性的．即它只是增加 π 凝聚的临界密度，即使是使这个密度在实际上达不到也罢，却不会使临界条件根本不能满足．增加临界密度即增加临界的 $\frac{1}{r^3}$．从无量纲条件 (36) 看，它增加的实际上是 $\frac{1}{\bar{r}^3} = \frac{1}{m^3 r^3}$．由于手征对称性的恢复，$m$ 随密度增加而减小．故临界的 $\frac{1}{r^3}$，即真正的临界密度仍可不致太大，成为实际上可以达到的．

因此，上节算得的 π 凝聚的临界密度在数值上不一定可靠，手征对称性的部分恢复有利于发生 π 凝聚的结论则是可靠的．我们想说的也不过如此．

参　考　文　献

[1] 张启仁，高能物理与核物理，5(1981)，15.
[2] B. J. Harrington and A. Yildiz, *Phys. Rev.*, **D11**(1975), 779.
[3] G. Baym and G. Grinstein, *Phys. Rev.*, **D15**(1977), 2897.
[4] B. J. Harrington and A. Yildiz, *Phys. Rev.*, **D11**(1975), 1705.
[5] J. F. Bolzan and W. F. Palmer, *Phys. Rev.*, **D11**(1975), 2932.
[6] T. D. Lee, *Rev. Mod. Phys.*, **47**(1975), 267.
[7] G. E. Brown and W. Weise, *Phys. Rept.*, **27C**(1976), 1.
[8] A. B. Migdal, *Rev. Mod. Phys.*, **50**(1978), 107.
[9] D. K. Campbel, R. F. Dashen and J. T. Manassah, *Phys. Rev.*, **D12**(1975), 979.
[10] T. Hamada and I. D. Johnston, *Nucl. Phys*, **34**(1962), 382.
[11] K. E. Lassila et al., *Phys. Rev.*, **126**(1962), 881.
[12] V. R. Pandharipande and E. A. Smith, *Phys. Lett.*, **59B**(1975), 15.

[13] J. Meyer-ter Vehn. Proceeding of Symposium on Relativistic Heavy Ion Research, GSI. Darmstadt (1978), 302.
[14] W. D. Myers and W. J. Swiatecki, *Ark. For. Fys.*, **36**(1968), 343.
[15] W. D. Myers and W. J. Swiatecki, *Nucl. Phys.*, **81**(1966), 1.
[16] W. D. Myers and W. J. Swiatecki, *Ann. of Phys.*, **84**(1974), 786.

PARTIAL RESTORATION OF THE CHIRAL SYMMETRY AND THE π CONDENSATION IN NUCLEAR MATTER

ZHANG QI-REN
(*Peking University*)

ABSTRACT

From the relativistic semiclassical theory of π condensation[1], we deduced that, in the σ model, because of the variation of the radius of the magic circle with nuclear density, the π condensation in nuclear matter is possible. The calculated critical density is slightly higher than that of the normal ground state nuclear matter.

Vol. 5, No. 1 勘误

页 数	行	误	正
15	5	赝 矢 耦	赝 矢 耦 合
17	17	$[\boldsymbol{\alpha}\cdot(\hat{\boldsymbol{p}}-\cdots\cdots$	$[\boldsymbol{\alpha}\cdot(\boldsymbol{p}-\cdots\cdots$
18	11	$m_\pi \Phi^2$	$m_\pi^2 \Phi^2$
18	25	$g'\phi\tau_2\rho_3\boldsymbol{\Sigma}\cdot\boldsymbol{k}$	$g'\phi\tau_2\rho_3\boldsymbol{\Sigma}\cdot\boldsymbol{k}'$
20	倒 1 行末项	$\frac{-K}{2}$	$\frac{K}{2}$
23	16	$\ln(a+x+\sqrt{(a+x)^2-b^2}$	$\ln(a+x+\sqrt{(a+x)^2-b^2})$