

# 有两个 Higgs 二重态的 $SU(2) \times U(1) \times S_3$ 模型讨论和广义 Cabibbo 角计算

马中骥 东方晓 岳宗五 周咸建 薛丕友

(中国科学院高能物理研究所)

## 摘 要

本文对有两个 Higgs 二重态的  $SU(2) \times U(1) \times S_3$  模型进行了普遍讨论, 指出除 Segré 等讨论的情况外, 还有一类物理上感兴趣的情况, 并对后者作了较详尽的研究. 在此情况下, 以夸克质量和 Cabibbo 角  $\theta_1$  作为输入, 可以得到与  $\theta_1$  同数量级的  $\theta_2$  和  $\theta_3$  值. 最后讨论了赝 Goldstone 粒子的出现及其克服的一种方案, 并对这种方案所得的物理结论作了讨论, 结果与实验都是相容的.

## 一、

为讨论广义 Cabibbo 角、研究 CP 破坏来源, 一些作者在 Weinberg-Salam 标准模型<sup>[1]</sup>基础上, 假定各代夸克间有  $S_3$  对称性, 提出了  $SU(2) \times U(1) \times S_3$  模型<sup>[2-7]</sup>. 模型中有的取两个 Higgs 二重态<sup>[3,7]</sup>, 有的取三个 Higgs 二重态, 两个 Higgs 二重态引入的参数较少. 本文对有两个 Higgs 二重态  $SU(2) \times U(1) \times S_3$  模型作了普遍讨论. 我们从满足这一对称性的最一般 Higgs 位势  $V$  出发, 随参数的不同取值范围, 得出位势达到最小值的各种情况, 其中有两种情况物理上有兴趣, 文献 [3] 讨论了其中一种情况, 而且在  $V$  中引入了  $S_3$  对称性的破坏. 文献 [7] 讨论了另一种情况, 但只是那种情况的一个特殊情形. 本文对这种情况可得的 K-M 矩阵<sup>[8]</sup>种种方案作了讨论. 证明了如果  $\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}$  耦合系数为实数, 不但通过 K-M 矩阵, 而且通过 Higgs 粒子交换<sup>[9,10]</sup>都不产生 CP 破坏; 当耦合常数为复数时, 则 K-M 矩阵 CP 破坏相位不为零, 但数值计算表明, 由 K-M 矩阵引起的 CP 破坏太小, 与实验不符. 我们进一步讨论了通过带电 Higgs 交换引起的 CP 破坏<sup>[9,10]</sup>.

我们将实验上比较确定的 Cabibbo 角  $\theta_1$  作为输入参数, 取定夸克质量 ( $u, d, s$  取流代数<sup>[11]</sup>,  $m_c = 1.5\text{GeV}$ ,  $m_b = 5\text{GeV}$ ,  $m_t = 16\text{GeV}$ ), 则只有一个可调参数  $\xi$ . 当  $\xi$  确定后,  $\theta_2, \theta_3$  和  $\delta$  完全确定, 在全部十六种方案中, 只有四种方案物理上有兴趣. 通过计算机计算,  $AB$  和  $BA$  型的  $\sin \theta_2, \sin \theta_3$  分别约为 0.40 和 0.12, 而且与  $\xi$  取值关系不大.  $S_3$  对称模型在此方案中得到与  $\theta_1$  同数量级的  $\theta_2, \theta_3$  值是值得注意的. 对于  $A'A', B'B'$  型(文

献 [7] 属于  $A'A'$  型), 由于  $\sin \theta_2, \sin \theta_3$  为  $10^{-4}-10^{-6}$ , 通过 K-M 矩阵的带电流耦合, 算得 b 夸克的寿命应为  $10^{-5}-10^{-6}$  秒, 与实验<sup>[12]</sup>有矛盾。为此, 我们对  $A'A'$  型还估算了通过交换 10GeV 荷电 Higgs 粒子时 b 夸克的寿命为  $10^{-12}$  秒, 但此时 b 夸克衰变到 c 夸克占优势。

由于严格  $SU(2) \times U(1) \times S_3$  对称性的最一般 Higgs 势包含了一个附加的  $U'(1)$  对称性, 出现一个中性赝 Goldstone 粒子。虽然在高次修正中, 其质量不严格为零。但小质量的 Goldstone 粒子会带来一系列与实验发生矛盾的困难。

我们提出了克服这种困难的一种可能方案, 即在位势中引入一个破坏附加  $U'(1)$  对称性的项, 它当然也破坏  $S_3$ 。这破坏项的形式与文献 [3] 相似, (但是由于参数取值不同, Higgs 场的真空平均值不同。) 但文献 [3] 中 K-M 矩阵参数和 CP 破坏效应均由此项决定, 而我们选择的破坏项引进的新参数并不改变有关 K-M 矩阵的计算结果, 却能做到在树图近似中去掉麻烦的赝 Goldstone 粒子。由此我们讨论了 CP 破坏参数、b 夸克寿命和衰变道、 $B_r(K_L \rightarrow \mu^+ \mu^-)$  和中子偶极矩等, 文中还把本模型用到轻子上, 估算了  $B_r[\mu \rightarrow e + \nu]$ , 这些结果与目前实验都是相容的。

表 1

类型	$\alpha$	F	G	H	F'	G'	H'
BA	50.8°	$216 \times 10^2$	498	$125 \times 10^3$	312	$112 \times 10^4$	$128 \times 10^4$
AB	50.8°	996	$108 \times 10^2$	$125 \times 10^3$	$225 \times 10^4$	157	$127 \times 10^4$
A'A'	52.3°	$212 \times 10^2$	$125 \times 10^3$	701	$225 \times 10^4$	$127 \times 10^4$	222
B'B'	52.3°	1400	$125 \times 10^3$	$106 \times 10^3$	439	$128 \times 10^4$	$112 \times 10^4$

表 2

类型	$\xi$	$\sin \theta_1$	$\sin \theta_2$	$\sin \theta_3$	$\sin \delta$
BA	0°	0.229	0.123	0.119	0
	90°	0.2295	0.128	0.124	$0.216 \times 10^{-4}$
	180°	0.2296	0.133	0.128	0
AB	0°	0.2275	0.374	0.359	0
	90°	0.2299	0.398	0.383	$0.379 \times 10^{-3}$
	180°	0.232	0.419	0.404	0
A'A'	0°	0.2317	$0.792 \times 10^{-4}$	$0.814 \times 10^{-4}$	0
	90°	0.245	$0.198 \times 10^{-3}$	$0.205 \times 10^{-3}$	$0.485 \times 10^{-2}$
	180°	0.258	$0.2565 \times 10^{-3}$	$0.265 \times 10^{-3}$	0
B'B'	0°	0.2317	$0.199 \times 10^{-4}$	$0.108 \times 10^{-3}$	0
	90°	0.245	$0.501 \times 10^{-4}$	$0.282 \times 10^{-3}$	0.99998
	180°	0.258	$0.649 \times 10^{-4}$	$0.366 \times 10^{-3}$	0

## 二、

在 Weinberg-Salam 标准模型<sup>[4]</sup>基础上, 假定夸克各代间有  $S_3$  对称性, 三代夸克构成  $S_3$  一维对称表示  $u_0, d_0$  和二维表示  $\begin{pmatrix} u_+ \\ u_- \end{pmatrix}$  和  $\begin{pmatrix} d_+ \\ d_- \end{pmatrix}$ . 取两组 Higgs 二重态  $\phi_{\pm}$ , 构成  $S_3$  的二维表示. 它们的  $SU(2) \otimes U(1)$  的量子数和标准模型相同,

$$\phi_0^{\pm} = \begin{pmatrix} u_0^{\pm} \\ d_0^{\pm} \end{pmatrix}_L, u_{0R}^{\pm}, d_{0R}^{\pm}, \phi_{\pm} = \begin{pmatrix} \phi_{\pm}^+ \\ \phi_{\pm}^0 \end{pmatrix}, \tilde{\phi}_{\pm} = \begin{pmatrix} (\phi_{\pm}^0)^+ \\ -\phi_{\pm}^- \end{pmatrix}.$$

满足  $SU(2) \times U(1) \times S_3$  对称性的最一般 Higgs 场位势为

$$V(\phi) = A(\bar{\phi}_+\phi_+ + \bar{\phi}_-\phi_-) + B(\bar{\phi}_+\phi_+ + \bar{\phi}_-\phi_-)^2 + C(\bar{\phi}_+\phi_+ - \bar{\phi}_-\phi_-)^2 + D(\bar{\phi}_+\phi_+)(\bar{\phi}_-\phi_-). \quad (1)$$

厄米性要求,  $A, B, C, D$  均为实数. 极值解为:

(i)  $\phi_+ = \phi_- = 0, V(\phi) = 0$ , 无自发破缺, 不加讨论.

(ii)  $\bar{\phi}_+\phi_+ = \bar{\phi}_-\phi_- = |\bar{\phi}_+\phi_-| = \frac{-A}{4B+D} > 0$ .

当  $A < 0, C > 0, 4B > -D > 0$  时,  $V = \frac{-A^2}{4B+D} < 0$ , 取最小值, 可设真空平均值为:

$$\langle \phi_{\pm} \rangle_{\text{vac}} = \begin{pmatrix} 0 \\ v_{\pm} \end{pmatrix}, v_+ = v_- e^{i\alpha} = \sqrt{\frac{-A}{4B+D}}. \text{ 取正实数} \quad (2)$$

(iii)  $\bar{\phi}_+\phi_+ = \bar{\phi}_-\phi_- = -\frac{A}{4B} > 0, \bar{\phi}_+\phi_- = 0$ , 当  $A < 0, B, C, D > 0$  时,  $V = -\frac{A^2}{4B} < 0$ , 取最小值, 显然这种情况将破坏电荷守恒, 也不加讨论.

(iv)  $\phi_+ = 0, \bar{\phi}_-\phi_- = -\frac{A}{2(B+C)}$ , 或  $\phi_- = 0, \bar{\phi}_+\phi_+ = -\frac{A}{2(B+C)}$ . 当  $A < 0, B > -C > 0, D > 0$  时,  $V = -\frac{A^2}{4(B+C)} < 0$  取最小值, 可设

$$\langle \phi_+ \rangle_{\text{vac}} = \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \langle \phi_- \rangle_{\text{vac}} = 0 \text{ 或 } \langle \phi_+ \rangle_{\text{vac}} = 0, \langle \phi_- \rangle_{\text{vac}} = \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}. \quad (3)$$

我们得到了物理上有兴趣的 (ii) 和 (iv) 两种情况. 由情况 (iv) 所得 K-M 矩阵, 三个 Cabibbo 角均为零. 文献 [3] 讨论了这种情况, 他们在  $V$  中引入了  $S_3$  的软破坏项, 而计算所得的 Cabibbo 角和 CP 破坏相位实际上由所引入的  $S_3$  破坏项的形式和参数决定的.

文献 [7] 讨论了 (ii) 的一种特殊情况, 相当于我们下文的  $A'A'$  型, 并取  $\alpha = 30^\circ$ . 本文拟对情况 (ii) 作较全面深入的分析.

满足  $SU(2) \times U(1) \times S_3$  对称性的夸克场与 Higgs 场最一般的 Yukawa 耦合为

$$\mathcal{L}^{\text{Yuk}} = f(\bar{\psi}_-\phi_+d_{+R} + \bar{\psi}_+\phi_-d_{-R}) + g(\bar{\psi}_-\phi_- + \bar{\psi}_+\phi_+)d_{0R} + h\bar{\psi}_0(\phi_+d_{-R}$$

$$\begin{aligned}
 & + \phi_{-d_{+R}} + f'(\bar{\phi}_- \tilde{\phi}_- u_{+R} + \bar{\phi}_+ \tilde{\phi}_+ u_{-R}) + g'(\bar{\phi}_- \tilde{\phi}_+ + \bar{\phi}_+ \tilde{\phi}_-) u_{0R} \\
 & + h' \bar{\phi}_0 (\tilde{\phi}_- u_{-R} + \tilde{\phi}_+ u_{+R}) + \text{h.c.}
 \end{aligned} \quad (4)$$

令

$$\phi_+ = \phi'_+ + \begin{pmatrix} 0 \\ \nu_+ \end{pmatrix}, \quad \phi_- = \phi'_- + \begin{pmatrix} 0 \\ \nu_- \end{pmatrix}, \quad (5)$$

取质量本征态.

$$\begin{pmatrix} d_+ \\ d_- \\ d_0 \end{pmatrix}_L = U \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix}_L = U \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} u_+ \\ u_- \\ u_0 \end{pmatrix}_L = U' \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}_L = U' \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_L, \quad (6)$$

相应的右手态变换矩阵为  $V$  和  $V'$ , 计算中会出现参量

$$N_i = \frac{1}{\sqrt{2 + K_i^2}}, \quad K_i = \frac{2\sqrt{FH}}{\lambda_i - 2H} \cos \delta_i, \quad \text{tg } \delta_i = \frac{G \sin 3\alpha}{F + G - G \cos 3\alpha - \lambda_i}, \quad (7)$$

$$\bar{N}_i = \frac{1}{\sqrt{2 + \bar{K}_i^2}}, \quad \bar{K}_i = \frac{2\sqrt{FG}}{\lambda_i - 2G} \cos \bar{\delta}_i, \quad \text{tg } \bar{\delta}_i = \frac{H \sin 3\alpha}{F + H - H \cos 3\alpha - \lambda_i},$$

$$F = |f\nu_+|^2, \quad G = |g\nu_+|^2, \quad H = |h\nu_+|^2, \quad \eta = \arg(fh^*),$$

$$\bar{\eta} = \arg(f^*g), \quad \xi = \eta - \bar{\eta}'$$

还有相应的带撇量.  $\lambda_i$  和  $\lambda'_i$  分别为下夸克和上夸克质量的平方.  $U$  和  $U'$  各列还有自由相因子  $\theta_i$  和  $\theta'_i$ . K-M 矩阵 ( $U'^+U$ ) 为

$$(U'^+U)_{ij} = N'_i N_j \{ 2 \cos(\delta'_i - \delta_j) + K'_i K_j e^{i\xi} \} e^{i(\theta_j - \theta'_i)}. \quad (8)$$

要求它取标准形式, 可以定出  $\theta_i$  和  $\theta'_i$ , 再按质量矩阵对角化后本征值为正实数的要求确定  $V$  和  $V'$  各列的自由相因子  $\bar{\theta}_i$  和  $\bar{\theta}'_i$ .

现在有八个输入参数:  $\alpha$  主要由 Cabibbo 角  $\theta_1$  定,  $F, G, H, F', G', H'$  由六个夸克质量和  $\alpha$  来定,  $\xi$  与 CP 破坏和荷电 Higgs 质量密切相关, 但与 Cabibbo 角关系不大. 由此我们得到如下几点结论:

1. 由 (6) 式, 当  $\xi = 0$  (耦合常数为实数属于这种情况), K-M 矩阵中相位为零, 即无 CP 破坏.

2. 可以证明,  $\xi = 0$ , 交换 Higgs 粒子, 也不会导致 CP 破坏, 其证明放在第三节.

3. 按流代数估计<sup>[11]</sup>, 取  $m_u = 4.2\text{MeV}$ ,  $M_d = 7.5\text{MeV}$ ,  $M_s = 150\text{MeV}$  和取  $m_c = 1.5\text{GeV}$ ,  $m_b = 5\text{GeV}$ ,  $m_t = 16\text{GeV}$ , 在把这些质量值与  $F, G, H$  相联时, 有四种情况:

$$A \text{ 型, } H \gg F \gg G, \quad A' \text{ 型, } G \gg F \gg H,$$

$$B \text{ 型, } H \gg G \gg F, \quad B' \text{ 型, } G \gg H \gg F,$$

对于上夸克也有四种情况, 故共有十六种类型, 分别以  $AB, BA, A'A', B'B'$  等表示, 前一字代表上夸克, 后一字代表下夸克类型, 目前实验给出 Cabibbo 角限制<sup>[12]</sup>为

$$|(U'^+U)_{12}| \simeq \sin \theta_1 = 0.229 \pm 0.004, \quad \sin \theta_2, \quad \sin \theta_3 \leq 0.3,$$

考虑这些限制, 仅  $AB, BA, A'A'$  和  $B'B'$  四种类型是允许的, 如果取到一级小量(如  $A$  型

$\frac{F}{H}, \frac{G}{F}$  为一级小量)则有:

$$AB \text{ 型, } \sin \theta_1 = \cos \frac{3\alpha}{2} \left[ 1 - \left( \frac{m_d^2}{m_s^2} + \frac{m_u^2}{m_c^2} \right) \operatorname{tg}^2 \frac{3\alpha}{2} - \frac{m_c^2}{2m_s^2} \right]$$

$$BA \text{ 型, } \sin \theta_1 = \cos \frac{3\alpha}{2} \left[ 1 - \left( \frac{m_d^2}{m_s^2} + \frac{m_u^2}{m_c^2} \right) \operatorname{tg}^2 \frac{3\alpha}{2} \right]$$

$$A'A' \text{ 和 } B'B' \text{ 型 } \sin \theta_1 = \frac{m_d}{m_s} \operatorname{tg} \frac{3\alpha}{2} \left[ 1 - \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \frac{3\alpha}{2} \cdot \frac{m_d^2}{m_s^2} \right]$$

文献[7]相当于  $A'A'$  型, 并取  $\alpha = 30^\circ$ .

5. 以夸克质量和  $\sin \theta_1 = 0.229$  为输入参数, 估计  $\alpha$  和  $F, G, H, F', G', H'$  (表1), 然后以后者作输入, 调节  $\xi$ , 用计算机算得广义 Cabibbo 角, 列于表2. 由此我们看到: 对于  $AB, BA$  型, Cabibbo 角随  $\xi$  变化不大, 在  $S_3$  对称模型中, 算得有和  $\sin \theta_1$  同数量级的  $\sin \theta_2, \sin \theta_3$  值是值得注意的. 它将使  $b$  夸克寿命不会太长. 除  $B'B'$  型外,  $\theta_2$  与  $\theta_3$  的值比较接近, 这就导致  $b$  夸克通过中间玻色子交换衰变到  $u$  显得较为重要.

当  $\xi \neq 0$ , 则耦合系数为复数, 可以严格证明,  $K$ - $M$  矩阵  $CP$  破坏相位不为零. 在  $AB, BA$  型中, 当  $\xi \cong 90^\circ$ ,  $K$ - $M$  矩阵相位达最大值, 但仍小于  $10^{-4}$ .  $A'A', B'B'$  型尽管  $\sin \delta$  较大, 但相应的  $\sin \theta_2 \cdot \sin \theta_3 \cdot \sin \delta < 10^{-9}$ , 因此  $K^0-\bar{K}^0$  系统中所观察到的  $CP$  破坏, 在  $S_3$  这种对称模型中, 不能由  $K$ - $M$  矩阵引起.

### 三、

我们现在来讨论通过 Higgs 交换的  $CP$  破坏效应, 为此需计算 Higgs 粒子质量本征值. 计算表明, 情况(ii)产生一个附加的赝 Goldstone 粒子, 原因是 Higgs 位势(1)式包含了  $\phi_{\pm}$  之间相对相因子变换的不变性, 真空平均值(2)破坏了这一附加的  $U'(1)$  对称性, 则一定引起一个赝 Goldstone 粒子. 当然, Yukawa 耦合(4)并不具有此  $U'(1)$  对称性, 这个赝 Goldstone 粒子在高级效应中会得到有限的质量. 小质量的赝 Goldstone 粒子的存在会带来一系列的困难, 例如会引起过大的与实验矛盾的味改变的中性流, 轻子方面会使  $\mu \rightarrow e \gamma$  过程太强,  $K_L-K_S$  的质量差和  $CP$  破坏, 也可能超出实验限制. 文献[3]选择的真空平均值(3)没有破坏  $U'(1)$  对称性, 因此不会出现此赝 Goldstone 粒子; 而文献[7]没有考虑此赝 Goldstone 粒子及其引起的困难. 一个可能解决困难的途径是在位势(1)中引入  $S_3$  破坏项, 以排除附加的  $U'(1)$  对称性, 为此我们令

$$V' = V - E e^{i\alpha} \bar{\phi}_+ \phi_- - E e^{-i\alpha} \bar{\phi}_- \phi_+, \quad (9)$$

$E$  是实数. 此时极值情况变为 (i)  $\phi_+ = \phi_- = 0$ ,  $V'(\phi) = 0$  无自发破缺, 不加讨论;

(ii)  $\bar{\phi}_+ \phi_+ = \bar{\phi}_- \phi_- = |\bar{\phi}_+ \phi_-| = \frac{E-A}{4B+D} > 0$ , 当  $A < 0, B, C, D > 0, E > -\frac{DA}{4B}$

时  $V'(\phi) = -\frac{(E-A)^2}{4B+D} < 0$  达最小值. 可取真空平均值为

$$(\phi_{\pm})_{\text{vac}} = \begin{pmatrix} 0 \\ v_{\pm} \end{pmatrix}, \quad v_+ = v_- e^{i\alpha} = \sqrt{\frac{E-A}{4B+D}}; \quad (10)$$

$v_+$  取正实数. 还有一组相当  $E$  换成  $-E$  的解, 它显然不是最低能量解; (iii)  $\bar{\phi}_+ \phi_+ = \bar{\phi}_- \phi_- = -\frac{A}{4B}, \bar{\phi}_- \phi_+ = \frac{E}{D} e^{i\alpha}$ , 当  $A < 0, B, C, D > 0, E > -\frac{DA}{4B}$  时, 这组解不成立.

$E < -\frac{DA}{4B}$  会引起电荷守恒破坏;  $E = -\frac{DA}{4B}$  和情况 (ii) 相同, 因此也不加讨论; (iv)  $\bar{\phi}_+\phi_+ + \bar{\phi}_-\phi_- = -\frac{A}{2(B+C)}$ ,  $(\bar{\phi}_+\phi_+ - \bar{\phi}_-\phi_-)^2 = \frac{A^2}{4(B+C)^2} - \frac{4E^2}{(D-4C)^2}$ ,  $\bar{\phi}_-\phi_+ = \frac{Ee^{i\alpha}}{D-4C}$ , 在  $A < 0, B > -C > 0, D > 0, E > 0, E^2 < \frac{A^2D(D-4C)}{16B(B+C)}$  时,  $V' = -\frac{A^2}{4(B+C)} - \frac{E^2}{(D-4C)} < 0$  达最小值. 这正是文献 [3] 的情况.

在我们的情况 (ii) 中, 真空平均值 (10) 的形式和 (2) 相同, 因此破坏项并不改变 K-M 矩阵的计算结果, 但它却能在树图近似中去掉 Goldstone 粒子.

直接计算可得情况 (ii) 中带电 Higgs 粒子质量为  $2(E - Dv_+^2)$ , 中性 Higgs 粒子质量为  $2E, 2(E - A), 2(E - Dv_+^2) + 8Cv_+^2$ ,

可选择参数使中性 Higgs 粒子质量都比带电 Higgs 粒子质量大得多.

带电 Higgs 粒子  $\phi_i^\pm$  (非零质量本征态) 与夸克的 Yukawa 耦合为

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{Yuk}}^{\text{带电}} = & \frac{i\phi_1^+}{v_+} \sum_{ij} e^{i(\theta_j + \Delta_j - \theta_i')} \bar{u}_{iL} d_{jR} \{ \sqrt{2} N_i \bar{N}_j [ -\sqrt{F} \sin(1.5\alpha + \delta_i' + \delta_j) \\ & + \sqrt{G} \bar{K}_j \sin(1.5\alpha + \delta_i') + \sqrt{H} K_j' \sin(1.5\alpha + \delta_j) e^{i\xi} ] \} \\ & + \frac{i\phi_1^-}{v_+} \sum_{ij} e^{i(\theta_j' + \Delta_j' - \theta_i)} \bar{d}_{iL} u_{jR} \{ \sqrt{2} N_i \bar{N}_j' \cdot [ -\sqrt{F}' \sin(1.5\alpha + \delta_i + \delta_j') \\ & + \sqrt{G}' \bar{K}_j' \sin(1.5\alpha + \delta_i) + \sqrt{H}' K_j \sin(1.5\alpha + \delta_j') e^{-i\xi} ] \} + \text{h.c.} \end{aligned}$$

其中  $\Delta_i = \bar{\theta}_i - \theta_i, \Delta_i' = \bar{\theta}_i' - \theta_i'$  ( $f, f'$  相角取零时), 且有  $\Delta_i, \Delta_i'$  或为 0 或为  $\pi$ . 如 BA 型有

$$\begin{aligned} \Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_1' = \pi, \Delta_3 = \Delta_2' = \Delta_3' = 0, \theta_1 - \theta_1' \sim 0, \theta_2 - \theta_1' \sim \pi, \\ \theta_3 - \theta_1' \sim \pi, \theta_1 - \theta_2' \sim 0, \theta_2 - \theta_2' \sim \pi, \theta_3 - \theta_2' \sim \pi, \theta_1 - \theta_3' \sim \xi, \\ \theta_2 - \theta_3' \sim \pi + \xi, \theta_3 - \theta_3' \sim \pi + \xi, \end{aligned}$$

可见当  $\xi = 0$  或  $\pi$  时, 把  $i$  吸收到  $\phi_1^\pm$  中去后,  $\mathcal{L}_{\text{Yuk}}^{\text{带电}}$  中的系数都是实数, 它不引起 CP 破坏. 但当  $\xi$  为其它值时,  $\mathcal{L}_{\text{Yuk}}^{\text{带电}}$  破坏 CP. 式中  $v_+$  由费米弱耦合常数来确定

$$v_+ = \sqrt{\frac{1}{4\sqrt{2} G_F}} \sim 122 \text{ GeV}.$$

我们对 BA 型,  $\xi = 90^\circ$ , 估算了  $K_L^0 - K_S^0$  的质量差和 CP 破坏因子  $\epsilon$ . 由等效哈密顿量  $\mathcal{H}_{\text{WH}}, \mathcal{H}_{\text{HH}}^{[14]}$ , 我们发现, 对于 CP 破坏因子  $\epsilon$ , 交换一个 Higgs 粒子和一个 W 介子 (如图 2) 贡献要比交换两个 Higgs 粒子贡献 (如图 1) 大两个量级, 而图 1 对  $\epsilon$  的贡献 (当  $M_H \sim 10 \text{ GeV}$  时) 为

$$\epsilon \simeq \frac{\text{Im} \langle \bar{K}^0 | \mathcal{H}_{\text{WH}} | K^0 \rangle}{\sqrt{2} \Delta m_K} \sim 10^{-3}$$

因此图 1 对 CP 破坏因子的贡献便可以忽略了.

$K_L^0 - K_S^0$  质量差  $\Delta m_K$  主要来源于交换两个 W 介子的贡献, 在我们这模型, 交换两个 Higgs 粒子的贡献也在同一量级  $\Delta m_K \sim 2R_2 \langle \bar{K}^0 | \mathcal{H}_{\text{HH}} | K^0 \rangle \sim 10^{-12} \text{ MeV}$  而交换一个

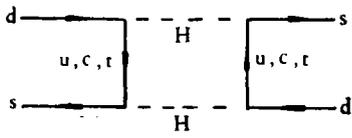


图 1

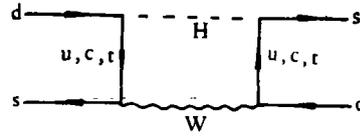


图 2

Higgs 粒子和一个W介子对  $\Delta m_K$  的贡献为

$$\Delta m_K \sim 2R_e \langle \bar{K}^0 | \mathcal{H}_{WH} | K^0 \rangle \sim 10^{-14} \text{MeV},$$

现在的实验值为

$$R_e \sim 1.6 \times 10^{-3}, \quad \Delta m_K \sim 3.5208 \times 10^{-12} \text{MeV}.$$

我们看到,本模型给出的 CP 破坏因子  $\epsilon$  及质量差  $\Delta m_K$  是与现有实验不矛盾的。

#### 四、

1. b 夸克与 u, c 夸克耦合可以主要通过荷电中间玻色子 W 或荷电 Higgs 粒子 H 进行。数值计算表明(表 3):

表 3

类 型	交换W的 K-M 矩阵元 $\xi = 90^\circ$		与带电 Higgs 粒子耦合系数	
	13 矩阵元	23 矩阵元	buH $^\pm$	bcH $^\pm$
BA	0.0285	0.00698	0.0927	$0.827 \times 10^{-3}$
AB	0.0940	0.00164	$1.07 \times 10^{-3}$	0.0923
A'A'	$0.502 \times 10^{-4}$	$0.294 \times 10^{-7}$	$0.38 \times 10^{-3}$	0.028
B'B'	$0.691 \times 10^{-4}$	$0.297 \times 10^{-3}$	0.029	$0.394 \times 10^{-3}$

对 BA 型: 通过交换 W, H, b 夸克衰变为 u 占优势, 而且两者具有同数量级; 对 AB 型, 通过交换 W, b 主要衰变为 u, 通过交换 H, 主要衰变为 c; 对 A'A' 和 B'B' 型, 因为  $s_2, s_3$  太小, 主要衰变由交换荷电 Higgs 粒子引起: A'A' 型, 主要衰变为 c, B'B' 型, 主要衰变为 u. 我们算得, 对 BA, AB 型, b 夸克衰变寿命为  $10^{-13} - 10^{-14}$  秒. 值得指出: 对 A'A' 和 B'B' 型, 如果不考虑 Higgs 子交换, (如  $M_H \sim$  几百 GeV), 则 b 夸克寿命应为  $10^{-5} - 10^{-6}$  秒, 实验上要求  $\tau_b > 5 \times 10^{-8}$  秒<sup>[15]</sup>, 因此与实验矛盾. 如果荷电 Higgs 子质量取为 10 GeV, 则可以算得  $b \xrightarrow{H} c + \mu + \bar{\nu}$  寿命达  $10^{-12} - 10^{-13}$  秒. 究竟 b 通过 H 还是 W 的衰变, 实验上是可以区分的, 有待实验检验.

2. 本模型中引入三个中性 Higgs 粒子, 我们讨论了由中性 Higgs 粒子引起的味改变的中性流过程. 分析了  $K_L \rightarrow \mu^+ \mu^-$ , 由如下费曼图, 估算<sup>1)</sup>得味改变中性流过程的分支比

$$B_r(K_L \rightarrow \mu^+ \mu^-) \simeq 1.1 \times 10^{-10}$$

故在实验上是可以接受的.

3. 中子偶极矩. 这里既然有  $\Delta s = \Delta c = 0$  CP 和 P 不守恒毫弱相互作用, 就会使中子有偶极矩. 但本模型 K-M 矩阵中引起 CP 不守恒很小, 期望由此引起的中子偶极矩很

1) 在估算中, 我们假定了  $\langle 0 | \bar{s} \frac{1}{2} (1 - \tau_3) d | K^0 \rangle \simeq \frac{m_{K^0}}{\sqrt{2P_{K^0}}} f_K (-m_K^2)$ , 并取一中性 Higgs 粒子质量为 500 GeV.

小, 讨论如下形式对中子偶极矩有贡献的图<sup>[16]</sup>, 在我们情况下可算得

$$D \doteq 10^{-35} \text{ecm}$$

Weinberg 曾在四夸克模型中讨论了借助于交换虚 Higgs 子得到  $D \doteq 10^{-24} \text{ecm}$ . 有文章认为<sup>[17]</sup>, 对于六夸克模型, 也不会改变中子偶极矩数量级, 考虑到偶极矩大小与 Higgs 质量平方成反比, 本模型荷电 Higgs 质量可取 10 到几十 GeV, 故  $D_E$  不会超过目前的实验值上限  $(0.4 \pm 1.1) \times 10^{-24} \text{ecm}$ <sup>[18]</sup>,  $D_E$  量级上与目前实验上限是相同的.

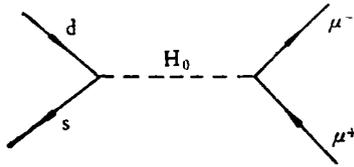


图 3  $K_L \rightarrow \mu^+ + \mu^-$  费曼图

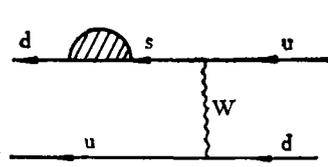


图 4

4. 若把模型用到轻子上, 由于荷电 Higgs 粒子交换, 会引起轻子味的改变, 我们讨论  $\mu \xrightarrow{H} e \gamma$  过程(见如下费曼图):

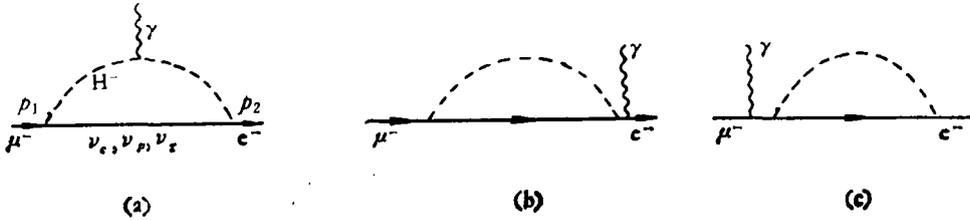


图 5

从一般的 Lorentz 和 Dirac 结构, 这个过程的矩阵一般可写为<sup>[19]</sup>

$$\mathcal{M}_\mu(\mu \rightarrow e \gamma) = \bar{u}_r(p_2) \{ \gamma_\mu [ F_1^V(q^2) + \gamma_5 F_2^A(q^2) ] + i \sigma_{\mu\nu} q_\nu [ F_2^V(q^2) + \gamma_5 F_3^A(q^2) ] + q_\mu [ F_3^V(q^2) + F_4^A(q^2) \gamma_5 ] \} u_r(p_1).$$

但由于流守恒和  $q^2 = (p_1 - p_2)^2 = 0$ , 可知花括号中只有第二项有贡献, 它们是不发散的(可以证明上图 5 (b)、(c) 对此不贡献), 可以直接计算. 以 BA 型为例, 此时 Higgs 粒子与轻子相互作用为: (轻子取 A 型)

$$\phi_1^+ \cdot \{ 0.36 \times 10^{-4} \bar{\nu}_{eL} e_R + 0.119 \times 10^{-2} \bar{\nu}_{eL} \mu_R + 0.59 \times 10^{-7} \bar{\nu}_{eL} \tau_R + 0.224 \times 10^{-5} \bar{\nu}_{\mu L} e_R - 0.232 \times 10^{-4} \bar{\nu}_{\mu L} \mu_R + 0.593 \times 10^{-3} \bar{\nu}_{\mu L} \tau_R + 0.204 \times 10^{-3} \bar{\nu}_{\tau L} e_R + 0.101 \times 10^{-1} \bar{\nu}_{\tau L} \mu_R + 0.365 \times 10^{-10} \bar{\nu}_{\tau L} \tau_R \} + \text{h.c.}$$

由此, 可以算得分支比为:

$$B_r(\mu \rightarrow e \gamma) = 8.4 \times 10^{-12},$$

低于目前实验上限值  $2 \times 10^{-10}$ <sup>[20]</sup>. 估算交换中性 Higgs 粒子(质量取 500 GeV)单圈图对此分支比的贡献也小于此实验上限.

我们感谢朱洪元教授和胡宁教授的热情支持与有益的意见; 感谢张肇西同志的有益讨论; 感谢中国科学技术大学刘祖平同志帮助编写了部份计算机程序.

## 参 考 文 献

- [1] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.*, **19**(1967), 1264, A. Salam, in *Elementary Particle Physics*, edited by N. Svartholm (Almquist and Wiksells, Stockholm, 1968).
- [2] S. Pakvasa and H. Sugawara, *Phys. Lett.*, **73B**(1978), 497.
- [3] G. Segré and H. A. Weldon, *Phys. Rev. Lett.*, **42**(1979), 1191.
- [4] G. Segré et al., *Phys. Lett.*, **83B**(1979), 351.
- [5] E. Derman, *Phys. Rev.*, **D19**(1979), 317.
- [6] H. Sato, *Nucl. Phys.*, **148B**(1979), 433, Tokyo Univ. preprints UT-299 and UT-311, (1978).
- [7] Wu Dan-di, *Phys. Lett.*, **85B**(1979), 364.
- [8] M. Kabayashi and K. Maskawa, *Prog. Theor. Phys.*, **49**(1973), 652.
- [9] T. D. Lee, *Phys. Rev.*, **D8**(1973), 1226, *Phys. Rep.*, **90**(1974), 143.
- [10] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.*, **37**(1976), 657.
- [11] S. Weinberg, Harvard Univ. Preprint HUTP-78/A005, (1978).
- [12] D. Cutts et al., *Phys. Rev. Lett.*, **41**(1978), 363.
- [13] J. Ellis, SLAC-PUB-2177 (1978).
- [14] L. F. Abbott et al., SLAC-PUB-2351 (1979).
- [15] J. Ellis, SLAC-PUB-2177 (1978).
- [16] D. V. Nanopoulos et al., *Phys. Lett.*, **87B**(1979), 53.
- [17] A. B. Lahanas and C. E. Vayonakis, *Phys. Rev.*, **D19**(1979), 2158.
- [18] N. F. Ramsey, in *Neutrino-75, Proceeding of the Fifth International Conf. on Neutrino Science*, Balaton, Hungary, 1975, edited by A. Frenkel and G. Marx, Vol. I, p. 307.
- [19] B. W. Lee and R. E. Shrock, *Phys. Rev.*, **D16**(1977), 1444.
- [20] M. D. Cooper, SLAC-215(1978).

## DISCUSSION OF A $SU(2) \times U(1) \times S_3$ MODEL WITH TWO HIGGS DOUBLETS AND CALCULATION OF CABIBBO-LIKE-PARAMETERS

MA ZHONG-QI    DONG FANG-XIAO    YUE ZONG-WU

ZHOU XIAN-JIAN    XUE PEI-YOU

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

### ABSTRACT

In this paper a  $SU(2) \times U(1) \times S_3$  model with two Higgs doublets is discussed in detail. It is shown that besides the case discussed by Segré et al., there is another physically interesting case. We investigate the latter in detail. In This case, taking the quark masses and the Cabibbo angle  $\theta_1$  as input parameters, we can obtain Cabibbo angles  $\theta_2$  and  $\theta_3$  which have the same order of magnitude as  $\theta_1$ . Finally the appearance of a pseudo Goldstone boson in the model is discussed, a method to overcome the difficulty is given, and the physical results of this case which do not contradict with the experiments are discussed.