

费米子传播子的谱表示和夸克禁闭

高崇寿 阮图南

(北京 大学) (中国科学技术大学)

摘 要

本文从谱表示理论出发讨论了费米子因果格林函数的性质,从场论观点定义了有效质量,给出了 $|p^2| \ll M^2$ 时 $S'_F(p)$ 的近似表达式和 $p^2 \rightarrow +\infty$ 时 $S'_F(p)$ 的近似估计式。运用所得结果讨论夸克禁闭问题,结果表明:(i) 在谱表示理论基础上可以允许相对禁闭的概念,并且只要重整化较强,夸克就有可能在远低于质量壳时表现出确定的轻的有效质量;(ii) 在谱表示理论基础上不能允许绝对禁闭的概念,即使把绝对禁闭作为相对禁闭的极限也是一样。也就是如果引入绝对禁闭的概念,必须放弃谱表示理论的一部分基本假定。

一、引 言

近年来在强子结构模型及其动力学机制研究中的一个重要观念是夸克(层子)禁闭问题。由于直到现在为止,尽管大量实验和理论的研究促使人们相信强子是由更深层次的夸克组成,但实验上既没有发现自由态的夸克,也没有发现其内部量子数与单个夸克相同(例如分数电荷、分数重子数等)的系统和粒子。许多学者相信夸克禁闭的思想,特别是夸克色禁闭的机制,即认为夸克只能被禁闭在色单态的复合态中,无法把夸克从色单态的束缚态中拉出来成为自由物理态。有大量的理论工作是以夸克禁闭的思想作为前提,还有不少学者试图从场论的研究中给夸克禁闭以理论基础。在这方面有许多有意义的成果,但是迄今为止还没有作到从一定的场论模型出发导出或证明四维时空中禁闭机制的存在。

在本文中我们将利用夸克格林函数的谱表示对夸克禁闭的理论基础和某些性质进行探讨,并进一步讨论所得结果的物理后果。

在研究夸克禁闭的有关问题时,我们是在夸克-胶子的层次来讨论场论。通常谱表示的理论是从下述三个基本假定出发的(参看附录1):

(i) 平移不变,正洛仑兹不变; (ii) 谱条件: 存在唯一的真空态、物理态的质量和能量恒正; (iii) 物理态构成希伯空间的完备基。

如果引入夸克(绝对)禁闭的观念,那么显而易见,上述第(iii)假定不可能满足。因

为夸克只能存在于被禁闭的态中,而这样的态不可能用物理态¹⁾展开,因为渐近的物理态中没有一个态的量子数和单个夸克相同。也就是说夸克(绝对)禁闭是和上述假定(iii)是不相容的。

我们也可考虑另一种情况。假设自由的物理夸克或与单夸克内部量子数相同的物理态是可以存在的,但其质量很重,远重于现有实验质量尺度。夸克以束缚态形式存在于强子内部,由于实验能量不够,还不足以把夸克从强子内部打出来成为自由的物理粒子。这样在现有能量的实验条件下,夸克表现为禁闭在强子内部。这样的情况可以称为相对禁闭。显然运动学要求自由夸克的物理质量高于现有实验的能量,当能量提高到超过一定阈值以后,就有可能打出自由的物理夸克。

这种情况从某种意义上相当于研究氢原子中的电子。当实验能量还不足以把电子由氢原子中打出来时,我们处理的是一个相对禁闭的电子。在这类相对禁闭的考虑中,可以允许谱表示理论要求的三个假定成立。我们可以从接受这三个假定为前提来进行某些探讨。

一个有兴趣的问题是:如果自由夸克的物理质量趋于无穷,即无论加多大的能量都不能把夸克从束缚态中拉出来,这时物理上相当于夸克被绝对禁闭。这样把绝对禁闭作为相对禁闭的极限后果,从相对禁闭的谱表示的讨论取极限可以得到什么结果。

在下面几节,我们先讨论这最后一个问题,然后再对相对禁闭下费米子费曼传播子的性质进行某些讨论。

二、谱函数与绝对禁闭

在动量表象中夸克(费米子)因果格林函数 $S'_F(p)$ 可以通过谱函数 $\omega_s(m^2)$ 和 $\omega_v(m^2)$ 表示出来(见附录1)

$$S'_F(p) = \int_0^\infty dm^2 \frac{m\omega_s(m^2) - i\hat{p}\omega_v(m^2)}{m^2 + p^2 - i\epsilon} \quad (2.1)$$

其中 $\omega_s(m^2)$ 和 $\omega_v(m^2)$ 满足

$$\int_0^\infty \omega_v(m^2) dm^2 = 1, \quad (2.2)$$

$$\omega_v(m^2) \geq 0, \quad |\omega_s(m^2)| \leq \omega_v(m^2). \quad (2.3)$$

其函数形式为

$$\begin{aligned} \omega_s(m^2) &= Z_2 \delta(m^2 - M^2) + \omega'_s(m^2), \\ \omega_v(m^2) &= Z_2 \delta(m^2 - M^2) + \omega'_v(m^2). \end{aligned} \quad (2.4)$$

其中 $\omega'_s(m^2)$ 和 $\omega'_v(m^2)$ 只在 $m^2 \geq M'^2$ 时不为零,而 M'^2 大于 M^2 。M 的物理意义是自由夸克的物理质量, M' 是连续谱(割线)的起点。因此 $\omega_s(m^2)$ 和 $\omega_v(m^2)$ 的不为零的点实际上是 $m^2 = M^2$ 点及 $M'^2 \leq m^2 < \infty$ 的一条割线。

1) 这里的物理态是指按谱表示理论定义的具有确定量子数,质量和电荷的自由物理夸克。

令 $m^2 = \frac{1}{y}$ 对 (2.1) 作变数变换得

$$S'_F(p) = \int_0^{\epsilon'} dy \frac{\omega_V}{y^2} \frac{\sqrt{y} \frac{\omega_S}{\omega_V} - i\hat{p}y}{1 + p^2y - i\epsilon}. \quad (2.5)$$

其中 ϵ' 为 $> \frac{1}{M^2}$ 的数, 上限取作 ϵ' 是考虑到谱函数不为零的区域实际上是从 $m^2 = M^2$ 开始.

同样处理 (2.2) 式得

$$\int_0^{\epsilon'} dy \frac{\omega_V}{y^2} = 1. \quad (2.6)$$

现在考虑 $M^2 \rightarrow \infty$ 的情形, 即谱函数对 m^2 的奇点和割线全都推到无穷远处, 也就是对 y 来说全都压缩到零. 这时 ϵ' 可取为任意小正数, 由 (2.6) 式得到

$$\frac{\omega_V}{y^2} = \delta(y - 0^+). \quad (2.7)$$

将 (2.7) 式代入 (2.5) 式得到

$$S'_F(p) = \int_0^{\epsilon'} dy \delta(y - 0^+) \frac{\sqrt{y} \frac{\omega_S}{\omega_V} - i\hat{p}y}{1 + p^2y - i\epsilon} = 0. \quad (2.8)$$

(2.8) 式的得到是考虑了 $|\omega_S| \leq \omega_V$ 的结果.

这个结果表明, 如果夸克是绝对禁闭的, 把这个绝对禁闭作为相对禁闭的极限过程, 利用相对禁闭的谱函数的讨论, 就可以得到其因果格林函数为零. 也就是说, 绝对禁闭的夸克, 既不能被打出来, 也不能参与内部相互作用过程.

值得注意的是:

1. 上面的讨论没有引入任何特殊的假定和模型, 只是从定域场论格林函数谱表示理论的基本假定出发得到的, 所以结果是普遍的;

2. 上面的推导是对因果格林函数所作的, 实际上对 $S'_R(p)$ 和 $S'_A(p)$ 也可以完全相同地讨论, 也得到完全相同的结果.

从上面讨论得到的结论是: 在定域场论的基础上, 如果接受谱表示理论的基本假定作为出发点, 即使把绝对禁闭作为相对禁闭当夸克物理质量趋于无穷的极限来处理, 也不能允许有既参与内部相互作用过程而又绝对禁闭的夸克存在. 换句话说, 如果理论中要允许夸克绝对禁闭的概念, 必须冲破谱表示理论的基本假定的要求.

三、相对禁闭下因果格林函数的一些讨论

现在我们回到仍然承认谱表示理论的基本假定的前提下来讨论相对禁闭下 $S'_F(p)$ 的性质. 实际上也就是假定夸克物理质量 M 很重的情形下, 讨论 $S'_F(p)$ 在 $|p^2| \ll M^2$ 时的性质.

由(2.1)和(2.4)可以看出 $S'_F(p)$ 对 p^2 在复平面上除 $-p^2 = M^2$ 点和 $-p^2 \geq M'^2$ 到 ∞ 的割线外解析。可以引入函数 $Z'(p^2)$ 和 $\mu(p^2)$ ¹⁾ 把 $S'_F(p)$ 写作

$$S'_F(p) = Z'(p^2) \frac{\mu(p^2) - i\beta}{\mu^2(p^2) + p^2 - i\epsilon} \quad (3.1)$$

$$= A(p^2)[\mu(p^2) - i\beta], \quad (3.2)$$

其中

$$A(p^2) = Z'(p^2) \frac{1}{\mu^2(p^2) + p^2 - i\epsilon}, \quad (3.3)$$

利用(3.1)和(2.1)可以定出

$$\mu(p^2) = \frac{\int_0^\infty dm^2 \frac{m\omega_s}{m^2 + p^2 - i\epsilon}}{\int_0^\infty dm^2 \frac{\omega_v}{m^2 + p^2 - i\epsilon}}, \quad (3.4)$$

$$Z'(p^2) = [\mu^2(p^2) + p^2] \int_0^\infty dm^2 \frac{\omega_v}{m^2 + p^2 - i\epsilon}, \quad (3.5)$$

$$A(p^2) = \int_0^\infty dm^2 \frac{\omega_v}{m^2 + p^2 - i\epsilon}. \quad (3.6)$$

利用(3.1)–(3.6), 我们作如下的讨论:

1. 在 p^2 复平面上, 除 $-p^2 = M^2$ 点和 $M'^2 \leq -p^2 < \infty$ 的割线外, $\mu(p^2)$, $A(p^2)$, $Z'(p^2)$ 都是解析的。在极点和割线上, 它们分别有不同的性质。如在 $-p^2 \rightarrow M^2$ 极点时的行为

$$\mu(-M^2) = M, \quad A(p^2) \approx Z_2 \frac{1}{M^2 + p^2 - i\epsilon} + \text{解析项}, \quad (3.7)$$

$$Z'(-M^2) = Z_2 + 2 \int_{M'^2}^\infty dm^2 \frac{M}{m^2 - 1} \frac{\omega'_s - \omega'_v}{M}.$$

2. 考察 $|p^2| \ll M^2$ 时的性质

$$\mu(p^2) \approx \mu(0) = M \frac{1 + \frac{M}{Z_2} \int_{M'^2}^\infty dm^2 \frac{\omega'_s}{m}}{1 + \frac{M^2}{Z_2} \int_{M'^2}^\infty dm^2 \frac{\omega'_v}{m^2}} = \mu, \quad (3.8)$$

它基本上是常数(随 p^2 变化很小)。同样

$$A(p^2) \approx A(0) = \frac{Z_2}{M^2} + \int_{M'^2}^\infty dm^2 \frac{\omega'_v}{m^2} = A. \quad (3.9)$$

这时格林函数近似为

$$S'_F(p) \approx A(\mu - i\beta). \quad (3.10)$$

利用(2.2), 可以给出 A 的估值

1) 超越方程 $\mu^2(p^2) + p^2 = 0$ 的根 $p^2 = -\mu^2$, 就是场 $\psi(x)$ 的物理质量。在通常定域场论中这个方程只有一个根。

$$\frac{Z_2}{M^2} < A < \frac{1}{M^2} - \left(\frac{1}{M^2} - \frac{1}{M'^2} \right) (1 - Z_2) < \frac{1}{M^2}. \quad (3.11)$$

3. 考虑 $|p^2| \ll M^2$ 时夸克的有效质量。粒子的物理质量可以通过格林函数对变量 p^2 的极点位置来定义。现在要考虑的是 p^2 远离物理质壳时的有效质量, 它不能由极点位置来定义, 它与自由粒子的物理质量是不同的概念。需要考察的是当粒子远离质壳时, 哪一个量作为有效质量是合理的, 即反映质量的某些效应。对于费米子来说, 可以定义有效质量为 $S_F(p)$ 中不含 $-i\beta$ 项与含 $-i\beta$ 项之比为有效质量, 亦即 $\mu(p^2)$ 为有效质量。这样的定义既反映了内部传播时相当于质量的某些效应, 同时在质壳附近或在作弱耦合极限时又能回到费米子的物理质量, 因而是比较合理的。实际上在通常定域场论中, 超越方程 $\mu^2(p^2) + p^2 = 0$ 只有一个根, 给出物理质量 $p^2 = -M^2$ (若有两个根, 则可解释 $c-\mu$ 问题), 所以在 p^2 小时 $\mu(p^2)$ 的变化比 M^2 是小的, 在这个意义上确定有效质量的概念。

上面的结果证明了当 $|p^2| \ll M^2$ 时, 夸克的有效质量 μ 基本上是一个常数(不随 p^2 的变化而有明显变化)。这说明如果自由夸克物理质量很重, 在远低于质壳的情形下夸克表现出一个与物理质量不同的确定的有效质量是合理的。

我们考察夸克有效质量是否可能远低于物理质量。由 (3.8) 式, 分母积分为恒正的, 但分子被积函数中 ω'_s 是可正可负的, 因此积分可能很小, 甚至得负值而与 1 部分地相消, 因此 $\mu \ll M$ 的可能性是允许的。

利用 (2.2) 估算 (3.8) 式的分母

$$1 + \frac{1}{Z_2} \int_{M'^2}^{\infty} dm^2 \frac{M^2}{m^2} \omega'_V < 1 + \frac{1}{Z_2} \frac{M^2}{M'^2} \int_{M'^2}^{\infty} dm^2 \omega'_V = \frac{M^2 + (M'^2 - M^2)Z_2}{Z_2 M'^2}$$

代入 (3.8) 式得 $|\mu|$ 的下限估值为

$$\left| \frac{\mu}{M} \right| > \frac{M'^2}{M^2 + (M'^2 - M^2)Z_2} \left| Z_2 + \int_{M'^2}^{\infty} dm^2 \frac{M}{m} \omega'_s \right|. \quad (3.12)$$

我们看 $|\mu| \ll M$, 即夸克有效质量远低于物理质量有什么要求。注意到 (3.12) 右边第一项 ≥ 1 , 因此要求

$$Z_2 + \int_{M'^2}^{\infty} dm^2 \frac{M}{m} \omega'_s \approx 0, \quad (3.13)$$

亦即

$$Z_2 \approx \left| \int_{M'^2}^{\infty} dm^2 \frac{M}{m} \omega'_s \right| \leq \int_{M'^2}^{\infty} dm^2 \frac{M}{m} |\omega'_s|.$$

再利用 (2.3) 得

$$Z_2 < \frac{M}{M'} \int_{M'^2}^{\infty} dm^2 \omega'_V = \frac{M}{M'} (1 - Z_2),$$

即必要条件为

$$Z_2 < \frac{M}{M + M'} \leq \frac{1}{2}. \quad (3.14)$$

这表明重整化效应不能太小。

四、因果格林函数的类空渐近性质

我们简单地讨论 p 类空时 $S'_F(p)$ 的性质, 主要讨论 $p^2 \gg M^2$ 时的渐近性质.

按 (3.2) 所给出的 $S'_F(p)$ 的普遍形式为

$$S'_F(p) = A(p^2)[\mu(p^2) - i\beta],$$

引入 $B(p^2)$ 定义为

$$B(p^2) = (M^2 + p^2)A(p^2). \quad (4.1)$$

由 (2.4) 和 (3.6) 式得

$$B(p^2) = Z_2 + \int_{M'^2}^{\infty} dm^2 \frac{M^2 + p^2}{m^2 + p^2 - i\epsilon} \omega'_v. \quad (4.2)$$

由此得到 $p^2 > -M^2$ 时

$$Z_2 < B(p^2) < 1, \quad (4.3)$$

$$\frac{dB(p^2)}{dp^2} = \int_{M'^2}^{\infty} dm^2 \frac{m^2 - M^2}{(m^2 + p^2 - i\epsilon)^2} \omega'_v > 0. \quad (4.4)$$

即 $B(p^2)$ 为有界递增函数, 当 $p^2 \rightarrow +\infty$ 时有极限值 $B \leq 1$ 存在. 所以得到当 $p^2 \rightarrow +\infty$ 时, $A(p^2)$ 的渐近行为是

$$A(p^2) = \frac{B(p^2)}{M^2 + p^2} \sim \frac{B}{M^2 + p^2}. \quad (4.5)$$

再考察 $\mu(p^2)$, 由定义 (3.4)、(3.6) 和 (4.1) 式,

$$\mu(p^2) = \frac{1}{B(p^2)} \left[M Z_2 + \int_{M'^2}^{\infty} dm^2 \frac{M^2 + p^2}{m^2 + p^2 - i\epsilon} m \omega'_s \right]. \quad (4.6)$$

当 $p^2 > 0$ 时有

$$\begin{aligned} |\mu(p^2)| &\leq \frac{1}{B(p^2)} \left[M Z_2 + \int_{M'^2}^{\infty} dm^2 \frac{M^2 + p^2}{m^2 + p^2} m \omega'_v \right] \\ &< \frac{1}{B(p^2)} \left[M Z_2 + \frac{1}{2} \int_{M'^2}^{\infty} dm^2 \frac{M^2 + p^2}{m \sqrt{p^2}} m \omega'_v \right] \\ &= \frac{1}{B(p^2)} \left[M Z_2 + \frac{1}{2} \frac{M^2 + p^2}{\sqrt{p^2}} (1 - Z_2) \right]. \end{aligned} \quad (4.7)$$

亦即当 $p^2 \rightarrow +\infty$ 时 $|\mu(p^2)|$ 随 p^2 增加的行为受到上式的限制, 再利用 (4.3) 式得

$$|\mu(p^2)| < M + \frac{1 - Z_2}{2Z_2} \frac{M^2 + p^2}{\sqrt{p^2}}. \quad (4.8)$$

(4.8) 式表明当 $p^2 \rightarrow +\infty$ 时 $|\mu(p^2)|$ 发散程度最快到 $\sqrt{p^2}$ 级, 亦即最快与 β 同级. 由于已证明 $A(p^2)$ 的行为是 $1/p^2$, 因此 $S'_F(p)$ 中不论是含 $\mu(p^2)$ 项还是含 β 项, 当 $p^2 \rightarrow +\infty$ 时其渐近行为不会高于 $1/\sqrt{p^2}$. 也就是说当 $p^2 \rightarrow +\infty$ 时, $\sqrt{p^2} S'_F(p)$ 不发散.

顺便指出, 由 (4.2) 式不难证明, 当 $p^2 \rightarrow +\infty$ 时, $B(p^2)$ 的极限值 $B = 1$. 因此当 $p^2 \rightarrow +\infty$ 时, $S'_F(p)$ 的渐近表达式为

$$S'_F(p) \sim \frac{1}{p^2} (\eta\sqrt{p^2} - i\beta), \quad (4.9)$$

其中 η 为有限数满足

$$|\eta| < \frac{1 - Z_2}{2Z_2}. \quad (4.10)$$

五、小 结

综上所述,我们从费米子因果格林函数的谱表示出发进行讨论,得到以下几点:

1. 可以把因果格林函数 $S'_F(p)$ 表述为

$$S'_F(p) = Z'(p^2) \frac{\mu(p^2) - i\beta}{\mu^2(p^2) + p^2 - i\epsilon}.$$

其中 $Z'(p^2)$ 和 $\mu(p^2)$ 在 p^2 复平面上除 $-p^2 = M^2$ 点和 $M^2 \leq -p^2 < \infty$ 的实轴线上外处处解析,它们分别可以称为有效重整化函数和有效质量函数。可以定义 p^2 在或不在质壳上时的有效质量为 $\mu(p^2)$,这个定义保证了在质壳上时自动得到自由粒子的物理质量,而不在质壳上时又有明确的含意。

2. 讨论了 $|p^2| \ll M^2$ 时 $S'_F(p)$ 的性质,亦即在以 M 为尺度来看 p^2 接近类光时的性质。

$$S'_F(p) \approx A(\mu - i\beta),$$

其中常数 A 和 μ 满足不等式

$$\frac{Z_2}{M^2} < A < \frac{1}{M^2}, \quad \frac{M}{2} \left(\frac{4Z_2 - 1}{AM^2} - 1 \right) < \mu < \frac{M}{2} \left(\frac{1}{AM^2} + 1 \right),$$

因此有效质量可能大于 M 也可能小于 M 。如果要得到 $|\mu| \ll M$,一个必要条件是 $Z_2 < \frac{1}{2}$ 。亦即当重整化较强时,有可能在 $|p^2| \ll M^2$ 的虚过程中费米子表现出很轻的有效质量。

3. 讨论了 $p^2 \rightarrow +\infty$ 即在类空方向趋于无穷时的渐近行为。得到

$$S'_F(p) \sim \frac{1}{p^2} (\eta\sqrt{p^2} - i\beta),$$

其中 $|\eta| < \frac{1 - Z_2}{2Z_2}$ 。即 $S'_F(p) \sim O\left(\frac{1}{\sqrt{p^2}}\right)$,其在 $p^2 \rightarrow \infty$ 时的行为与未重整化的 $S_F(p)$ 同级。

4. 如果认为夸克禁闭是相对禁闭,即自由夸克是可以打出来的,但其物理质量远大于现有实验能量,同时又承认谱表示理论的基本假定,那么从上面的讨论可以得出:在现有实验中(相当于 $|p^2| \ll M^2$ 情形),由于夸克参与的强作用的重整化,夸克表现为具有确定的(对不同 p^2 而言)轻的有效质量在理论上是允许的。

5. 如果认为夸克禁闭是绝对禁闭,则必须放弃谱表示理论的基本假定。如果想保留谱表示理论的基本假定而把绝对禁闭作为相对禁闭当 $M \rightarrow \infty$ 时的极限,也仍然不能把绝对禁闭概念与谱表示理论的要求协调起来。

附录1 有效质量允许值的估计

考察 $|p^2| \ll M^2$ 时, 有效质量 μ 可能取值范围的估计. 由定义

$$AM\mu = Z_2 + \int_{M^2}^{\infty} dm^2 \frac{M}{m} \omega'_S, \quad (1)$$

得到

$$\begin{aligned} |AM\mu - Z_2| &\leq \int_{M^2}^{\infty} dm^2 \frac{M}{m} \left| \frac{\omega'_S}{\omega'_V} \right| \omega'_V \\ &\leq \frac{1}{2} \int_{M^2}^{\infty} dm^2 \left[\left(\frac{M}{m} \right)^2 + \left(\frac{\omega'_S}{\omega'_V} \right)^2 \right] \omega'_V < \frac{1}{2} (AM^2 + 1 - 2Z_2). \end{aligned}$$

化简得

$$\frac{M}{2} \left(\frac{4Z_2 - 1}{AM^2} - 1 \right) < \mu < \frac{M}{2} \left(\frac{1}{AM^2} + 1 \right). \quad (2)$$

从(2)出发可以作以下讨论: (i) 由于 $AM^2 < 1$ 故上限总是大于 M ; (ii) 在重整化很小的极限情形, $Z_2 \rightarrow 1$, 从而 $AM^2 \rightarrow 1$, 这时上下限都 $\rightarrow 1$, 即 $\mu = M$; (iii) 随重整化的加大, Z_2 减小, AM^2 的允许范围也放宽, (2) 给出 μ 的允许范围也放宽; (iv) 如要 $\mu \approx 0$ 必要条件是(2)中下限 < 0 , 即 $4Z_2 < 1 + AM^2$, 或

$$Z_2 < \frac{1}{4} (1 + AM^2) < \frac{1}{2}, \quad (3)$$

这和(3.14)得到的是一致的.

附录2 $\lim_{p^2 \rightarrow +\infty} B(p^2) = 1$ 的严格证明

$$1 - B(p^2) = \int_{M^2}^{\infty} dm^2 \frac{m^2 - M^2}{m^2 + p^2} \omega'_V > 0. \quad (4)$$

我们要证明的是任给一个 $\epsilon > 0$, 总可找到一个 N , 使当 $p^2 > N^2$ 时, $1 - B(p^2) < \epsilon$.

由于 ω'_V 的恒正性和积分收敛, 对任意给定的 $\epsilon > 0$, 总可找到一个 C^2 , 令

$$\int_{C^2}^{\infty} dm^2 \omega'_V = \frac{\epsilon}{2},$$

(4) 式可改写为

$$1 - B(p^2) = \int_{M^2}^{C^2} dm^2 \frac{m^2 - M^2}{m^2 + p^2} \omega'_V + \int_{C^2}^{\infty} dm^2 \frac{m^2 - M^2}{m^2 + p^2} \omega'_V.$$

其中后一项估值为

$$\int_{C^2}^{\infty} dm^2 \frac{m^2 - M^2}{m^2 + p^2} \omega'_V < \int_{C^2}^{\infty} dm^2 \omega'_V = \frac{\epsilon}{2},$$

前一项估值为

$$\int_0^{C^2} dm^2 \frac{m^2 - M^2}{m^2 + p^2} \omega'_V < \frac{C^2 - M^2}{p^2} \int_0^{C^2} dm^2 \omega'_V = \frac{C^2 - M^2}{p^2} \left(1 - Z_2 - \frac{\epsilon}{2} \right).$$

由此得到

$$1 - B(p^2) < \frac{C^2 - M^2}{p^2} \left(1 - Z_2 - \frac{\epsilon}{2} \right) + \frac{\epsilon}{2}.$$

取 $N^2 = \frac{2}{\epsilon} (C^2 - M^2) \left(1 - Z_2 - \frac{\epsilon}{2} \right)$, 则当 $p^2 > N^2$ 时, 总有

$$1 - B(p^2) < \epsilon,$$

亦即证明了 $\lim_{p^2 \rightarrow +\infty} B(p^2) = B = 1$.

THE SPECTRAL REPRESENTATION OF PROPAGATOR FOR FERMION FIELD AND QUARK CONFINEMENT

GAO CHONG-SHOU

(Peking University)

RUAN TU-NAN

(University of Science and Technology of China)

(YUAN TU-NAN)

ABSTRACT

The properties of fermion causal Green's function is discussed according to the theory of spectral representation. The definition of effective mass is established from the view point of field theory, and the approximate expression of $S_F'(p)$ as $|p^2| \ll M^2$ and the asymptotic formula of $S_F'(p)$ as $p^2 \rightarrow +\infty$ is given. In terms of these result the problem of quark confinement is discussed. We find that: (i) Based on the theory of spectral representation the concept of relative confinement is allowed, and if renormalization effect is strong, the quarks can demonstrate definitely lighter effective mass when they are far away from the mass shell; (ii) Based on the theory of spectral representation the concept of absolute confinement is unallowable, even the absolute confinement is taken as the limit of relative confinement. That is if the concept of absolute confinement is introduced, we must discard a part of elementary hypothesis of spectral representation theory.