

# 重子场流关系式和过程 $p+n \rightarrow n+K+\Lambda$

何祚庥 黄涛

(中国科学院高能物理研究所)

我们在前一篇文章中<sup>[1]</sup>讨论了重子场流关系式,并以质子为例,计算了  $pp\pi$  顶角,获得了与实验相符合的结果. 本文应用重子场流关系式到  $p+p \rightarrow pK\Lambda$  过程和  $p+n \rightarrow nK\Lambda$  过程. 目前实验上已观测到  $p+p \rightarrow pK\Lambda$  过程,例如在实验室系入射质子的动能为 2.85 GeV<sup>[2]</sup> 时

$$\sigma(pp \rightarrow pK\Lambda) = 0.0510 \text{ mb.} \quad (1)$$

本文企图利用重子场流关系式,由  $pp \rightarrow pK\Lambda$  过程的实验结果获得  $pn \rightarrow nK\Lambda$  过程的一些定性和定量的特点.

利用资料[1]中所讨论的方法,  $\Lambda$  粒子的场流关系的弱形式是

$$\Psi_a^{\Lambda}(x) = -3B^{\Lambda}(0)(C\gamma_5)_{\tau\beta}\epsilon_{abc}(\lambda_3^3)_a^i T(\phi_a^{\pi}(x)\phi_b^{\pi}(x)\phi_c^{\pi}(x)), \quad (2)$$

其中

$$\lambda_3^3 = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix},$$

$B^{\Lambda}(0)$  是  $\Lambda$  粒子的零点波函数值的倒数<sup>[1]</sup>,

$$B^{\Lambda}(0) = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{\frac{2}{\sqrt{3}}g^{\Lambda}(0) + \sqrt{3}h^{\Lambda}(0)}. \quad (3)$$

对于  $K$  介子,利用“弱形式”的 PCAC 有<sup>[3]</sup>

$$\phi^K(x) = C^K \partial_{\rho} A_{\rho}^K(x), \quad (4)$$

其中

$$C^K = \frac{1}{2\sqrt{2}f_2^K(0)m_K}, \quad (5)$$

$$A_{\rho}^i(x) = \bar{\psi}(x)\gamma_{\rho}\gamma_5\lambda_i\psi(x), \quad (6)$$

$f_2^K(0)$  是  $K$  介子的零点波函数,可以由  $K \rightarrow \mu\nu$  过程定出其数值.

利用上述弱形式的场流关系式 PCAC (4) 可以得到

$$\begin{aligned} &\langle pK\Lambda | pp \rangle \\ &= C^K \int d^4x d^4y \bar{u}_q(x) f_K^*(y) \left( m_{\Lambda} + \gamma_{\mu} \frac{\partial}{\partial x_{\mu}} \right) (m_K^2 - \square_y) \\ &\quad \cdot \langle p | T(\Psi^{\Lambda}(x) \partial_{\rho} A_{\rho}^K(y)) | pp \rangle \\ &= C^K \int d^4x d^4y \sqrt{\frac{m_{\Lambda}}{q_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2k_0}} e^{-iax-iky} \bar{u}(p) \left( m_{\Lambda} + \gamma_{\mu} \frac{\partial}{\partial x_{\mu}} \right) (m_K^2 - \square_y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \cdot \langle p | \partial_\rho T(\Psi^A(x) A_\rho^K(y)) | pp \rangle \\ & - i\delta(x_0 - y_0) \langle p | [\Psi^A(x), A_4^K(y)] | pp \rangle, \end{aligned} \quad (7)$$

如果作软  $K$  近似, 忽略 (7) 式第一项, 则有

$$\begin{aligned} & \langle pK\Lambda | pp \rangle \\ & \simeq -iC^K \int d^4x d^4y \sqrt{\frac{m_\Lambda}{q_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2k_0}} e^{-iqx -iky} \bar{u}(\mathbf{q}) \left( m_\Lambda + \gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} \right) (m_K^2 - \square_y) \\ & \cdot \delta(x_0 - y_0) \langle p | [\Psi^A(x), A_4^K(y)] | pp \rangle. \end{aligned} \quad (8)$$

类似的方法应用到  $pn \rightarrow nK\Lambda$  过程, 则有

$$\begin{aligned} & \langle nK\Lambda | np \rangle \\ & \simeq -iC^K \int d^4x d^4y \sqrt{\frac{m_\Lambda}{q_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2k_0}} e^{-iqx -iky} \bar{u}(\mathbf{q}) \left( m_\Lambda + \gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} \right) (m_K^2 - \square_y) \\ & \cdot \delta(x_0 - y_0) \langle n | [\Psi^A(x), A_4^K(y)] | np \rangle. \end{aligned} \quad (9)$$

这样, 问题就归结为计算对易关系  $[\Psi^A(x), A_4^K(y)]$ . 将式 (8) 和式 (9) 中的  $\Lambda$  场量和  $A_4^K(y)$  用 (2) 式和 (6) 式中的层子流算符代入, 从而转化为计算层子流算符间的等时对易关系.

为此, 假定层子场量  $\psi(x)$  遵从正则对易关系, 即

$$\{\psi_\alpha^a(x), \psi_\rho^{b*}(y)\}_{x_0=y_0} = \delta_{ab} \delta_{\alpha\rho} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}), \quad (10)$$

其中  $a, b$  是层子的  $SU(3)$  指标,  $\alpha, \rho$  是旋量指标. 利用式 (10), 可以得到

$$\begin{aligned} & [\psi_\rho^{i*}(y) \psi_\alpha^j(x), \psi_\beta^a(x) \psi_\gamma^b(x) \psi_\delta^c(x)]_{x_0=y_0} \\ & = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) [\psi_\alpha^a(x) \psi_\gamma^b(x) \psi_\delta^c(x) \delta_{bi} \delta_{\beta\rho} - \psi_\alpha^a(x) \psi_\beta^b(x) \psi_\delta^c(x) \delta_{ci} \delta_{\gamma\rho} \\ & \quad - \psi_\beta^b(x) \psi_\gamma^c(x) \psi_\delta^c(x) \delta_{ai} \delta_{\alpha\rho}]. \end{aligned} \quad (11)$$

将式 (11) 代入到式 (8) 和式 (9), 再注意到  $C\gamma_5 = i\gamma_2\gamma_4\gamma_5$  是反对称矩阵并变换求和指标就可以发现式 (11) 的前两项在式 (8) 和式 (9) 的矩阵元中恰好相消, 因此式 (8) 将变为

$$\begin{aligned} & \langle pK\Lambda | pp \rangle \\ & \simeq 3iB^A C^K \int d^4x \sqrt{\frac{m_\Lambda}{q_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2k_0}} e^{-i(q+k)x} \bar{u}(\mathbf{q}) (m_\Lambda + i\hat{q})_{\rho\alpha} (m_K^2 + k^2) \\ & \cdot (\gamma_5)_{\alpha\sigma} \frac{2}{3} \varepsilon_{abc} (C\gamma_5)_{\gamma\beta} (\lambda_3^i)_\delta^j \langle p | \psi_\beta^b(x) \psi_\gamma^c(x) \psi_\sigma^i(x) | pp \rangle, \end{aligned} \quad (12)$$

在式 (12) 中三个层子场量与前面的旋量和  $SU(3)$  矩阵合在一起构成重子的流算符, 又可以应用量子场流关系式而找到相应的重子场算符. 但是, 值得注意的是这三个层子场量是  $\Lambda$  重子和  $K$  介子的对易关系获得的, 当然就不会固定在某一重子的质壳上, 这时弱形式的场流关系式已不再适用, 实质上应该应用场流关系的强形式<sup>[4]</sup>. 考察式 (12) 的重子流算符, 其量子数正相应于质子, 然而场流关系的强形式表明所有与质子  $P$  相同量子数的重子都有贡献, 例如  $p$ 、 $N(1470)$ 、 $N(1780)$  等.

这一结果相当于对过程  $pp \rightarrow pK\Lambda$  取一类图, (即对中间态取极点近似)

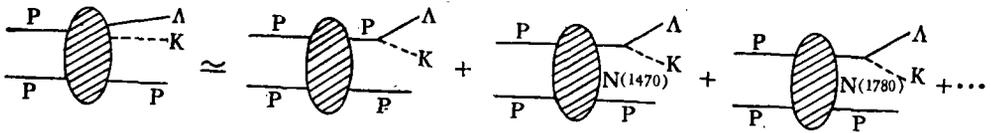


图 1

对于  $l \neq 0$  态的贡献, 由于零点波函数是零或很小已略去. 因此式 (12) 变为

$$\langle pK\Lambda | pp \rangle$$

$$\begin{aligned} &\simeq 6iB^{\Lambda}C^K \int d^4x \sqrt{\frac{m_{\Lambda}}{q_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2k_0}} e^{-i(q+k)x} \bar{u}_{\rho}(\mathbf{q})(m_{\Lambda} + i\hat{q})_{\rho\alpha}(m_K^2 + k^2) \\ &\cdot (\gamma_5)_{\alpha\sigma} \langle p | \left[ \frac{1}{B^p} \Psi_{\sigma}^p(x) + \frac{1}{B^{N(1470)}} \Psi_{\sigma}^{N(1470)}(x) + \dots \right] | pp \rangle. \end{aligned} \quad (13)$$

如果在式 (13) 中分别插入单位矩阵

$$I_{\sigma\sigma'} = \frac{(m_p - i\hat{p})_{\sigma\beta}}{m_p^2 + p^2} (m_p + i\hat{p})_{\beta\sigma'} \quad (14a)$$

$$= \frac{(m_{N(1470)} - i\hat{p})_{\sigma\beta}}{m_{N(1470)}^2 + p^2} (m_{N(1470)} + i\hat{p})_{\beta\sigma'} \quad (14b)$$

$$= \dots,$$

就明显地见到式 (13) 的确表示计算了上述图的贡献. 其四动量  $p = q + k$ , 不在质子及其激发态的质壳上.

如果利用资料 [5] 中的讨论, 可认为产生径向激发态的协变振幅和核子弹弹性散射的协变振幅成正比, 那么在式 (13) 中的其余项都正比于第一项, 因此在式 (13) 中只需计算第一项, 然后乘上一个比例系数  $d$ , 即

$$\langle pK\Lambda | pp \rangle$$

$$\begin{aligned} &\simeq 6iC^K \frac{B^{\Lambda}}{B^p} d \int d^4x \sqrt{\frac{m_{\Lambda}}{q_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2k_0}} e^{-i(q+k)x} \bar{u}_{\rho}(\mathbf{q})(m_{\Lambda} + i\hat{q})_{\rho\alpha}(m_K^2 + k^2) \\ &\cdot (\gamma_5)_{\alpha\sigma} \cdot \frac{(m_p - i\hat{p})_{\sigma\sigma'}}{m_p^2 + p^2} \langle p | J_{\sigma'}^p(x) | pp \rangle, \end{aligned} \quad (15)$$

其中

$$J_{\sigma'}^p(x) = \left( m_p + \gamma_{\mu} \frac{\partial}{\partial x_{\mu}} \right)_{\sigma\sigma'} \Psi_{\sigma'}^p(x), \quad (16)$$

如果取近似, 假定中间态中质子 P 的贡献是主要的 (即忽略  $N(1470)$ 、 $N(1780)$  等激发态的贡献), 那么  $d \simeq 1$ . 类似地对于过程  $pn \rightarrow nK\Lambda$  有

$$\langle nK\Lambda | pn \rangle$$

$$\begin{aligned} &\simeq 6iC^K \frac{B^{\Lambda}}{B^p} d \int d^4x \sqrt{\frac{m_{\Lambda}}{q_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2k_0}} e^{-i(q+k)x} \bar{u}_{\rho}(\mathbf{q})(m_{\Lambda} + i\hat{q})_{\rho\alpha}(m_K^2 + k^2) \\ &\cdot (\gamma_5)_{\alpha\sigma} \cdot \frac{(m_p - i\hat{p})_{\sigma\sigma'}}{m_p^2 + p^2} \langle n | J_{\sigma'}^p(x) | pn \rangle. \end{aligned} \quad (17)$$

由式(15)和式(17)定义协变的  $T$  振幅

$$T_{pp \rightarrow pK\Lambda} \simeq 6C^K d \frac{B^A}{B^p} \sqrt{\frac{E_1 E_2 E'_1}{m_p^3}} \bar{u}_a(\mathbf{q})(m_\Lambda + i\hat{q})_{a\beta}(m_K^2 + k^2) \cdot (\gamma_5)_{\beta\tau} \int d^4p \frac{(m_p - i\hat{p})_{\tau\delta}}{m_p^2 + p^2} \langle p'_1 | J'_s(0) | p_1 p_2 \rangle \delta(p - q - k). \quad (18)$$

另一方面注意到质子-质子弹性散射振幅

$$T_{pp \rightarrow pp} = \sqrt{\frac{E_1 E_2 E'_1}{m_p^3}} \bar{u}(\mathbf{p}) \langle p'_1 | J'_s(0) | p_1 p_2 \rangle. \quad (19)$$

将  $pp \rightarrow pp$  振幅中终态的  $p$  解析延拓, 然后作低能近似  $q \rightarrow 0, k \rightarrow 0$  因而  $p \rightarrow 0$  就得到

$$(\sum |T_{pp \rightarrow pK\Lambda}|^2) \simeq \left(6C^K d \frac{B^A}{B^p}\right)^2 \frac{m_K^4 m_\Lambda^2}{m_p^2} (\sum |T_{pp \rightarrow pp}|^2), \quad (20)$$

其中  $\sum$  意味着对终态自旋求和, 对初态自旋求平均. 因此

$$\sigma(pp \rightarrow pK\Lambda) \propto \sigma(pp \rightarrow pp), \quad (21)$$

类似地有

$$\sigma(pn \rightarrow nK\Lambda) \propto \sigma(pn \rightarrow pn), \quad (22)$$

以及

$$\sigma(pn \rightarrow nK\Lambda) = \frac{\sigma(pn \rightarrow pn)}{\sigma(pp \rightarrow pp)} \sigma(pp \rightarrow pK\Lambda). \quad (23)$$

目前实验上对  $\sigma(pp \rightarrow pp)$  的测量较详细,  $\sigma(pn \rightarrow pn)$   $\sigma(pp \rightarrow pK\Lambda)$  的实验较差<sup>[1]</sup>, 这里取一个相同能量的实验结果估计  $\sigma(pn \rightarrow nK\Lambda)$  截面的大小, 例如在动能为 2.85 GeV 时,

$$\begin{aligned} \sigma(pp \rightarrow pp) &= 15.32 \text{ mb}, \\ \sigma(pn \rightarrow pn) &= 0.73 \text{ mb}, \end{aligned} \quad (24)$$

由式(20)将予言在入射质子动能为 2.85 GeV 时, 过程  $pn \rightarrow nK\Lambda$  的截面为

$$\sigma(pn \rightarrow nK\Lambda) = 0.0024 \text{ mb}. \quad (25)$$

由式(1)和(25)相比较可见  $\sigma(pn \rightarrow nK\Lambda)$  要比  $\sigma(pp \rightarrow pK\Lambda)$  小廿倍, 这是因为  $\sigma(pn \rightarrow pn)$  在此能量时要比  $\sigma(pp \rightarrow pp)$  小廿倍, 实际上在低能时  $\sigma(pn \rightarrow pn)$  与  $\sigma(pp \rightarrow pp)$  同量级, 例如在动能为 0.995 GeV 时

$$\begin{aligned} \sigma(pp \rightarrow pp) &= 28.2 \text{ mb}, \\ \sigma(pn \rightarrow pn) &= 19.5 \text{ mb}, \end{aligned}$$

在这个能量下  $\sigma(pn \rightarrow nK\Lambda)$  将是  $\sigma(pp \rightarrow pK\Lambda)$  的  $\frac{2}{3}$  倍, 同数量级. 目前实验上并未观察到  $pn \rightarrow nK\Lambda$  过程, 但可以期望在原子核内会发生, 并在理论分析上将用到这里的计算结果<sup>[6]</sup>.

本文所采用的方法对于其它过程, 如  $\pi p \rightarrow \pi K\Lambda$ ,  $\pi n \rightarrow \pi K\Lambda$  等同样可以处理, 结果也是类似的.

这一计算表明不仅弱形式的场流关系式在强子过程中有很多应用, 而且强形式的场流关系式也可有很多应用, 只是在应用时要注意到流算符是否固定在某一质壳上还是要取所有可能的质量谱.

作者感谢厉光烈、沈建平同志的讨论和帮助, 这一研究工作是由于厉光烈等同志研究超核理论而向作者提出的.

## 参 考 资 料

- [1] 何祚麻、黄涛, 高能物理和核物理, (1977), 37.
- [2] E. Bracci et al., *Compilation of cross section: III P and  $\bar{p}$  Induced Reaction CERN-HERA 73-1* (1973).
- [3] 何祚麻、黄涛, 物理学报, **25** (1976), 215.
- [4] 何祚麻、黄涛, 物理学报, **23** (1974), 408.
- [5] 这是由于径向激发态和基态有相同的“弱形式”的场流关系式, 因而这两个过程的协变振幅仅相差一个常数, 参看何祚麻、黄涛, 场流关系的一个新应用(待发表).
- [6] 厉光烈、沈建平, 产生超对称态的几种可能途径(待发表).

## THE FIELD-CURRENT RELATIONS FOR BARYONS AND THE PROCESS $p+n \rightarrow n+K+\Lambda$

HO TSO-HSIU      HUANG TAO

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)