第2卷 第4期 高能物理与核物理 Vol. 2, No. 4
1978 年 7 月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS July, 1978

"微观因果律"可以任意破坏吗?

阮图南 何祚庥
(中国科学技术大学) (中国科学院高能物理研究所)

摘 要

本文讨论了量子场论模型中的微观因果律的问题,得到在自轭的标量粒子、整数自旋粒子情形并在"入"场的对易子满足平移不变性的要求下可以推导出微观因果律的结果.

在现代量子场论中,如在 L-S-Z 或 Wightman 的公理化场论中,微观因果律一直是做为基本公理引入场论体系的[1]. 对于这些公理的相互关系还应进一步进行分析. 近年来,Pugh 等人用 S 算符的协变性代替微观因果律的假定[2],并在进一步的研究中对这两者的关系做了较深入的探讨[3]. 这几年来,在现代场论研究中出现了一些取消"微观因果律"的企图,认为在微小空间内可能"微观因果律"得到破坏,却在大空间内保持宏观因果律的要求[4]. 对于这样一个重要而又基本的物理原理并涉及到哲学的基本问题,显然应进行深入的探讨. 本文仅只指出,在自轭的标量粒子、矢量粒子或整数自旋的量子场论中,微观因果律是对易关系满足协变性要求的结果,要想在微小空间内破坏"微观因果律";就必须破坏对易关系的协变性质. 这意味着在量子场论体系中,微观因果律并不是可有可无的假定.

在通常的 L-S-Z 量子场论中,关于"入"场或"出"场的对易关系,或者做为基本假定来引进,或者做为插入场满足微观因果律和谱条件的结果[5]. 实际上,关于"入"场或"出"场的对易关系可以从下列假定推导出来:

"在不同的惯性参考系中,'入'场或'出'场的对易关系具有相同的算学形式."

这并不是新的假定. 这只是爱因斯坦狭义相对性原理在这一问题上的具体应用. 无疑的是,对易关系和运动方程式同样都是物理规律的组成部分,因而应该满足狭义相对论的要求. 值得注意的是,这里只对"入"场或"出"场对易关系应用这一假定,并没有延伸到插入场,因为"入"场或"出"场在某种意义上可以看做是孤立系. 这样,如果对易关系满足平移不变,就有

$$[A^{in}(x), A^{in}(x)] = D(x-y), \tag{1}$$

如果进一步根据协变性的要求认为对易关系(1)是正洛伦兹不变的, 那末式(1)将由四种标量函数所组成. 这四种标量函数是,固有标量 $a(x^2)$, 时间赝标量 $\epsilon(x)\theta(-x^2)$, 赝标量 $\eta(x)$, 时空赝标量 $\epsilon(x)\theta(-x^2)\eta(x)$. 在洛伦兹变换

本文 1972 年 12 月 18 日交稿.

$$x'_\mu = a_{\mu\nu}x_\nu \quad (x' = Ax) \tag{2}$$

下，$\varepsilon(x)\theta(-x^2)$, $\eta(x)$ 的变换性质是：

$$\varepsilon(x')\theta(-x'^2) = \frac{a_{44}}{|a_{44}|}\varepsilon(x)\theta(-x^2),$$
$$\eta(x') = \mathrm{Det}A\eta(x). \tag{3}$$

于是对易函数 $D(x-y)$ 可以展开为

$$D(x-y) \equiv D(z)$$
$$= a(z^2) + \varepsilon(z)\theta(-z^2)b(z^2) + \varepsilon(z)\theta(-z^2)\eta(z)c(z^2) + \eta(z)d(z^2) \tag{4}$$

的形式．其中 $a(z^2)$, $b(z^2)$, $c(z^2)$, $d(z^2)$ 是四个不变的标量函数．但由于根据一个矢量 x_μ 所组成的 $\eta(x)$ 只能是以下一些项

$$\varepsilon_{\mu\nu\sigma\rho}x_\mu x_\nu x_\sigma x_\rho, \quad \varepsilon_{\mu\nu\sigma\rho}x_\mu x_\nu x_\sigma \frac{\partial}{\partial x_\rho},$$
$$\varepsilon_{\mu\nu\sigma\rho}x_\mu x_\nu \frac{\partial^2}{\partial x_\sigma \partial x_\rho}, \quad \varepsilon_{\mu\nu\sigma\rho}x_\mu \frac{\partial^3}{\partial x_\nu \partial x_\sigma \partial x_\rho},$$
$$\varepsilon_{\mu\nu\sigma\rho}\frac{\partial^4}{\partial x_\mu \partial x_\nu \partial x_\sigma \partial x_\rho}, \tag{5}$$

但都等于 0．所以有

$$\eta(x) = 0.$$

因此，对易关系实际上只用固有标量和时间赝标量展开

$$D(z) = a(z^2) + \varepsilon(z)\theta(-z^2)b(z^2), \tag{6}$$

而由对易关系定义(1)本身，可得反对称条件：

$$D(-z) = -D(z). \tag{7}$$

因而就有 $a(z^2) = 0$，或

$$D(z) = \varepsilon(z)\theta(-z^2)b(z^2). \tag{8}$$

这意味着 $A^{in}(x)$ 是定域场．进一步利用运动方程

$$(m^2 - \Box)A^{in}(x) = 0 \tag{9}$$

易得到

$$(m^2 - \Box)D(z) = 0, \tag{10}$$

进一步将 $D(z)$ 作傅氏展开，就有

$$D(z) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int d^4k e^{ikz}\delta(m^2 + k^2)d(k). \tag{11}$$

由于 $D(z)$ 是正洛伦兹不变的，所以 $d(k)$ 只可能是固有标量和时间赝标量之和，即

$$d(k) = \alpha(k^2) + \varepsilon(k)\theta(-k^2)\beta(k^2). \tag{12}$$

代入(11)，可得

$$D(z) = \alpha\Delta^{(1)}(z) + i\beta\Delta(z), \tag{13}$$

其中 α, β 是和 z, k^2 无关的算子，而

$$\Delta(z) = \frac{-i}{(2\pi)^3}\int d^4k e^{ikz}\delta(m^2 + k^2)\varepsilon(k),$$
$$\Delta^{(1)}(z) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int d^4k e^{ikz}\delta(m^2 + k^2). \tag{14}$$

由(13)可知

$$\Delta^{(1)}(-x)=\Delta^{(1)}(x),\ \Delta(-x)=-\Delta(x), \tag{15}$$

而由式(7),因而有 $\alpha=0$, 即有

$$D(z)=i\beta\Delta(z). \tag{16}$$

进一步如果我们再应用 Licht-Tall 定理[6],

"如果某一定域、完备的场量 $A(x)$ 的对易关系满足平移不变性(如式(1)),那末对易子将是 c 数."

就能导出

$$[A^{in}(x),\ A^{in}(y)]=D(x-y)=D(z)=i\beta\Delta(z)=c\ \text{数} \tag{17}$$

的结论. 显然,在通常的场论中都假设了 $A^{in}_{(x)}$ 是完备集合. 由式(1.6),立即可以得到 $\beta=$常数. 取 $\beta=1$, 就得到 Pauli-Jordon 函数:

$$[A^{in}(x),A^{in}(y)]=i\Delta(x-y). \tag{18}$$

在我们得到"入"场的对易关系以后,就可以应用渐进条件

$$A(x)=A^{in}(x)+\int\Delta_R(x-y)iS^+\frac{\delta S}{\delta A^{in}(y)}d^4y \tag{19}$$

进一步得到

$$\begin{aligned}
&[A(x),\ A(y)]=i\Delta(x-y)\\
&-\int\Delta_R(y-z_2)\Delta(x-z_1)\frac{\delta}{\delta A^{in}(z_1)}\left[S^+\frac{\delta S}{\delta A^{in}(z_2)}\right]d^4z_1d^4z_2\\
&+\int\Delta_R(x-z_1)\Delta(y-z_2)\frac{\delta}{\delta A^{in}(z_2)}\left[S^+\frac{\delta S}{\delta A^{in}(z_1)}\right]d^4z_1d^4z_2\\
&+\int\Delta_R(x-z_1)\Delta_R(y-z_2)\left[\frac{\delta S^+}{\delta A^{in}(z_1)}\frac{\delta S}{\delta A^{in}(z_2)}-\frac{\delta S^+}{\delta A^{in}(z_2)}\frac{\delta S}{\delta A^{in}(z_1)}\right]d^4z_1d^4z_2\\
&=i\Delta(x-y)\\
&-\int\Delta(x-z_1)\Delta(y-z_2)\theta(y-z_2)\theta(z_1-x)\frac{\delta}{\delta A^{in}(z_1)}\left(S^+\frac{\delta S}{\delta A^{in}(z_2)}\right)d^4z_1d^4z_2\\
&+\int\Delta(x-z_1)\Delta(y-z_2)\theta(x-z_1)\theta(z_2-y)\frac{\delta}{\delta A^{in}(z_2)}\left(S^+\frac{\delta S}{\delta A^{in}(z_1)}\right)d^4z_1d^4z_2.
\end{aligned} \tag{20}$$

至于式(20)中的流算符,如资料[3]所指出,

$$\begin{aligned}
\frac{\delta}{\delta A^{in}(z_1)}\left(S^+\frac{\delta S}{\delta A^{in}(z_2)}\right)=\sum_n\frac{1}{n!}\int d^4x_1\cdots d^4x_n\{K_{z_1}K_{z_2}K_{x_1}\cdots K_{x_n}\\
\langle 0|R(A(z_2)A(z_1)A(x_1)\cdots A(x_n))|0\rangle:A^{in}(x_1)\cdots A^{in}(x_n):
\end{aligned} \tag{21}$$

由 R 乘积的定义,可以看出在 $z_1^0>z_2^0$ 时,就有

$$\frac{\delta}{\delta A^{in}(z_1)}\left(S^+\frac{\delta S}{\delta A^{in}(z_2)}\right)=0, \tag{22}$$

而由式(20),(21)可以看出,当 x^0, y^0 满足 $z_1^0>x^0\sim y^0>z_2^0$, 并且当 $(x-y)^2>0$, 就有

$$[A(x),\ A(y)]=0. \tag{23}$$

但要注意的是,式(23)所表示的条件还不是微观因果性亦即定域场的条件,因为这里只是

对一部分类空空间才有式(23). 在资料[3]中又进一步借助于 S 算符满足协变性的假定而导出对易关系(23)在整个类空空间为零. 实际上这样的假定对于导出因果律是不必要的. 在 Wightman 的公理化场论体系中,已经证明有如下的定理[7],

"如果在某一点类空空间邻近场量 $A(x)$ 是可对易的,那末对于任何类空空间都是可对易的."

既然已证明式(23)在部分类空空间能成立,那末根据这一定理就表明式(23)可以在整个类空空间内都成立.

总结起来,我们便能导得这样的结果. 在标量粒子的量子场论中,如果量子场论体系满足除去微观因果律以外的一切基本原理,如果由"入"场或"出"场对易子满足狭义相对论原理,那末所有"入"场"或"出"场以及"插入场"都满足微观因果律. 反之,一切破坏微观因果律的标量粒子的量子场论体系都将破坏"入"场或"出"场的对易子满足狭义相对性原理的要求.

实际上上述结果不仅对标量粒子才正确,对于一切满足自轭条件的更高自旋的场量都能有类似结果. 例如,对于矢量场 $A_\mu^{in}(x)$,在对易关系满足狭义相对性原理的情况下,同样能有

$$[A_\mu^{in}(x),\ A_\nu^{in}(y)] = D_{\mu\nu}(x-y) = D_{\mu\nu}(z). \tag{24}$$

从协变性考虑,张量 $D_{\mu\nu}(z)$ 将有如下形式,

$$D_{\mu\nu}(z) = \delta_{\mu\nu}c_0(z) + z_\mu z_\nu c_1(z) + \frac{\partial}{\partial z_\mu} z_\nu c_2(z) + \frac{\partial}{\partial z_\nu} z_\mu c_3(z)$$
$$\frac{\partial^2}{\partial z_\mu \partial z_\nu} c_4(z) + \varepsilon_{\mu\nu\lambda\tau}\frac{\partial}{\partial z_\lambda} z_\tau c_5(z). \tag{25}$$

容易证明

$$z_\mu f(z) = \frac{\partial g(z)}{\partial z_\mu}, \tag{26}$$

因而对易函数便约化为

$$D_{\mu\nu}(z) = \delta_{\mu\nu}d_0(z) + \left(\frac{\partial^2}{\partial z_\mu \partial z_\nu} - \frac{1}{4}\delta_{\mu\nu}\Box\right)d_1(z). \tag{27}$$

至于式(25)的 $c_5(z)$ 项由于反对称张量 $\varepsilon_{\mu\nu\lambda\tau}$ 和对称张量的"收缩",因而是零. 由正洛伦兹变换的协变条件(即有 $z'_\mu = a_{\mu\nu}z_\nu$,而 $\mathrm{Det}A = 1$, $\frac{a_{44}}{|a_{44}|} = 1$),有

$$D_{\mu\nu}(z') = a_{\mu\lambda}a_{\nu\tau}D_{\lambda\tau}(z), \tag{28}$$

因而有

$$d_0(z') = d_0(z), \quad d_1(z') = d_1(z), \tag{29}$$

于是

$$d_0(z) = a_0(z^2) + \varepsilon(z)\theta(-z^2)b_0(z^2),$$
$$d_1(z) = a_1(z^2) + \varepsilon(z)\theta(-z^2)b_1(z^2). \tag{30}$$

根据对易函数的反对称性质,

$$D_{\mu\nu}(z) = -D_{\nu\mu}(-z), \tag{31}$$

可以给出

$$a_0(z^2) = a_1(z^2) = 0. \tag{32}$$

因而对易函数 $D_{\mu\nu}(x)$ 可以写成

$$D_{\mu\nu}(z) = \delta_{\mu\nu}\epsilon(z)\theta(-z^2)b_0(z^2) + \frac{\partial^2}{\partial z_\mu \partial z_\nu}(\epsilon(z)\theta(-z^2)b_1(z^2)) \tag{33}$$

的形式．这意味着 $A^{in}(x)$ 场确是定域场量．进一步再应用 Licht-Tall 定理就可以证明

$$D_{\mu\nu}(z) = c \text{ 数}. \tag{34}$$

由对易关系满足洛伦兹条件，有

$$\frac{\partial}{\partial z_\nu} D_{\mu\nu}(z) = 0, \tag{35}$$

因而给出

$$\varepsilon(z)\theta(-z^2)b_0(z^2) = -\Box\varepsilon(z)\theta(-z^2)b_1(z^2), \tag{36}$$

因此对易函数就写成

$$D_{\mu\nu}(z) = \left(\delta_{\mu\lambda}\frac{\Box}{m^2} - \frac{1}{m^2}\frac{\partial^2}{\partial z_\mu \partial z_\nu}\right)\varepsilon(z)\theta(-z^2)c(z^2). \tag{37}$$

进一步由运动方程 $(\Box - m^2)A_\mu^{in}(x) = 0$，可得

$$\Box D_{\mu\nu}(z) = m^2 D_{\mu\nu}(z), \tag{38}$$

因而对易函数将成为

$$D_{\mu\nu}(z) = \left(\delta_{\mu\nu} - \frac{1}{m^2}\frac{\partial^2}{\partial z_\mu \partial z_\nu}\right)\varepsilon(z)\theta(-z^2)c(z^2), \tag{39}$$

而

$$\epsilon(z)\theta(-z^2)c(z^2) = \frac{1}{i}\Delta(z), \tag{40}$$

最后便得到

$$D_{\mu\nu}(z) = \frac{1}{i}\left(\delta_{\mu\nu} - \frac{1}{m^2}\frac{\partial^2}{\partial z_\mu \partial z_\nu}\right)\Delta(z). \tag{41}$$

在我们导出"入"场对易关系以后，就能如标量场情形一样应用渐近条件导出"插入场"的对易子在某些类空区域为零，进一步再应用公理化场论中"一切场量在局部类空区域可对易将导致整个类空空间可对易"的定理，从而导出矢量场的"插入场"也满足微观因果律的结论．并且，这一结论还能推广到更高的自旋的场量．

但是，对于一切非自轭的场量（如带电粒子标量场，旋量场，……等等）却导不出上述结果，因为这里没有反对称条件(7)和(31)．

参　考　资　料

[1] H. Lehmann, K. Symanzik, W. Zimmermann, *Nuovo Cim.*, **1**(1955), 425; **6**(1957), 319; A. S. Wightman, *Phys. Rev.*, **101**(1956), 860.

[2] R. Pugh, *Ann. Phys.*, (N. Y.), **23**(1963), 335.

[3] F. Röhrlich, *Jour. Math. Phys.*, **6**(1965), 495.

[4] D. I. Blokhintsev, *Phys. Letter*, **12**(1964), 272.

[5] W. Zimmermann, *Nuovo Cim.*, **10**(1958), 597.

[6] A. M. Licht, J. Toll, *Nuovo Cim.*, 21(1961), 346.
[7] R. Jost, The General Theory of Quantized Fields, 85; R. F. Streater, A. S. Wightman, PCT, Spin and Statistics, and All That, 134.

CAN THE PRINCIPLE OF MICROCAUSALITY BE REMOVED ARBITRARILY?

RUAN TU-NAN
(University of Science and Technology of China)

HO TSO-HSIU
(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

We discuss the problem of microcausality in a model of quantized field theory. Under the assumptions that the commutator of the "in" fields satisfies the requirement of translational invariance, we show that, in the case of self-conjugate scalar particles or particles with integer spins, one can deduce the law of microcausality.